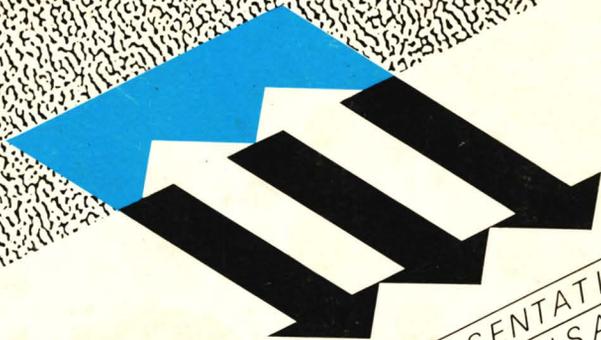


ELECTRONIQUE ANALOGIQUE

# AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS 1

M I C H E L G I R A R D



PRESENTATION  
IDEALISATION  
METHODES D'ETUDE

McGRAW-HILL

MICHEL GIRARD

*Institut Universitaire de Technologie, Cachan  
Département Automatismes et Electronique de Puissance*

# AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS 1

**McGraw-Hill**

Auckland - Bogota - Hambourg - Lisbonne - Londres - Madrid - Mexico -  
Milan - Montréal - New Delhi - New York - Panama - Paris - San Juan -  
São Paulo - Singapour - Sydney - Tokyo - Toronto

**1989**

**Maquette de couverture : Françoise Rojare**

**Illustrations : LOGIGRAPHE Communication et Sylvie MILLE**

**Copyright © 1989, McGraw-Hill, Paris**

**ISBN : 2-7042-1194-9**

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'Article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans le but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faites sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'Article 40). Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les Articles 425 et suivants du Code pénal.

**McGraw-Hill — 28 rue Beaunier — 75014 Paris**

# Avant-propos

L'**amplificateur opérationnel monolithique** utilisé depuis plus d'une vingtaine d'années a subi une évolution technologique très importante. Certains paramètres ont été améliorés d'un facteur 1 000 voir 10 000 (tension de décalage, courants de polarisation, gain statique, ...). On peut ainsi trouver quatre grandes étapes étalées dans le temps et appelées « générations ». Une importante littérature a accompagné ces circuits intégrés, plus dans le sens de l'utilisation générale que dans l'aspect technologique.

On rencontre dans l'ensemble des deux livres les rappels essentiels concernant les lois de l'électricité et de l'amplification, l'évolution technologique des amplificateurs opérationnels monolithiques et des circuits marginaux, les méthodes d'étude des fonctions classiques à amplificateurs opérationnels, deux chapitres sur les erreurs, limitations et stabilité. **Une schématisation commentée et 88 exercices complètent cet ouvrage**, qui ainsi s'adresse au vaste public des étudiants des lycées, des IUT, des écoles d'ingénieurs, des universités et à celui des techniciens de l'industrie.

Les chapitres peuvent être présentés succinctement.

## Première partie (premier tome)

**Chapitre 1** : Il rappelle des lois de l'électricité, les montages fondamentaux à transistors, les fonctions de transfert, ...

**Chapitre 2** : Il relate l'historique et l'évolution des amplificateurs opérationnels suivants les quatre générations.

**Chapitre 3** : Il propose les méthodes d'étude systématiques des différentes fonctions de base en régime linéaire ou non linéaire par la loi d'Ohm puis par les schémas-blocs.

## Deuxième partie (deuxième tome)

**Chapitre 4** : L'amplificateur opérationnel est étudié à partir de tous ses paramètres technologiques : caractéristiques d'entrée, de sortie, de transfert et d'alimentation, accompagnés de valeurs réelles extraites des caractéristiques constructeurs.

**Chapitre 5 :** Ce chapitre est entièrement consacré à la réponse en fréquence, la stabilité et la compensation des montages à amplificateurs opérationnels fonctionnant en régime linéaire avec rappels concernant les systèmes asservis.

**Chapitre 6 :** C'est la présentation des amplificateurs opérationnels spéciaux ou dérivés tels que : amplificateurs de précision ou d'instrumentation, amplificateurs en transconductance variable, amplificateurs monotension, haute tension, faible consommation, enfin fonctions spéciales (buffers, comparateurs, échantillonneurs-bloqueurs, ...).

**Chapitre 7 :** Il présente une schématisation dont les domaines d'application sont très vastes en précisant à chaque fois : les éléments théoriques, l'aspect technologique et une application numérique.

**Chapitre 8 :** L'ouvrage est clos avec une présentation commerciale succincte suivie de quelques caractéristiques de constructeurs.

Cet ouvrage présente un travail de synthèse très important. Malgré toute notre attention, il est inéluctable que des erreurs soient encore présentes, nous invitons donc nos lecteurs à nous les signaler.

Je remercie mes collègues et en particulier M. Marchegay pour les conseils et suggestions qu'ils m'ont apportés.

**Remarque :** Chaque partie de cet ouvrage intitulé *Amplificateurs opérationnels* peut être consultée indépendamment.

La première est destinée aux élèves et techniciens voulant prendre contact avec le composant.

La deuxième permet un approfondissement quant à sa technologie et son utilisation.

## Conventions d'écriture

$v(t), i(t)$	tensions et courants instantanés de forme quelconque, en général périodiques, souvent notés $v, i$ ou $v_e, i_e$ ou $v_e(t), i_e(t), \dots$
$V, I$	tensions et courants continus
$\underline{V}, \underline{I}$	tensions et courants en notation imaginaire
$\overline{V}(p), \overline{I}(p)$	tensions et courants en notation symbolique, variable de Laplace
$G_{vo}, R_e, R_s$	gain en tension à vide, résistance d'entrée, résistance de sortie d'un amplificateur quelconque
$A, r_{ed}, r_{eMC}, r_s$	gain en tension à vide, résistance d'entrée différentielle, résistance d'entrée de mode commun résistance de sortie d'un amplificateur opérationnel
$V_+, V_-$	bornes d'alimentation positive et négative de l'amplificateur opérationnel
$+V, -V$	lignes d'alimentation positive et négative

$V_d, I_p, I_d$	tension de décalage ou d'offset, courant de polarisation, courant de décalage ou d'offset
$V_{ID}, V_i$	tension d'entrée différentielle, tension d'entrée de mode commun
TRMC, CMRR	taux de réjection de mode commun
TRA, SVRR, PSRR	taux de réjection d'alimentation



# Table des matières

<b>Chapitre 1. Rappels généraux</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1. Réseaux en régime statique . . . . .	1
1.1.1. Loi d'Ohm. Conventions de signes . . . . .	1
1.1.1.1. Eléments de base . . . . .	1
1.1.1.2. Lois d'association des résistances . . . . .	2
1.1.1.3. Diviseur de tension . . . . .	3
1.1.1.4. Diviseur de courant . . . . .	4
1.1.2. Théorèmes fondamentaux . . . . .	4
1.1.2.1. Lois de Kirchoff . . . . .	4
1.1.2.2. Théorème de superposition . . . . .	5
1.1.2.3. Théorème de Thévenin - Générateur de tension . . . . .	6
1.1.2.4. Théorème de Norton - Générateur de courant . . . . .	8
1.1.2.5. Théorème de Miller . . . . .	9
1.1.3 Exercices . . . . .	10
1.2. Réseaux en régime dynamique . . . . .	14
1.2.1. Variable temps $t$ . . . . .	14
1.2.1.1. Eléments de base . . . . .	14
1.2.1.2. Exemples . . . . .	15
1.2.2. Variable complexe $j\omega$ . . . . .	15
1.2.2.1. Rappels sommaires concernant l'écriture imaginaire . . . . .	15
1.2.2.2. Eléments de base . . . . .	16
1.2.2.3. Exemples . . . . .	16
1.2.3. Variable de Laplace $p$ . . . . .	17
1.2.3.1. Rappels sommaires concernant l'écriture symbolique . . . . .	17
1.2.3.2. Eléments de base . . . . .	19
1.2.3.3. Exemples . . . . .	19
1.2.4. Théorèmes fondamentaux . . . . .	22
1.2.5. Exercices . . . . .	22
1.3. Fonctions de transfert et symbolisation . . . . .	24
1.3.1. Fonction de transfert ou transmittance . . . . .	24

1.3.2.	Schémas-blocs ou schémas fonctionnels . . . . .	24
1.3.2.1.	Eléments de base . . . . .	25
1.3.2.2.	Déplacements des blocs, simplifications . . . . .	26
1.3.3.	Diagrammes fonctionnels . . . . .	27
1.3.4.	Comportement des fonctions de transfert . . . . .	28
1.3.4.1.	Position du problème . . . . .	28
1.3.4.2.	Diagrammes de Bode . . . . .	30
1.3.4.3.	Système du premier ordre . . . . .	43
1.3.4.4.	Système du deuxième ordre . . . . .	43
1.3.4.5.	Système de n-ième ordre . . . . .	45
1.3.4.6.	Equations des droites asymptotiques . . . . .	45
1.3.5.	Exercices . . . . .	46
1.4.	Rappels concernant l'amplification à transistors . . . . .	53
1.4.1.	Paramètres élémentaires d'un amplificateur en régime dynamique . . . . .	54
1.4.2.	Montages fondamentaux à transistor en basse fréquence . . . . .	54
1.4.2.1.	Schémas équivalents des transistors en régime variable . . . . .	55
1.4.2.2.	Montages émetteur commun et source commune . . . . .	55
1.4.2.3.	Montages collecteur commun et drain commun . . . . .	57
1.4.2.4.	Montages base commune et grille commune . . . . .	58
1.4.2.5.	Montages à charge répartie . . . . .	58
1.4.2.6.	Amplificateurs différentiels . . . . .	59
1.4.2.7.	Amplificateurs push-pull de sortie . . . . .	61
1.4.3.	Montages fondamentaux en haute fréquence . . . . .	62
1.4.4.	Schéma-bloc d'un amplificateur . . . . .	63
1.4.5.	Loi des variations . . . . .	64
1.4.6.	Exercices . . . . .	64
<b>Chapitre 2.</b>	<b>Historique et évolution de l'amplification . . . . .</b>	<b>71</b>
2.1.	La fonction amplification dans le temps . . . . .	71
2.1.1.	Stabilité des paramètres d'un amplificateur . . . . .	71
2.1.2.	Amplificateurs à éléments discrets . . . . .	74
2.1.3.	Intégration de la fonction amplification . . . . .	75
2.2.	Technologie des amplificateurs opérationnels . . . . .	76
2.2.1	Première génération d'amplificateurs opérationnels . . . . .	77
2.2.1.1.	L'amplificateur opérationnel 702 . . . . .	77
2.2.1.2.	L'amplificateur opérationnel 709 . . . . .	81
2.2.2.	Deuxième génération d'amplificateurs opérationnels . . . . .	84
2.2.2.1.	L'amplificateur opérationnel 101 . . . . .	84
2.2.2.2.	L'amplificateur opérationnel 741 . . . . .	89
2.2.2.3.	Améliorations technologiques de la seconde génération . . . . .	92
2.2.3.	Troisième génération d'amplificateurs opérationnels . . . . .	96
2.2.3.1.	Le BIFET de National Semiconductor . . . . .	97

2.2.3.2.	Le BIFET de Texas Instruments . . . . .	98
2.2.3.3.	Les BIMOS de RCA . . . . .	100
2.2.4.	Quatrième génération d'amplificateurs opérationnels . . . . .	103
2.2.4.1.	Les circuits 118, 218 et 318 . . . . .	103
2.2.4.2.	Le circuit TL 087 de Texas Instruments . . . . .	104
2.2.4.3.	Le circuit LF 400 de National Semiconductor . . . . .	104
2.2.4.4.	Le LM 10 de National Semiconductor . . . . .	105
2.2.4.5.	Le LM 11 de National Semiconductor . . . . .	106
2.2.4.6.	Les circuits OP 07, OP 27 de PMI et HA 5147 de Harris . . . . .	106
2.2.4.7.	Les circuits AMP 01 et AMP 05 de PMI . . . . .	106
2.2.4.8.	Les circuits CMOS ICL 76... de GE-Intersil . . . . .	107
2.2.4.9.	Les amplificateurs à correction d'offset par commutation . . . . .	108
2.2.4.10.	Les circuits rapides de Analog Systems . . . . .	108
2.2.5.	Exercices . . . . .	109
2.3.	Utilisation de l'amplificateur opérationnel . . . . .	113
2.3.1.	Présentation simplifiée de l'amplificateur opérationnel . . . . .	114
2.3.2.	Idéalisation de l'amplificateur opérationnel . . . . .	115
2.3.3.	Principes de fonctionnement et méthodes d'étude . . . . .	115
2.3.4.	Alimentations et courant de sortie . . . . .	116
<b>Chapitre 3. Méthodes d'études des schémas de base à partir de l'amplificateur opérationnel idéalisé . . . . .</b>		<b>119</b>
3.1.	Justification qualitative de la contre-réaction et de la réaction . . . . .	119
3.1.1.	Retour sur l'entrée (+) . . . . .	119
3.1.2.	Retour sur l'entrée (-) . . . . .	120
3.2.	Fonctions linéaires à éléments résistifs . . . . .	121
3.2.1.	Montage suiveur . . . . .	121
3.2.1.1.	Valeur des paramètres fondamentaux . . . . .	122
3.2.1.2.	Justification des impédances idéalisées . . . . .	123
3.2.2.	Amplificateur non inverseur . . . . .	124
3.2.2.1.	Valeur des paramètres fondamentaux . . . . .	124
3.2.2.2.	Justification des impédances idéalisées . . . . .	126
3.2.2.3.	Valeur pratique des résistances . . . . .	127
3.2.3.	Amplificateur inverseur . . . . .	128
3.2.3.1.	Valeur des paramètres fondamentaux . . . . .	128
3.2.3.2.	Justification des impédances idéalisées . . . . .	130
3.2.3.3.	Valeur pratique des résistances . . . . .	132
3.2.4.	Exercices à partir de montages à une entrée . . . . .	133
3.2.5.	Montage additionneur pur à deux entrées . . . . .	141
3.2.6.	Montage additionneur inverseur à deux entrées . . . . .	143
3.2.7.	Montage soustracteur . . . . .	144
3.2.8.	Exercices à partir de montages à deux entrées . . . . .	146
3.2.9.	Montages à n entrées . . . . .	147

3.2.9.1. Montages additionneurs. . . . .	147
3.2.9.2. Construction de montages . . . . .	148
3.2.10 Exercices à partir de montages à n entrées . . . . .	149
3.3. Fonctions linéaires à éléments résistifs et capacitifs . . . . .	154
3.3.1. Intégrateur . . . . .	154
3.3.1.1. Etude de la fonction . . . . .	154
3.3.1.2. Détermination des impédances d'entrée et de sortie . . . . .	156
3.3.2. Dérivateur. . . . .	157
3.3.3. Exercices . . . . .	158
3.4. Fonctions non linéaires . . . . .	168
3.4.1. Comparateurs . . . . .	168
3.4.1.1. Comparateurs simples . . . . .	168
3.4.1.2. Comparateurs à hystérésis ou triggers de Schmitt . . . . .	169
3.4.1.3. Champ d'applications des comparateurs . . . . .	173
3.4.1.4. Exercices . . . . .	174
3.4.2. Bascules . . . . .	179
3.4.2.1. Méthode d'étude des bascules . . . . .	179
3.4.2.2. Monostable. . . . .	180
3.4.2.3. Astable . . . . .	182
3.4.2.4. Exercices. . . . .	184
3.4.3. Fonctions non linéaires à diodes en grands signaux. . . . .	186
3.4.3.1. Méthode d'étude des montages à diodes . . . . .	187
3.4.3.2. Générateurs de fonctions . . . . .	188
3.4.3.3. Redressement sans seuil . . . . .	190
3.4.3.4. Exercices. . . . .	191
3.4.4. Fonctions linéaires à diodes en petits signaux . . . . .	194
3.4.4.1. Rappel diode petits signaux . . . . .	194
3.4.4.2. Module logarithmique . . . . .	194
3.4.4.3. Module exponentiel. . . . .	195
3.4.4.4. Application des modules logarithmiques et exponentiels . . . . .	196
3.4.4.5. Exercices. . . . .	196
<b>Bibliographie . . . . .</b>	<b>199</b>

# CHAPITRE 1

## Rappels généraux

L'amplificateur opérationnel est le composant universel de l'électronique analogique dans une bande de fréquences relativement importante. Son utilisation impose, d'une part, de connaître le large éventail des lois générales de l'électricité et, d'autre part, d'approfondir certains domaines en ne citant que l'étude de la stabilité des systèmes électroniques. Ce chapitre des rappels est alors nécessaire si on ne veut pas être contraint de consulter en quasi-permanence les ouvrages de base.

### 1.1. RÉSEAUX EN RÉGIME STATIQUE

Les lois générales de l'électricité sont, en régime statique, relativement aisées à comprendre. Elles sont ensuite facilement applicables en dynamique, à condition que le régime de fonctionnement soit linéaire (pas de saturation, d'hystérésis, de « jeu »...). Ceci se traduit, en mathématique, par l'écriture d'équations dites linéaires.

#### 1.1.1. LOI D'OHM — CONVENTIONS DE SIGNES

##### 1.1.1.1. Eléments de base

**Générateurs** (figure 1.1). Nous avons  $U = E$  ou  $U = E - RI$  selon que la résistance  $R$  est négligeable ou non négligeable. **Le sens des flèches courant et tension est le même.**

**Récepteurs** (figure 1.2). Nous avons  $U = + RI$  ou  $U = + E$  ou  $U = E + RI$ . **Le sens des flèches courant et tension est opposé.**

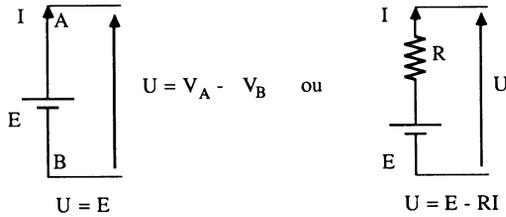


Figure 1.1.

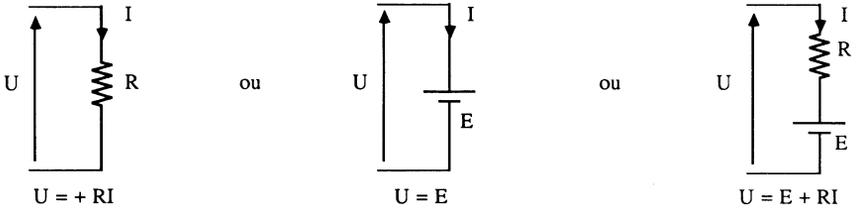


Figure 1.2.

**1.1.1.2. Lois d'association des résistances**

**Association série** (figure 1.3). La résistance  $R$ , équivalente à deux résistances série, est

$$R \equiv R_1 + R_2$$

Si  $R_1 \gg R_2$  alors  $R \simeq R_1$

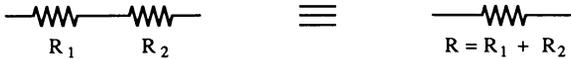


Figure 1.3.

**Association parallèle** (figure 1.4). La résistance  $R$ , équivalente à deux résistances parallèle, est

$$R \equiv \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Si  $R_1 \gg R_2$  alors  $R \simeq R_2$

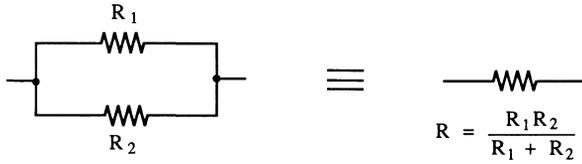


Figure 1.4.

1.1.1.3. Diviseur de tension

Diviseur de tension à vide (figure 1.5). A partir des équations

$$E = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$$

et

$$S = R_2 I$$

on obtient

$$S = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ou} \quad \frac{S}{E} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

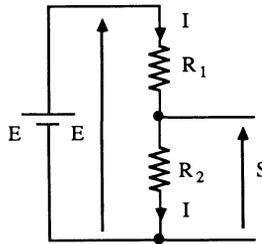


Figure 1.5.

Le coefficient  $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$  correspond à l'atténuation du diviseur de tension.

Diviseur de tension en charge (figure 1.6). En utilisant la relation des résistances parallèles, nous avons

$$S = E \frac{R_2 // R}{R_1 + R_2 // R} = E \frac{R R_2}{R_1 (R + R_2) + R R_2}$$

soit

$$\frac{S}{E} = \frac{R R_2}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2}$$

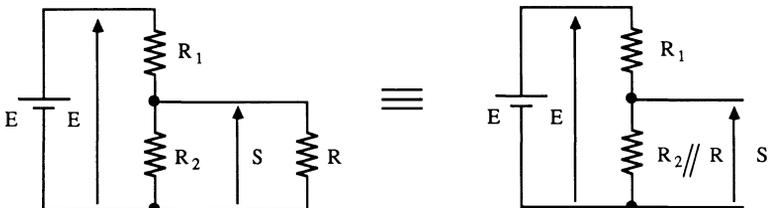


Figure 1.6.

#### 1.1.1.4. Diviseur de courant (figure 1.7)

En utilisant les conductances

$$G = \frac{1}{R} \quad , \quad G_1 = \frac{1}{R_1} \quad , \quad G_2 = \frac{1}{R_2} \quad \text{et} \quad G = G_1 + G_2$$

nous avons

$$I = GV = (G_1 + G_2) V \quad \text{et} \quad I_1 = G_1 V$$

soit

$$I_1 = I \frac{G_1}{G_1 + G_2} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

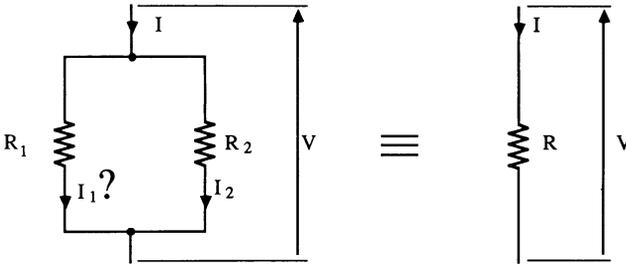


Figure 1.7.

### 1.1.2. THÉORÈMES FONDAMENTAUX

#### 1.1.2.1. Lois de Kirchoff

Ce sont les lois des mailles et des nœuds universellement utilisées.

**Loi des mailles** (figure 1.8). Cette loi consiste à imposer un sens de courant dans chaque résistance, représenter toutes les flèches tension et dire que **la somme des tensions rencontrées dans un parcours est nulle**. Sens et début de parcours n'importent pas. On adopte le signe positif pour une flèche rencontrée en direct. Ainsi, pour notre exemple

$$+ E_2 + R_1 I_1 - R_2 I_2 - E_1 = 0$$

**Loi des nœuds** (figure 1.9). Cette loi est simple dans le sens où la **somme des courants entrant est égale à la somme des courants sortant**

$$+ I_1 + I_4 = + I_2 + I_3$$

Un exemple est donné au paragraphe suivant.

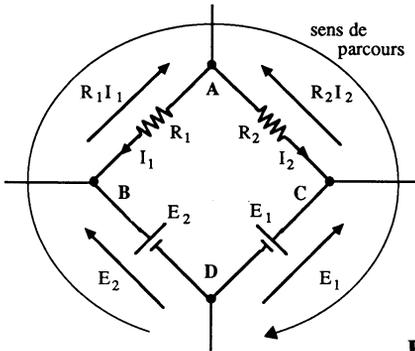


Figure 1.8.

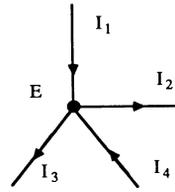


Figure 1.9.

### 1.1.2.2. Théorème de superposition

Ce théorème ne présente pas que l'utilité de calcul, il est aussi une réalité physique dans les systèmes électroniques linéaires. Pour le comprendre simplement, nous déterminons l'expression de la tension  $U$  de la figure 1.10 en utilisant les lois de Kirchoff. Nous avons comme équations

$$\begin{aligned} + E_1 - R_1 I - U &= 0 && \text{maille 1} \\ + U - R_2 I - E_2 &= 0 && \text{maille 2} \end{aligned}$$

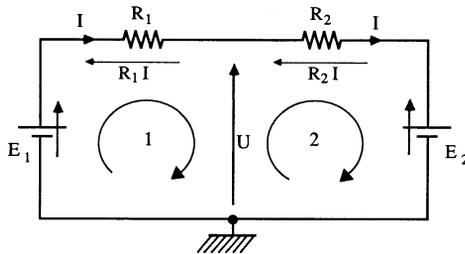


Figure 1.10.

La résolution de ce système de deux équations à deux inconnues nous donne

$$U = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + E_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Ce résultat fondamental nous montre que tout se passe comme si on étudiait le réseau en deux temps :

- avec uniquement  $E_1$  ( $E_2$  étant égal à zéro)
- puis avec  $E_2$  ( $E_1$  étant égal à zéro).

Nous avons la superposition des deux états (figure 1.11), l'un dépendant uniquement de  $E_1$  ( $E_2$  ramené à zéro) et l'autre dépendant de  $E_2$  ( $E_1$  ramené à zéro). Cet état de fait est vrai, quel que soit le nombre de générateurs de tension. Ainsi, s'il y a  $n$  générateurs de tensions dans un circuit, on en conserve un seul et on remplace les autres par leur résistance équivalente. Cette opération est répétée  $n$  fois (voir exercices de fin de paragraphe).

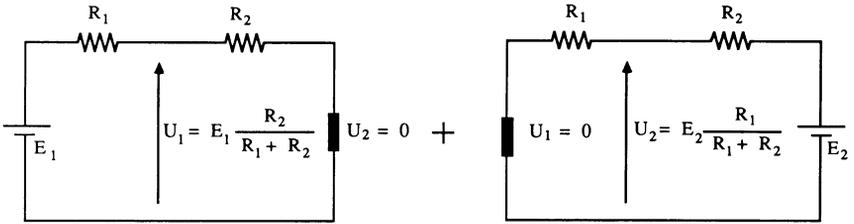


Figure 1.11.

1.1.2.3. Théorème de Thévenin - Générateur de tension (figure 1.12)

Tout montage électrique ou électronique, fournissant une tension continue ou alternative, est équivalent à un générateur de tension constitué d'une fem et d'une résistance interne. Déterminer ces éléments consiste :

- soit à écrire des équations et aboutir à la relation

$$U = E_{Th} - R_{Th}I$$

- soit déterminer  $E_{Th}$  et  $R_{Th}$  séparément.

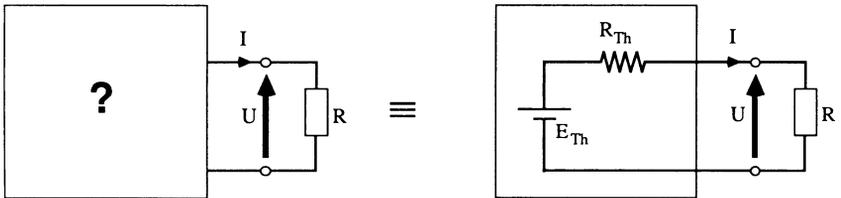


Figure 1.12.

**Détermination de  $E_{Th}$ .** C'est la tension  $U$  à vide lorsque la résistance  $R$  est retirée.

$$E_{Th} = U_0$$

**Détermination de  $R_{Th}$ .** On « éteint » toutes les fem (elles sont remplacées par leurs résistances internes) et on définit la valeur de la résistance équivalente vue entre les deux bornes de sortie (sans résistance  $R$ ).

**Remarque.** Dans le cas où il y a présence de générateurs de courant, la première méthode est préférable.

**Exemple.** Déterminons les éléments de Thévenin du diviseur de tension de la figure 1.13.

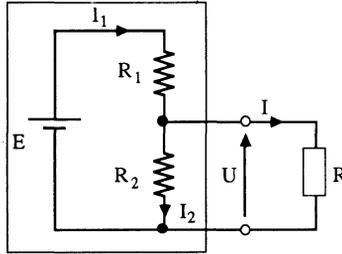


Figure 1.13.

— Méthode mathématique

Cette méthode consiste à écrire des équations indépendamment de la résistance d'utilisation variable  $R$ . Ainsi

$$E = R_1 I_1 + U \quad \text{et} \quad U = R_2 (I_1 - I)$$

La résolution de ces deux équations fournit

$$U = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

soit

$$U = E_{Th} - R_{Th} I$$

— Méthode de Thévenin (figure 1.14)

Pour  $E_{Th}$ , on définit la tension  $U_0$  sans la résistance  $R$  et pour  $R_{Th}$ , on remplace le générateur  $E$  par sa résistance interne (nulle dans notre cas). On obtient alors

$$U_0 = E_{Th} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{diviseur de tension à vide}$$

$$R_1 // R_2 = R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

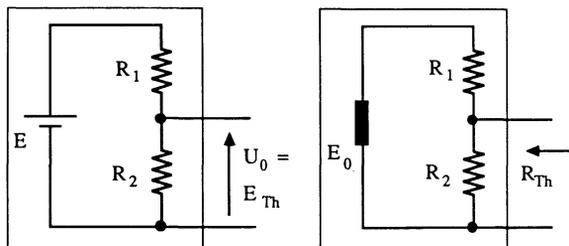


Figure 1.14.

Résultat identique à celui de la méthode mathématique. Le schéma de Thévenin équivalent au diviseur de tension est celui de la figure 1.15.

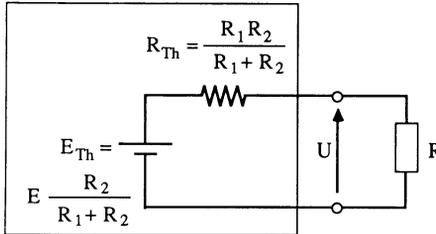


Figure 1.15.

#### 1.1.2.4. Théorème de Norton - Générateur de courant

Quoique peut être utilisé en pratique, ce théorème doit être présenté. Il est le *dual* du précédent et son schéma équivalent est celui de la figure 1.16. Nous avons la relation

$$I = I_0 \cdot \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}} = I_0 \cdot \frac{r}{R + r}$$

Lorsque la résistance parallèle  $r$  est infinie, nous obtenons  $I = I_0$  ; le générateur de courant est alors parfait.

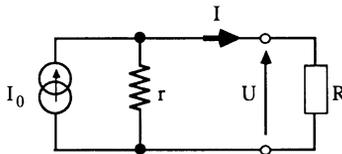


Figure 1.16.

**Transformation Thévenin → Norton** (figure 1.17).

Si  $E = 10 \text{ V}$  ,  $r = 2 \Omega$  et  $R = 8 \Omega$

il vient  $I_0 = 5 \text{ A}$

soit  $I = 1 \text{ A}$  et  $U = 8 \text{ V}$

**Transformateur Norton → Thévenin** (figure 1.18). C'est la transformation inverse de la précédente.

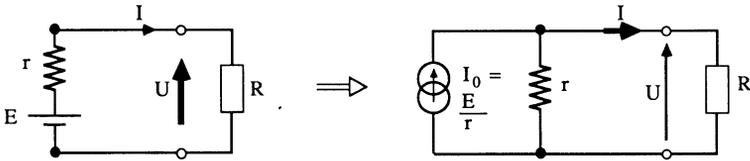


Figure 1.17.

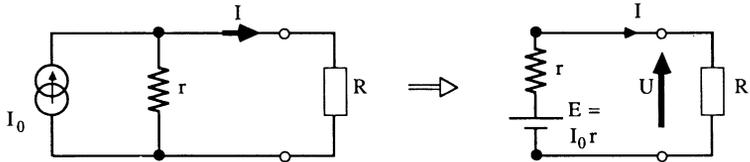


Figure 1.18.

**Remarques**

- Un générateur parfait ne peut être remplacé par un générateur de l'autre type.
- En pratique un générateur de courant est presque toujours un récepteur à courant commandé.

**1.1.2.5. Théorème de Miller (figure 1.19)**

Lorsqu'un amplificateur inverseur de gain en tension  $-A$  (module =  $A$ ) voit, entre son entrée et sa sortie, une impédance  $Z$  (qui peut être une résistance), tout se passe comme si celle-ci était déplacée. Ainsi nous avons  $\frac{Z}{1+A}$  entre les deux bornes de l'entrée et  $Z \frac{A}{1+A}$  entre les deux bornes de la sortie. Si  $A$  est suffisamment grand, l'influence de  $Z$  se manifeste surtout à l'entrée.

Ce théorème est utile à connaître pour les « contre-réactions » capacitives voulues ou parasites.

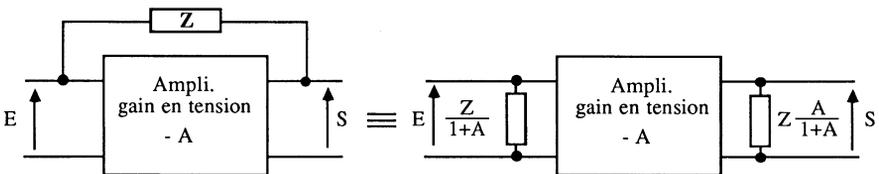


Figure 1.19.

1.1.3. EXERCICES

**Exercice 1. Loi d’Ohm, convention de signe. Déterminer la valeur du courant I circulant dans le circuit de la figure 1.20.**

**Solution**

Le sens du courant I choisi, impose le sens de la flèche tension aux bornes de la résistance R. En appliquant la loi des mailles de Kirchoff, nous obtenons

$$+ E_1 - RI - E_2 = 0$$

soit

$$I = \frac{+ E_1 - E_2}{R}$$

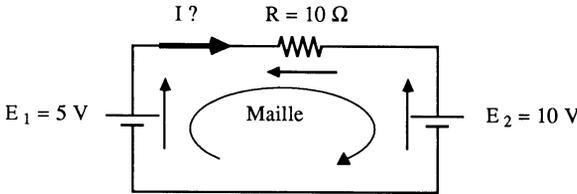


Figure 1.20.

L’application numérique nous fournit

$$I = \frac{+ 5 - 10}{10} = - 0,5 \text{ A}$$

Le courant de 0,5 A circule dans le sens opposé à celui choisi a priori.

**Exercice 2. Cas particulier du diviseur de tension : le potentiomètre. La figure 1.21 représente un potentiomètre linéaire P alimenté par une source continue E. La loi de variation linéaire est traduite par une position  $\alpha$  évoluant de 0 à 1. La partie résistive entre le curseur et la masse est alors  $\alpha P$ . Déterminer et représenter l’évolution des éléments de Thévenin de ce potentiomètre en fonction de la position  $\alpha$ . Soit  $E_{Th}(\alpha)$  et  $R_{Th}(\alpha)$ .**

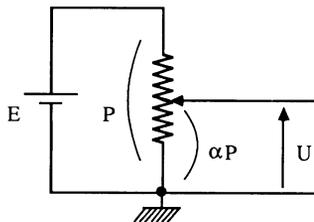


Figure 1.21.

**Solution**

— **Détermination de  $E_{Th}$ .** L'expression du diviseur de tension nous permet d'écrire

$$U = E \frac{\alpha P}{P} = \alpha E$$

On retrouve la loi de variation linéaire.

— **Détermination de  $R_{Th}$ .** Lorsque l'on « éteint » le générateur  $E$ , la résistance vue entre les deux bornes de sortie est

$$R_{Th} = \alpha P // (P - \alpha P) = \frac{\alpha P (P - \alpha P)}{P} = \alpha (P - \alpha P)$$

Les valeurs extrêmes sont

$$\alpha = 0 \quad R_{Th} = 0$$

$$\alpha = 1 \quad R_{Th} = 0$$

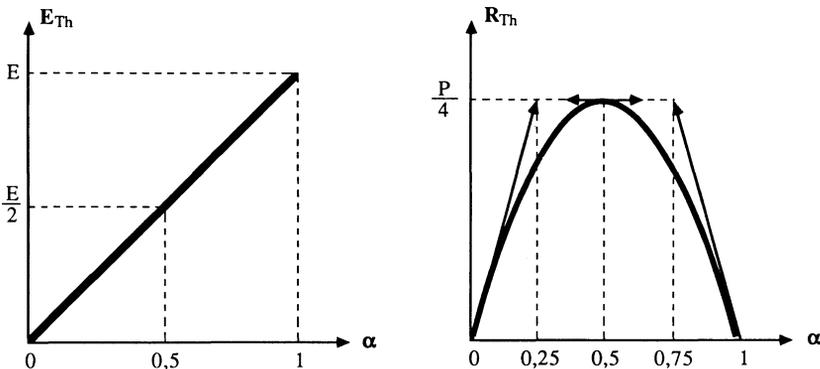
La fonction  $R_{Th}(\alpha)$  passe alors par un maximum défini par la dérivée

$$\frac{d}{d\alpha} R_{Th} = P - 2\alpha P = P(1 - 2\alpha) = R'_{Th}$$

Cette dérivée s'annule pour  $\alpha = 0,5$ , alors  $R_{Th}$  vaut dans ce cas  $P/4$ .

Pour  $\alpha = 0$  nous avons  $R'_{Th} = P$ .

Les lois de variation de  $E_{Th}(\alpha)$  et  $R_{Th}(\alpha)$  sont représentées sur les systèmes d'axes de la figure 1.22.



**Figure 1.22.**

Ce résultat fondamental indique que la résistance de Thévenin d'un potentiomètre est nulle aux extrémités et égale à  $P/4$  lorsque le curseur est au milieu de sa course. Ceci peut expliquer, entre autres, l'évolution de certains parasites en fonction de la position du curseur.

**Exercice 3. Potentiomètre chargé.** La figure 1.23 représente un tel potentiomètre où  $P = 10 \text{ k}\Omega$ . La résistance de charge  $R$  prend les valeurs suivantes :

$$R = 1 \text{ M}\Omega, 100 \text{ k}\Omega, 10 \text{ k}\Omega, 1 \text{ k}\Omega, 100 \Omega, 10 \Omega$$

Etablir un tableau de résultats pour

$$\alpha = 0 - 0,25 - 0,5 - 0,75 - 1$$

et représenter  $U(\alpha)$  pour ces différentes valeurs de  $R$ . A partir de quelle valeur de  $R$  peut-on dire que la résistance de Thévenin du potentiomètre est d'influence négligeable ?

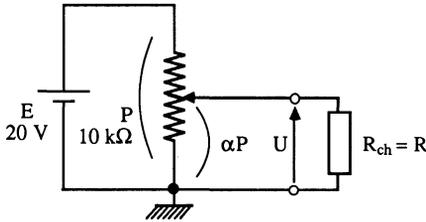


Figure 1.23.

### Solution

L'expression du diviseur de tension en charge du paragraphe 1.1.1.3 nous permet d'écrire

$$U = E \frac{\alpha PR}{PR + \alpha P(P - \alpha P)} = E \frac{\alpha R}{R + \alpha P - \alpha^2 P}$$

En remplaçant  $E$ ,  $P$  et  $R$  par leur valeur, on obtient la fonction  $U(\alpha)$  représentée sur la figure 1.24 à partir des résultats rassemblés sur le tableau 1.1. On peut dire que la linéarité du potentiomètre est à peu près correcte pour des résistances supérieures à  $10 \text{ k}\Omega$ . Si on utilise le critère du "dixième" (défini dans l'ouvrage *Amplificateurs de puissance* qui consiste à négliger l'influence de la résistance de Thévenin du potentiomètre lorsque celle-ci représente le dixième de la valeur de  $R$ ), alors on admet une bonne linéarité pour

$$R \geq 10 \cdot \frac{P}{4} \quad \text{soit} \quad R \geq 25 \text{ k}\Omega$$

En effet, comme nous venons de le voir, la valeur de  $R_{Th}$  est maximale, pour un potentiomètre, lorsque le curseur est à mi-course ( $\alpha = 0,5$ ).

**Exercice 4. Théorème de superposition.** Déterminer la valeur du courant  $I$  circulant dans la résistance  $R_3$  de la figure 1.25. On effectuera le calcul littéral puis l'application numérique :

$$E_1 = 10 \text{ V}, E_2 = 20 \text{ V}, R_1 = 10 \text{ k}\Omega, R_2 = 10 \text{ k}\Omega \text{ et } R_3 = 20 \text{ k}\Omega$$

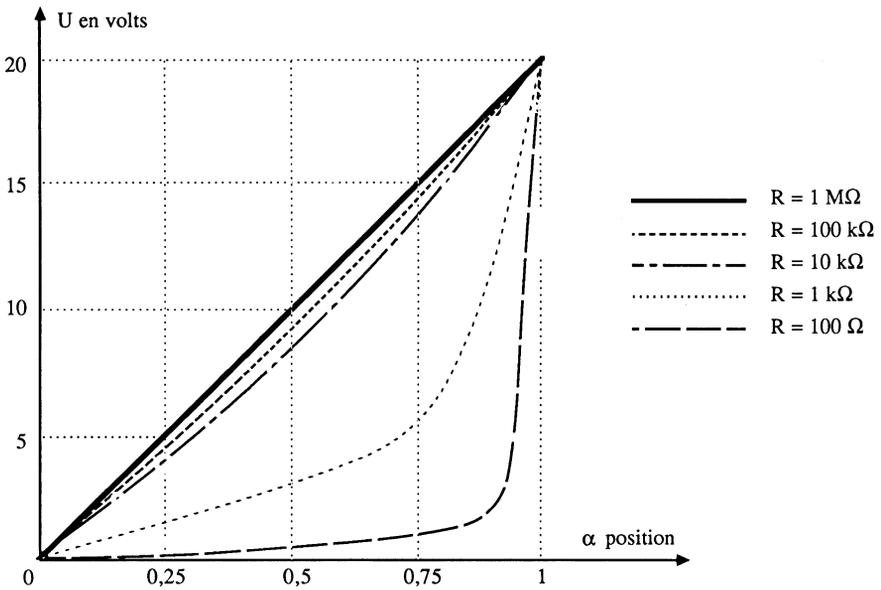


Figure 1.24.

Tableau 1.1

$\alpha \backslash R$	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$
0	0	0	0	0	0	0
0,25	$\approx 5$	4,9	4,2	1,7	0,25	0,026
0,5	$\approx 10$	9,75	8	2,85	0,38	0,04
0,75	$\approx 15$	14,7	12,6	5,17	0,75	0,078
1	20	20	20	20	20	20

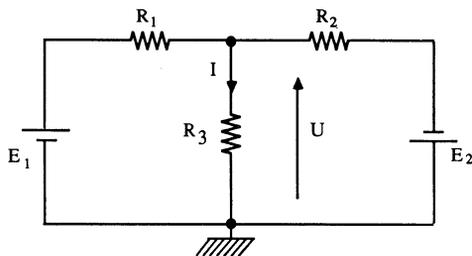


Figure 1.25.

**Solution**

En utilisant l'expression du diviseur de tension chargé et le théorème de superposition, nous avons :

$$\text{pour } E_2 = 0, \quad U_1 = E_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$\text{pour } E_1 = 0, \quad U_2 = - E_2 \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$\text{soit} \quad I = \frac{U}{R_3} = \frac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

L'application numérique nous donne

$$I = \frac{10 \cdot 10^4 - 20 \cdot 10^4}{10^4 \cdot 10^4 + 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4 + 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4} = \frac{-10}{5 \cdot 10^4} = -2 \cdot 10^{-4} = -0,2 \text{ mA}$$

## 1.2. RÉSEAUX EN RÉGIME DYNAMIQUE

En régime dynamique ou variable, trois écritures sont possibles : écriture temporelle dont la variable est le temps, écriture imaginaire en régime sinusoïdal dont la variable est  $j\omega$  et écriture symbolique en régime quelconque utilisant la variable de Laplace  $p$ .

### 1.2.1. VARIABLE TEMPS $t$

#### 1.2.1.1. Eléments de base (figure 1.26)

Nous avons les relations

$$\mathbf{u} = R\mathbf{i} \quad \text{pour une résistance}$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{C} \int \mathbf{i} dt \quad \text{pour un condensateur}$$

$$\mathbf{u} = L \frac{d\mathbf{i}}{dt} \quad \text{pour une inductance}$$

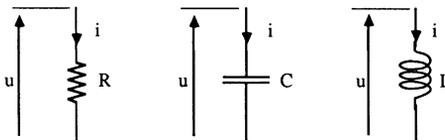


Figure 1.26.

### 1.2.1.2. Exemples

**Figure 1.27.** Déterminer l'expression de  $u(t)$  en fonction de  $e(t)$ ,  $R$  et  $C$ .  
Les équations sont

$$e(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad \text{et} \quad u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Elles indiquent que, pour résoudre ce système, il faut utiliser les relations des équations intégro-différentielles (voir ouvrage *Eléments passifs*).

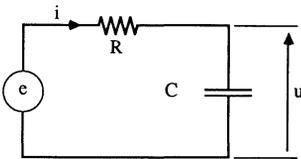
**Figure 1.28 :** même question que précédemment.

Une seule équation suffit :

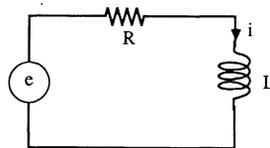
$$e(t) = R i(t) + L \frac{d i(t)}{dt}$$

Nous sommes encore en présence d'une équation différentielle.

**Remarque :** l'écriture temporelle présente l'avantage d'une bonne analyse physique du système et l'inconvénient d'une étude mathématique relativement difficile.



**Figure 1.27.**



**Figure 1.28.**

## 1.2.2. VARIABLE COMPLEXE $j\omega$

### 1.2.2.1. Rappels sommaires concernant l'écriture imaginaire

Dans le plan complexe  $\mathcal{R}$  (réel) et  $\mathcal{Y}$  (imaginaire) de la figure 1.29, on peut représenter un vecteur, connaissant son module (valeur maximale de la grandeur électrique) et son argument (déphasage par rapport à l'origine). L'opérateur  $j$  est un opérateur de rotation de  $+\pi/2$ . Trois écritures sont possibles :

$$\begin{aligned} \underline{OM} &= a + jb & \text{dédit de} & \quad \vec{OM} = \vec{Oa} + \vec{Ob} \\ \underline{OM} &= |\underline{OM}| (\cos \varphi + j \sin \varphi) \\ \text{avec } a &= |\underline{OM}| \cos \varphi \quad \text{et} \quad b = |\underline{OM}| \sin \varphi \\ \underline{OM} &= |\underline{OM}| e^{j\varphi} \end{aligned}$$

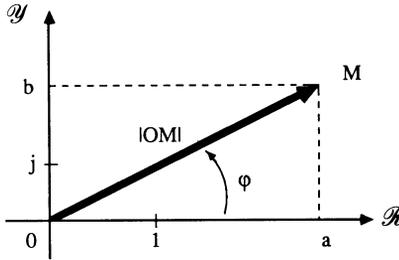


Figure 1.29.

En électricité on utilise couramment la troisième relation alors qu'en électronique (relation de Bode) c'est la première qui est rencontrée (voir ouvrage *Electronique industrielle*).

Notons que le module et l'argument de l'expression  $a + jb$  sont définis par les relations :

$$\text{module} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{et} \quad \varphi = \text{arc tg} \frac{b}{a}$$

alors que le module et l'argument de  $\frac{a + jb}{a' + jb'}$  sont :

$$\text{module} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = \text{arc tg} \frac{b}{a} - \text{arc tg} \frac{b'}{a'}$$

### 1.2.2.2. Eléments de base

A partir de la figure 1.26 déjà utilisée, nous avons

$$\begin{aligned} \underline{U} &= R \underline{I} && \text{pour une résistance} \\ \underline{U} &= \frac{1}{jC\omega} \underline{I} && \text{pour un condensateur} \\ \underline{U} &= jL\omega \underline{I} && \text{pour une inductance} \end{aligned}$$

### 1.2.2.3. Exemples

Figure 1.27. Les équations sont

$$\underline{E} = R \underline{I} + \frac{1}{jC\omega} \underline{I} = \left( R + \frac{1}{jC\omega} \right) \underline{I}$$

et

$$\underline{U} = \frac{1}{jC\omega} \underline{I}$$

En extrayant la valeur de  $\underline{I}$  dans la première équation et en la reportant dans la seconde, nous avons

$$\underline{U} = \underline{E} \cdot \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

**Figure 1.28.** On peut aisément obtenir l'expression de  $\underline{I}$  à partir de la relation

$$\underline{E} = R\underline{I} + jL\omega \underline{I}$$

soit

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{R + jL\omega}$$

**Remarque.** La facilité de ces résolutions d'équations montre un des avantages de l'utilisation des complexes en électronique.

### 1.2.3. VARIABLE DE LAPLACE $p$

#### 1.2.3.1. Rappels sommaires concernant l'écriture symbolique

Le calcul symbolique ou opérationnel permet de résoudre facilement les équations intégral-différentielles à coefficients constants. Sa bonne adaptation en électronique et automatismes fait qu'il est de plus en plus utilisé. La présentation de cette partie des mathématiques étant relativement volumineuse, nous n'en rappelons que l'essentiel.

**Méthode d'étude.** Elle est toujours dans le même sens :

- écrire les équations temporelles,
- définir les transformées de Laplace du circuit (fonction de transfert) et d'entrée,
- résoudre algébriquement les équations afin d'obtenir la transformée de la grandeur de sortie souhaitée,
- revenir à la fonction temporelle de cette grandeur.

La transformée de Laplace est un outil mathématique ; le calcul symbolique ou opérationnel est la méthode d'utilisation de cet outil. Dans tous les cas, on part puis on aboutit aux éléments temporels.

**Transformée directe.** A une fonction  $f(t)$  correspond

$$F(p) = \mathcal{L} [f(t)] = \int_{0+}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt$$

On remarque que  $f(t)$  doit être nulle pour  $t < 0$ .

Quelques propriétés peuvent être citées :

— **Linéarité et superposition**

si  $\mathcal{L} [f(t)] = F(p)$  alors  $\mathcal{L} [a f(t)] = a F(p)$

si  $\mathcal{L} [f_1(t)] = F_1(p)$  et  $\mathcal{L} [a f_2(t)] = F_2(p)$

alors  $\mathcal{L} [f_1(t) + f_2(t)] = F_1(p) + F_2(p)$

— **Dérivation**

si  $\mathcal{L} [f(t)] = F(p)$

alors  $\mathcal{L} \left[ \frac{d}{dt} f(t) \right] = p F(p) - f(0^+)$

ou  $f(0^+)$  représente la valeur de  $f(t)$  au temps  $t = 0$  qui représente la condition initiale.

— **Intégration**

$$\mathcal{L} [\int f(t) dt] = \frac{F(p)}{p} + \frac{G(0^+)}{p}$$

ou  $G(0^+)$  représente la valeur limite de l'intégrale  $\int_{-\infty}^t f(t) dt$ , lorsque  $t \rightarrow 0^+$ .

— **Valeur initiale et finale.** Connaissant  $F(p)$  on peut définir la valeur initiale  $f(0^+)$  de  $f(t)$  et la valeur finale  $f(\infty)$  de  $f(t)$  par les relations

$$\begin{aligned} f(0^+) &= \lim_{p \rightarrow \infty} p F(p) && \text{lorsque } p \rightarrow \infty \\ f(\infty) &= \lim_{p \rightarrow 0} p F(p) && \text{lorsque } p \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Ne sont pas présentées ici les relations de translation, de périodicité, de produit. Le tableau 1.2 fournit quelques transformées de Laplace usuelles.

**Transformée inverse.** A une fonction  $F(p)$  correspond

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} [F(p)]$$

En pratique, revenir à la fonction  $f(t)$  impose de décomposer  $F(p)$  en fractions rationnelles, fractions de base que nous trouvons dans le tableau 1.2. L'expression de  $F(p)$  est toujours de la forme

$$F(p) = \frac{K(1 + ap + bp^2 + \dots + np^n)}{1 + a'p + b'p^2 + \dots + m'p^m}$$

et comme, dans la plupart des cas physiques  $n < m$ , on identifie  $F(p)$  à une somme de fractions que l'on multiplie par les pôles (valeur de  $p$  annulant le dénominateur).

Tableau 1.2. La fonction  $u(t)$  vaut 0 pour  $t < 0$  ou 1 pour  $t > 0$ 

$f(t)$	$F(p)$
$1 \cdot u(t)$	$\frac{1}{p}$
$E \cdot u(t)$	$\frac{E}{p}$
$t \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^2}$
$A t \cdot u(t)$	$\frac{A}{p^2}$
$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p + a}$
$e^{at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p - a}$
$A \cdot e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{A}{p + a}$
$\cos \omega t \cdot u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$

### 1.2.3.2. Éléments de base

Toujours à partir de la figure 1.26, nous obtenons les relations

$$U(p) = R I(p) \quad \text{pour la résistance}$$

$$U(p) = \frac{1}{Cp} I(p) \quad \text{pour le condensateur}$$

$$U(p) = Lp I(p) \quad \text{pour l'inductance}$$

Deux remarques s'imposent :

- ces équations sont définies avec des conditions initiales nulles,
- $p = j\omega$  en régime sinusoïdal.

### 1.2.3.3. Exemples (figure 1.30)

**Sans condition initiale :**  $u_0 = 0$ . Déterminons l'expression de  $u(t)$  lorsque l'on ferme l'interrupteur.

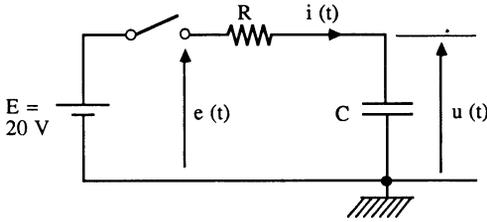


Figure 1.30.

Nous avons les relations

$$E(p) = R I(p) + \frac{1}{Cp} I(p) \quad \text{et} \quad S(p) = \frac{1}{Cp} I(p)$$

La résolution de ce système d'équations est

$$S(p) = \frac{1}{1 + RCp} \cdot E(p) \quad \text{avec} \quad E(p) = \frac{20}{p}$$

soit

$$S(p) = \frac{20}{p(1 + RCp)}$$

La fonction  $s(t)$  s'obtient par identification

$$S(p) = \frac{20}{p(1 + RCp)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{1 + RCp}$$

En multipliant l'ensemble par  $p$ , puis en faisant  $p = 0$  (premier pôle), on obtient

$$A = 20$$

En multipliant l'ensemble par  $1 + RCp$ , puis en faisant  $p = -\frac{1}{RC}$  (deuxième pôle), on obtient

$$B = -20 RC$$

$$\text{Ainsi} \quad S(p) = \frac{+20}{p} - \frac{20 RC}{1 + RCp} = \frac{+20}{p} - \frac{20}{p + \frac{1}{RC}}$$

Le tableau des transformées nous permet d'obtenir  $s(t)$

$$s(t) = \left( 20 - 20 e^{-\frac{t}{RC}} \right) \cdot u(t)$$

expression bien connue et représentée sur la figure 1.31.

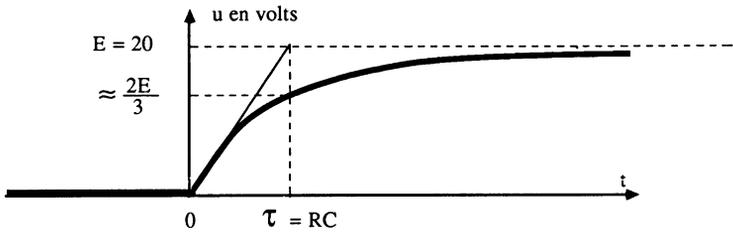


Figure 1.31.

Avec condition initiale :

$$u_0 = + E_1 < E, \quad E_1 = 10 \text{ V}$$

Les relations deviennent

$$E(p) = RI(p) + \frac{1}{Cp} I(p) + \frac{G(0^+)}{p}$$

et

$$S(p) = \frac{1}{Cp} I(p) + \frac{G(0^+)}{p}$$

Ce qui donne

$$\frac{20}{p} - \frac{10}{p} = \left( R + \frac{1}{Cp} \right) \cdot I(p)$$

et

$$S(p) = \frac{1}{1 + RCp} \cdot \frac{10}{p} + \frac{10}{p}$$

Le premier terme est décomposé comme dans le cas précédent

$$S(p) = \frac{10}{p} - \frac{10}{p + \frac{1}{RC}} + \frac{10}{p} = \frac{20}{p} - \frac{10}{p + \frac{1}{RC}}$$

La fonction temporelle devient

$$s(t) = \left( 20 - 10 e^{-\frac{t}{RC}} \right) \cdot u(t)$$

Elle est représentée sur la figure 1.32.

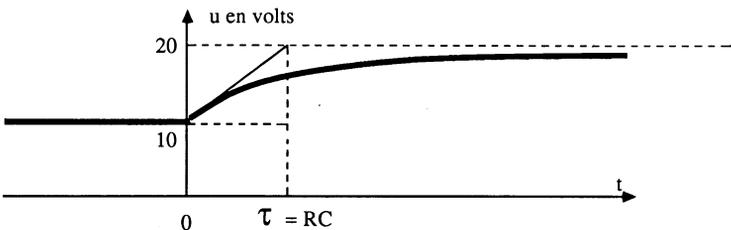


Figure 1.32.

### 1.2.4. THÉORÈMES FONDAMENTAUX

Les théorèmes fondamentaux présentés au paragraphe 1.1 restent valables. Nous aurons alors les correspondances suivantes :

$$\begin{array}{l} E \text{ devient } e(t) \quad \text{ou} \quad \underline{E} \quad \text{ou} \quad E(p) \\ R \text{ devient} \quad \quad \quad \underline{Z} \quad \text{ou} \quad Z(p) \end{array}$$

En régime temporel, on utilise les fonctions dérivées et intégrables.

**Exemple : le diviseur de tension** (figure 1.33).

L'expression du diviseur de tension vue précédemment nous permet d'écrire

- en régime sinusoïdal (variable  $j\omega$ )

$$\underline{U} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \underline{E}$$

- en régime quelconque (variable  $p$ )

$$U(p) = \frac{1}{1 + RCp} E(p)$$

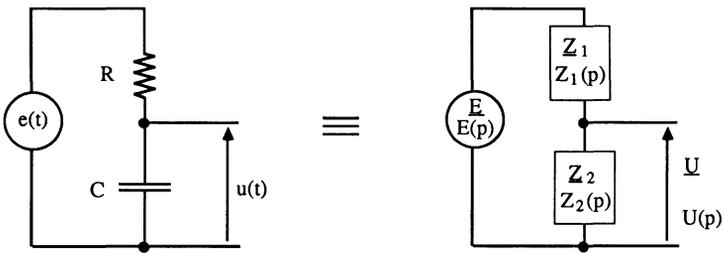


Figure 1.33.

### 1.2.5. EXERCICES

**Exercice 1. Théorème de superposition** (figure 1.34). Déterminer l'expression de  $U(p)$  en fonction de  $E_1(p)$ ,  $E_2(p)$  et des éléments  $R$ ,  $C$ .

**Solution**

Le théorème de superposition nous permet d'écrire

$$U(p) = U_1(p) \text{ (pour } E_2 = 0) + U_2(p) \text{ (pour } E_1 = 0)$$

soit 
$$U(p) = E_1(p) \cdot \frac{1}{1 + RCp} + E_2(p) \cdot \frac{RCp}{1 + RCp}$$

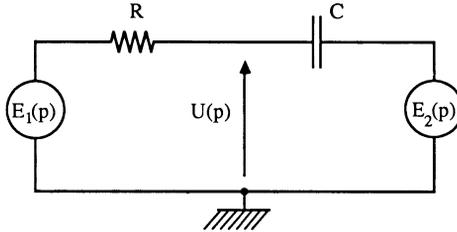


Figure 1.34.

**Exercice 2.** Le réseau de la figure 1.35 travaille en régime sinusoïdal. Déterminer l'expression de la sortie  $S$  en fonction de l'entrée  $E$ . Pour quelle valeur  $\omega_0$  de  $\omega$ , le déphasage vaut-il  $-\pi/2$  ?

**Solution**

C'est une configuration de diviseur de tension. Il est préférable d'effectuer les calculs avec la variable  $p$  puis de revenir à  $j\omega$ .

$$S(p) = E(p) \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}$$

avec 
$$Z_1(p) = R + Lp \quad \text{et} \quad Z_2(p) = \frac{1}{Cp}$$

Il vient alors

$$S(p) = E(p) \frac{\frac{1}{Cp}}{R + Lp + \frac{1}{Cp}} = E(p) \frac{1}{1 + RCp + LCp^2}$$

soit en variable complexe

$$\underline{S} = \underline{E} \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} = \underline{E} \frac{1}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega}$$

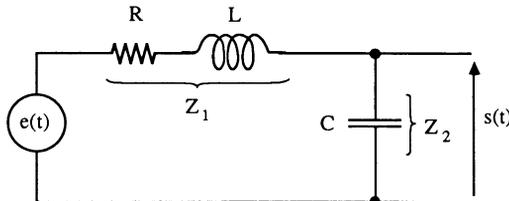


Figure 1.35.

Le déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  correspond à une fonction imaginaire pure. Cela veut dire que

$$1 - LC\omega_0^2 = 0$$

soit  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , condition de résonance.

### 1.3. FONCTIONS DE TRANSFERT ET SYMBOLISATION

#### 1.3.1. FONCTION DE TRANSFERT OU TRANSMITTANCE (figure 1.36)

La fonction de transfert ou transmittance  $H(p)$  est, par définition, le quotient de la transformée de la sortie d'un système sur celle de l'entrée

$$\underline{H}(p) = \frac{\underline{S}(p)}{\underline{E}(p)}$$

pour des conditions initiales nulles. Sinon l'expression précédente devient

$$S(p) = H(p) \cdot E(p) + S(0)(p)$$

En régime sinusoïdal, on écrit

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$$

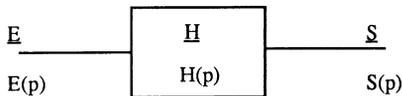


Figure 1.36.

#### 1.3.2. SCHÉMAS-BLOCS OU SCHÉMAS FONCTIONNELS (fonction diagram)

Un schéma fonctionnel est constitué de deux types d'éléments :

— Les blocs à une entrée (figure 1.36). La fonction de transfert inscrite dans le rectangle tient compte de l'influence de l'élément qui suit (par exemple charge d'un étage amplificateur).

— Les blocs à  $n$  entrées qui sont des additionneurs ou soustracteurs. C'est la traduction directe de l'écriture des équations linéaires en transformée de Laplace.

1.3.2.1. Eléments de base

Quelques exemples suffisent pour les présenter.

- **Amplificateur de gain en tension de 10** (figure 1.37)

$$\frac{S(p)}{E(p)} = 10$$



Figure 1.37.

- **Réseau RC non chargé** (figure 1.38).

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + RCp}$$

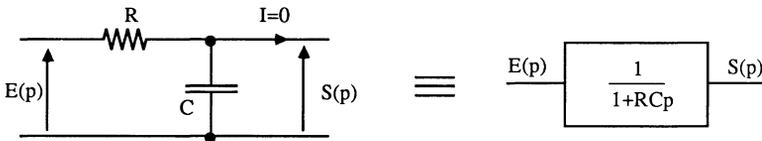


Figure 1.38.

- **Réseau RC chargé par une résistance R'** (figure 1.39).

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{R'}{R + R'} \frac{1}{1 + \frac{RR'}{R + R'} Cp}$$

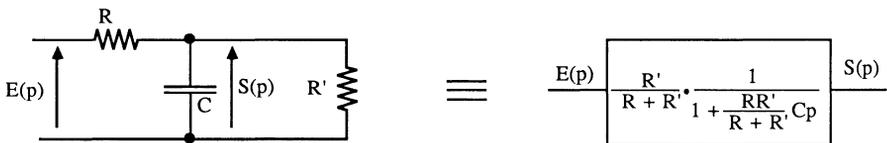


Figure 1.39.

- Addition de deux signaux par circuit passif (figure 1.40).

$$U(p) = E_1(p) \frac{1}{2} + E_2(p) \frac{1}{2}$$

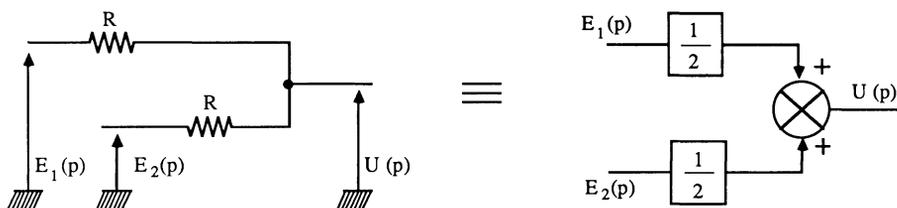


Figure 1.40.

- Soustraction de deux signaux (figure 1.41).

$$U(p) = [+ E_2(p) - E_1(p)] A(p)$$

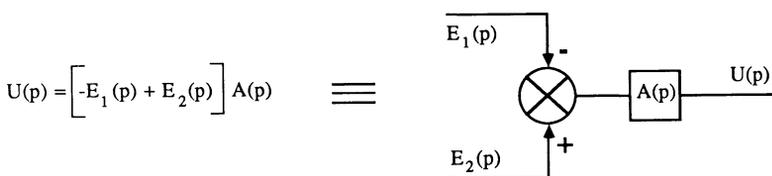


Figure 1.41.

### 1.3.2.2. Déplacements des blocs, simplifications

La méthode des schémas-blocs est une méthode de calcul. Dans un premier temps, on construit un schéma-bloc à partir du système physique puis on le réduit dans la mesure du possible. Nous indiquons trois types de simplifications :

- mise en cascade de blocs (figure 1.42),
- réduction de boucle (figure 1.43),
- déplacement de blocs (figure 1.44).

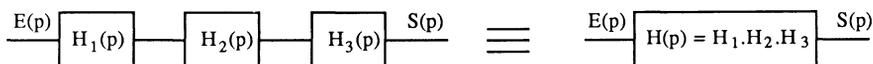


Figure 1.42.

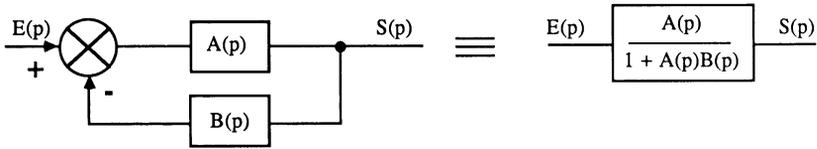


Figure 1.43.

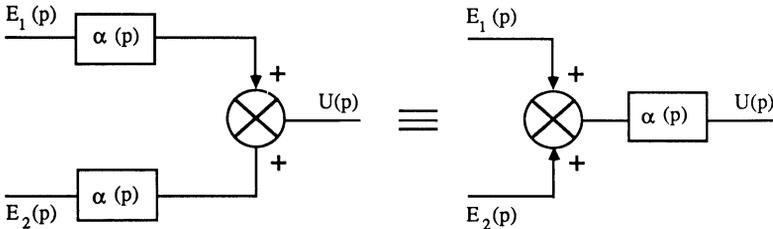


Figure 1.44.

1.3.3. DIAGRAMMES FONCTIONNELS (*fonction sharp*)

Si la représentation en schémas fonctionnels est une représentation mathématique, celle en diagrammes fonctionnels est, avant tout, physique (synoptique détaillé des systèmes). La figure 1.45 représente quelques-uns de ces diagrammes.

	amplificateur de sortie de gain en tension 1
	amplificateur en tension de gain 100
	comparateur de zéro
	trigger de Schmitt
	intégrateur
	dérivateur

Figure 1.45.

### 1.3.4. COMPORTEMENT DES FONCTIONS DE TRANSFERT

#### 1.3.4.1. Position du problème

Le comportement des fonctions de transfert est défini à partir des entrées typiques qui sont l'échelon, la rampe, l'accélération et le régime harmonique. Ce dernier n'est autre que le fonctionnement en régime sinusoïdal alors, la fonction de transfert utilise la variable complexe

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \underline{H} = a(\omega) + jb(\omega) \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} |\underline{H}| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \varphi_{\underline{H}} = \text{arc tg } \frac{b}{a} \end{array} \right.$$

Sa représentation en fréquence peut s'effectuer de trois manières différentes que nous citons par ordre d'utilisation dans le « monde de l'électronique ».

**Représentation de Bode.** Elle consiste en deux tracés indépendants, l'un pour le module, l'autre pour la phase (argument).

— **Diagramme module**  $|\underline{H}|$  :

- **abscisse** : fréquence ou pulsation sur échelle logarithmique,
- **ordonnée** :  $20 \log |\underline{H}|$  en décibels sur échelle linéaire.

— **Diagramme argument** :

- **abscisse** : fréquence ou pulsation sur échelle logarithmique,
- **ordonnée** : argument en degrés ou en radians sur échelle linéaire.

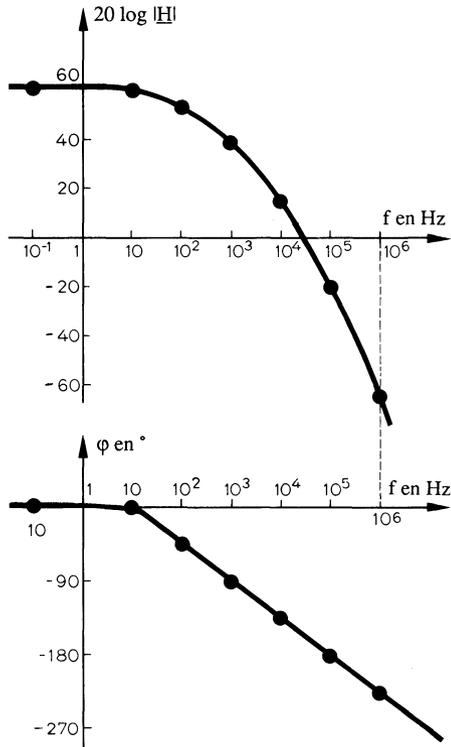
**Représentation de Nyquist.** Elle consiste en un seul tracé dans le plan complexe du lieu des extrémités des vecteurs, pour chaque fréquence ou pulsation. Ces vecteurs sont définis par le module  $|\underline{H}|$  et l'argument  $\varphi_{\underline{H}}$ .

**Représentation de Black.** Elle consiste en un seul tracé dans un plan défini en abscisse par l'argument et en ordonnée par le module  $20 \log |\underline{H}|$ , dans les deux cas sur échelle linéaire.

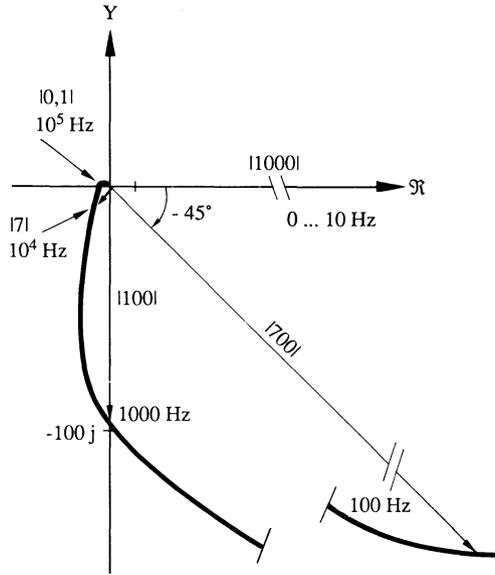
**Exemple.** Les mesures en fréquence effectuées sur un amplificateur ont donné les résultats rassemblés dans le tableau 1.3. A partir de ceux-ci, nous représentons sur la figure 1.46 les réponses en fréquence de Bode, de Nyquist et de Black qui nous permettent d'apporter quelques remarques.

— A cause des échelles ou valeurs logarithmiques, les diagrammes de Bode et Black sont correctement exploitables pour toutes les fréquences.

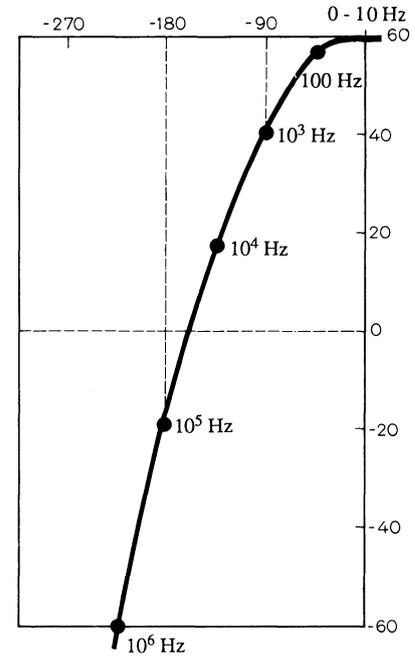
— La représentation de Nyquist n'est en fait utilisée que pour l'étude de la stabilité d'un système (et seulement dans certains cas) en travaillant autour des points  $\pm 1$ .



**Bode**



**Nyquist**



**Black**

**Figure 1.46.**

*Rappels généraux*

Tableau 1.3

f en Hz	0	10	100	1 000	10 000	100 000	10 <sup>6</sup>
<u>H</u>	10 <sup>3</sup>	≈ 10 <sup>3</sup>	700	100	7	0,1	0,0007
20 log   <u>H</u>   en dB	60	≈ 60	57	40	17	- 20	- 63
φ en °	0	≈ 0	- 45	- 90	- 135	- 180	- 225

— Le choix entre les diagrammes de Bode et de Black est un choix mathématique. En effet, toute fonction de transfert étant le produit de fonctions de base, il suffit de représenter indépendamment chacune d'elles en module et en phase puis d'en faire la somme afin d'obtenir le résultat souhaité (somme des modules à cause des valeurs logarithmiques et sommes des arguments à cause des propriétés des nombres complexes).

1.3.4.2. Diagrammes de Bode

Ils permettent une représentation rapide des fonctions à partir de leurs droites asymptotiques alors que la réponse réelle s'effectue point par point. Les fonctions de transfert de base sont

$$\begin{array}{ll}
 H_0(p) = A & H_1(p) = - A \\
 H_2(p) = \frac{p}{\omega_0} & H_3(p) = \frac{1}{p/\omega_0} \\
 H_4(p) = 1 + \frac{p}{\omega_0} & H_5(p) = \frac{1}{1 + p/\omega_0} \\
 H_6(p) = 1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} & H_7(p) = \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}
 \end{array}$$

Elles sont facilement déductibles les unes des autres et peuvent être écrites différemment. Prenons comme exemple H<sub>4</sub> :

$$1 + \frac{p}{\omega_0} \quad \text{ou} \quad 1 + \tau p \quad \text{ou} \quad 1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \quad \text{ou} \quad 1 + \frac{jf}{f_0}$$

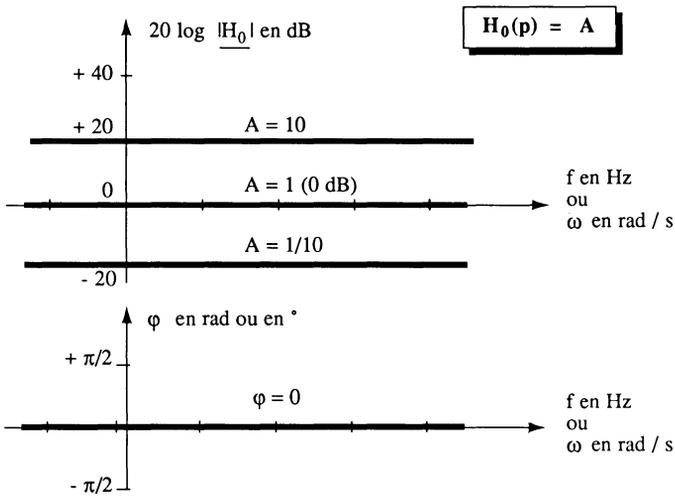
Remarquons que  $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$ .

**Représentation de  $H_0(p) = A$**  (figure 1.47). En écriture imaginaire cela donne

$$\underline{H}_0 = A = A + j 0$$

**module :**  $|H_0| = A$  soit **20 log A**

**argument :**  $\text{arc tg } \frac{0}{A} = 0$  soit  **$\varphi = 0$**



**Figure 1.47.**

**Représentation de  $H_1(p) = -A$**  (figure 1.48). Nous avons

$$\underline{H}_1 = -A = -A + j 0$$

**module :**  $|H_1| = A$  soit **20 log A**

**argument :** « opposition de phase » soit  **$\varphi = -\pi$**   
(ou  $+\pi$  ou  $+\kappa\pi$  dans le sens trigonométrique).

**Représentation de  $H_2(p) = \frac{p}{\omega_0}$**  (figure 1.49). Cette fonction devient

$$\underline{H}_2 = j \frac{\omega}{\omega_0} = 0 + j \frac{\omega}{\omega_0}$$

elle est imaginaire pure ;

**module :**  $|\underline{H}_2| = \frac{\omega}{\omega_0}$  soit **20 log  $\frac{\omega}{\omega_0}$**

arguments : l'opérateur + j donne  $\phi = + \frac{\pi}{2}$

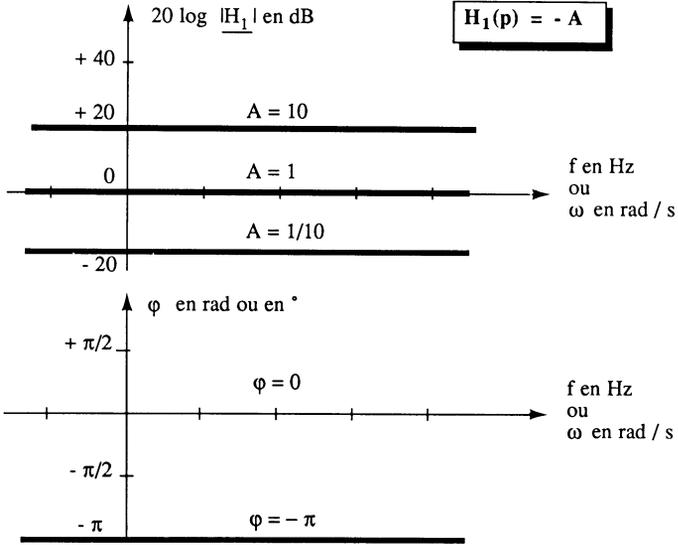


Figure 1.48.

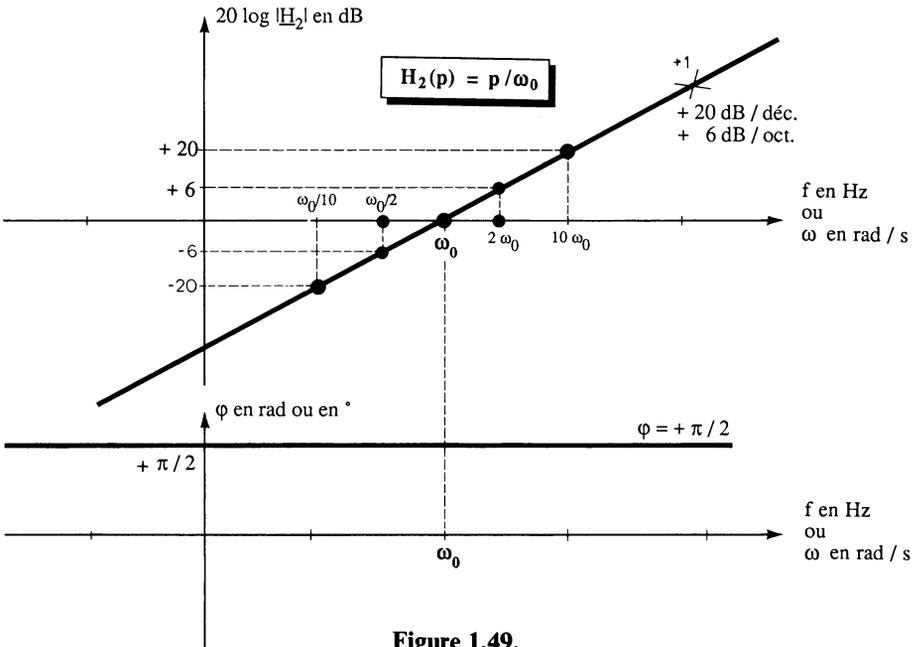


Figure 1.49.

Le module représente une droite de pente positive

- de + 20 dB par décade

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \omega_0, \quad 20 \log 1 = 0 \text{ dB} \\ \omega = 10 \omega_0, \quad 20 \log 10 = + 20 \text{ dB} \\ \omega = \frac{\omega_0}{10}, \quad 20 \log \frac{1}{10} = - 20 \text{ dB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{décade} \\ \times 10 \\ : 10 \end{array}$$

- de + 6 dB par octave

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2 \omega_0, \quad 20 \log 2 = + 6 \text{ dB} \\ \omega = \frac{\omega_0}{2}, \quad 20 \log \frac{1}{2} = - 6 \text{ dB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{octave} \\ \times 2 \\ : 2 \end{array}$$

couplant l'axe des abscisses à la pulsation  $\omega = \omega_0$  appelée **pulsation de coupure** (ou **f<sub>0</sub> = fréquence de coupure**).

**Remarque.** Afin de « soulager » l'écriture, une droite de pente + 20 dB par décade (ou + 6 dB par octave) est indiquée par une croix ou (+ 1). Comme on ne rencontre que des pentes asymptotiques multiples de ± 20 dB par décade, le repère sera n croix ou (± n).

**Représentation de  $H_3(p) = \frac{1}{p} = \frac{\omega_0}{\omega}$**  (figure 1.50). Il faut étudier

$$\underline{H}_3 = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{j\omega} = 0 - j \frac{\omega_0}{\omega}$$

C'est encore une fonction imaginaire pure

**module :**  $|\underline{H}_3| = \frac{\omega_0}{\omega}$  soit **20 log  $\frac{\omega_0}{\omega}$**

**argument :** l'opérateur - j donne  $\varphi = - \frac{\pi}{2}$

Le module représente une droite de pente négative

- de - 20 dB par décade

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \omega_0, \quad 20 \log 1 = 0 \text{ dB} \\ \omega = 10 \omega_0, \quad 20 \log \frac{1}{10} = - 20 \text{ dB} \\ \omega = \frac{\omega_0}{10}, \quad 20 \log 10 = + 20 \text{ dB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{décade} \\ \times 10 \\ : 10 \end{array}$$

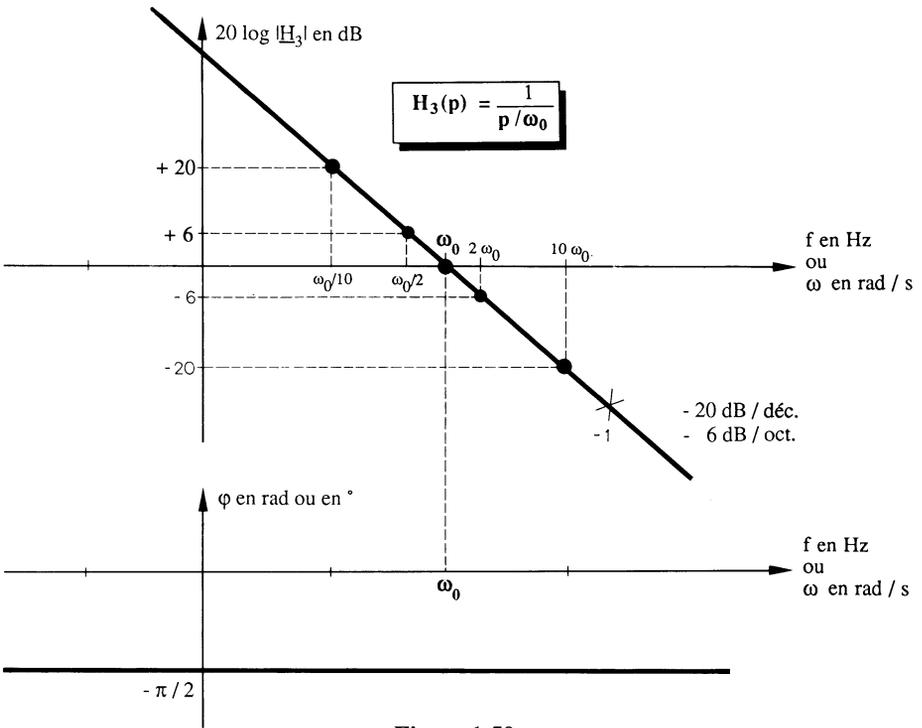


Figure 1.50.

- de - 6 dB par octave

$$\left. \begin{aligned}
 \omega = 2 \omega_0, & \quad 20 \log \frac{1}{2} = - 6 \text{ dB} \\
 \omega = \frac{\omega_0}{2}, & \quad 20 \log 2 = + 6 \text{ dB}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{octave} \\ \times 2 \\ : 2 \end{array}$$

couplant l'axe des abscisses à la pulsation  $\omega = \omega_0$ , appelée **pulsation de coupure** (ou  $f_0 =$  **fréquence de coupure**).

**Représentation de  $H_4(p) = 1 + \frac{p}{\omega_0}$**  (figure 1.51). La fonction à étudier est

$$\underline{H}_4 = 1 + j \frac{\omega}{\omega_0}$$

**module :**  $|\underline{H}_4| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$  soit  $20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

**argument :**  $\varphi = \text{arc tg} \frac{\omega/\omega_0}{1}$

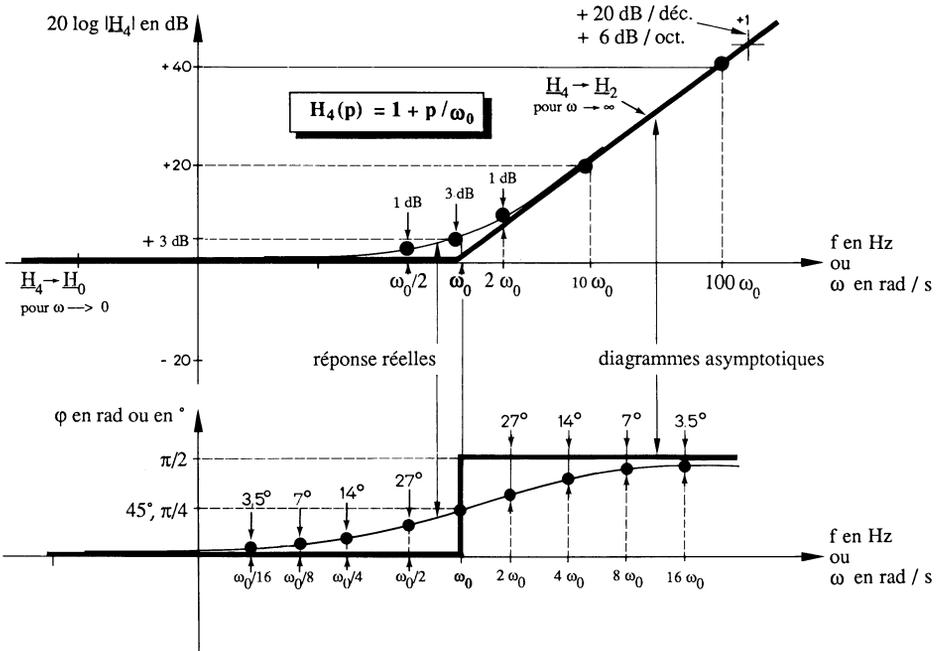


Figure 1.51.

Recherchons les asymptotes.

- Lorsque  $\omega$  tend vers zéro, nous avons  $1 \gg \frac{\omega}{\omega_0}$

alors  $H_4 \simeq 1 = H_0$ , avec  $A = 1$  soit  $0 \text{ dB}$ .

- Lorsque  $\omega$  tend vers l'infini, nous avons  $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$

alors

$$H_4 \simeq \frac{j\omega}{\omega_0} = H_2$$

Les deux droites correspondant à  $H_0$  et  $H_2$  sont dites asymptotiques de la fonction  $H_4$ . Leur point de rencontre pour  $\omega_0$  s'appelle la **pulsation de cassure** (ou  $f_0$ , **fréquence de cassure**).

Les réponses réelles, module et phase, différentes des diagrammes asymptotiques autour de la pulsation de cassure  $\omega_0$  sont obtenues par calcul de différentes valeurs.

**Module :**

pour  $\omega = \omega_0$ ,  $20 \log \sqrt{1 + 1} = +3 \text{ dB}$

pour  $\omega = \frac{\omega_0}{2}$ ,  $20 \log \sqrt{1 + \frac{1}{4}} \simeq + 1 \text{ dB}$

pour  $\omega = 2 \omega_0$ ,  $20 \log \sqrt{1 + 4} \simeq 7 \text{ dB}$

**Argument :**

pour  $\omega = \omega_0$ ,  $\text{arc tg } 1 = 45^\circ$

$\omega = \frac{\omega_0}{2}$ ,  $\text{arc tg } \frac{1}{2} = 26,5^\circ$

$\omega = \frac{\omega_0}{4}$ ,  $\text{arc tg } \frac{1}{4} = 14^\circ$

$\omega = \frac{\omega_0}{8}$ ,  $\text{arc tg } \frac{1}{8} = 7,12^\circ$

$\omega = \frac{\omega_0}{16}$ ,  $\text{arc tg } \frac{1}{16} = 3,57^\circ$

et pour

$\omega = 2 \omega_0$ ,  $\text{arc tg } 2 = 63,4^\circ = 90^\circ - 26,6^\circ$

$\omega = 4 \omega_0$ ,  $\text{arc tg } 4 = 75,96^\circ = 90^\circ - 14,04^\circ$

$\omega = 8 \omega_0$ ,  $\text{arc tg } 8 = 82,87^\circ = 90^\circ - 7,13^\circ$

$\omega = 16 \omega_0$ ,  $\text{arc tg } 16 = 86,42^\circ = 90^\circ - 3,58^\circ$

Ces résultats indiquent que **les écarts aux diagrammes asymptotiques sont, par octave inférieur ou supérieur :**

pour le module,  $\omega_0 : 3 \text{ dB}$ ,  $\frac{\omega_0}{2}$  ou  $2 \omega_0 : 1 \text{ dB}$ ,

pour l'argument,  $\omega_0 : 45^\circ$ ,  $\frac{\omega_0}{2}$  ou  $2 \omega_0 : 27^\circ$ ,  $\frac{\omega_0}{4}$  ou  $4 \omega_0 : 14^\circ$ ,

$\frac{\omega_0}{8}$  ou  $8 \omega_0 : 7^\circ$ ,  $\frac{\omega_0}{16}$  ou  $16 \omega_0 : 3,5^\circ$

**La valeur des écarts aux diagrammes asymptotiques doit être connue parfaitement.**

Représentation de  $H_s(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_0}}$  (figure 1.52).

Il faut étudier la fonction  $\frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{N}{D}$

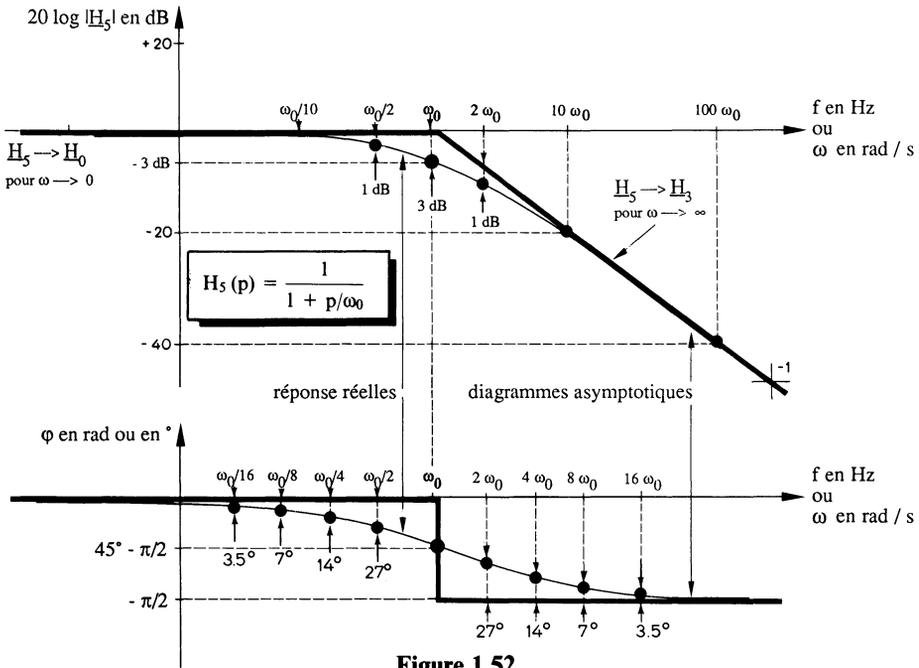


Figure 1.52.

module :

$$|H_5| = \frac{|N|}{|D|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

soit

$$0 - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

argument :

$$\varphi = \text{arc tg } \underline{N} - \text{arc tg } \underline{D} = 0 - \text{arc tg } \frac{\omega}{\omega_0}$$

Ces relations indiquent que la fonction  $H_5$  est symétrique de  $H_4$ . Les représentations asymptotiques et réelles de Bode sont elles aussi symétriques (par rapport à l'axe des abscisses).

- Lorsque  $\omega$  tend vers zéro, nous avons

$$1 \gg \frac{\omega}{\omega_0}$$

alors  $H_5 \simeq 1 = H_0$

- Lorsque  $\omega$  tend vers l'infini, nous avons

$$\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$$

alors 
$$H_5 \simeq \frac{1}{j \omega / \omega_0} = \underline{H}_3$$

Les réponses réelles représentent, par rapport aux diagrammes asymptotiques, les écarts vus précédemment.

**Représentation de** 
$$H_6(p) = 1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}$$

et 
$$H_7(p) = \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Comme pour  $H_4(p)$  et  $H_5(p)$ , ces fonctions sont symétriques. Il suffit de n'en étudier qu'une seule.  $H_7(p)$  étant de loin, la plus utilisée, c'est elle que nous présentons dans ce paragraphe. Elle s'écrit aussi

$$\underline{H}_7 = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2z j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$z$  représente le coefficient d'amortissement (on trouve aussi dans la littérature  $m$ ,  $\zeta$ , ...) et  $\omega_0$  la pulsation du système non amorti.

**module :** 
$$|\underline{H}_7| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]^2 + \left[2z \frac{\omega}{\omega_0}\right]^2}}$$

**argument :** 
$$\varphi = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2z \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Les fonctions module et argument dépendent de la valeur de  $z$  alors que les droites asymptotiques sont communes.

- **Lorsque  $\omega$  tend vers zéro**, nous avons

$$1 \gg 2z \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{et à fortiori} \quad 1 \gg \gg \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$$

alors 
$$\underline{H}_7 \simeq \frac{1}{1} = \underline{H}_0$$

- **Lorsque  $\omega$  tend vers l'infini**, nous avons

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \gg 2z \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$$

alors 
$$\underline{H}_7 \simeq \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} = \underline{H}_3^2$$

Cette droite asymptotique, de pente  $-40$  dB par décade ou  $-12$  dB par octave, coupe l'axe des abscisses pour  $\omega = \omega_0$ .

La détermination des réponses réelles par l'étude mathématique de la fonction de transfert (fonction du second ordre), laisse apparaître trois cas.

- $z = 1$ , racines réelles doubles  $\omega_0$ .

$$H_7(p) = \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)^2} = H_5^2(p)$$

La réponse réelle passe par le point  $-6$  dB pour  $\omega = \omega_0$  (2 fois  $-3$  dB).

- $z > 1$ , racines réelles distinctes  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

$$H_7(p) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)} = H'_5(p) \cdot H''_5(p)$$

avec 
$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{z + \sqrt{z^2 - 1}} \quad , \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{z - \sqrt{z^2 - 1}}$$

et 
$$\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$$

- $z < 1$ , racines imaginaires distinctes. La réponse réelle présente un dépassement de valeur  $20 \log \frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}}$  à la pulsation de résonance  $\omega_R = \omega_0 \sqrt{1-2z^2}$  pour  $1-2z^2 > 0$

soit 
$$z < \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7$$

On appelle coefficient de surtension Q la valeur

$$\frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}} \simeq \frac{1}{2z} \quad \text{pour } z \ll 1$$

La figure 1.53 positionne les éléments précités alors que les figures 1.54 et 1.55 représentent les réponses réelles en module et en phase pour différentes valeurs de z. Ces dernières figures permettent d'obtenir rapidement les valeurs souhaitées sans effectuer de calculs.

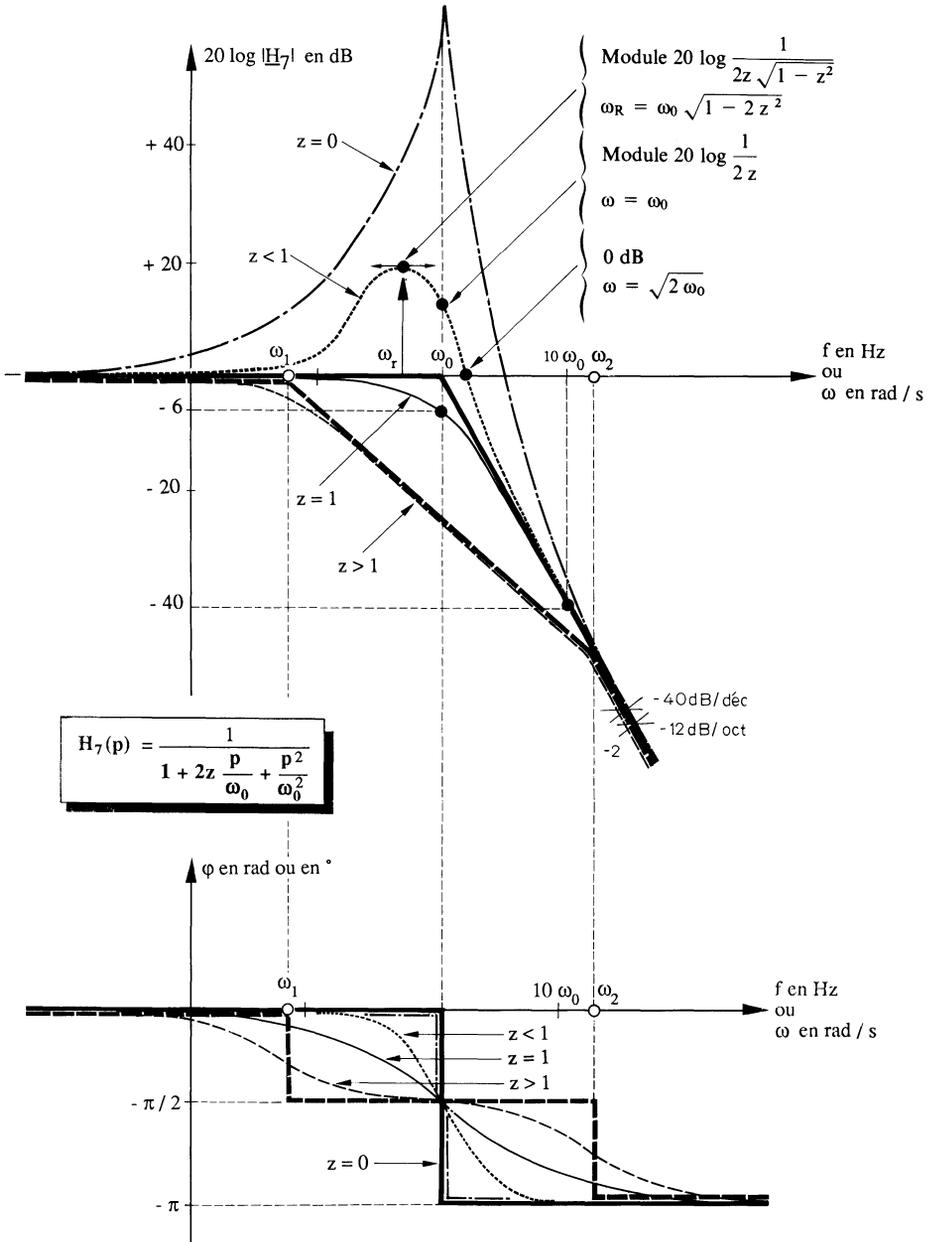


Figure 1.53.

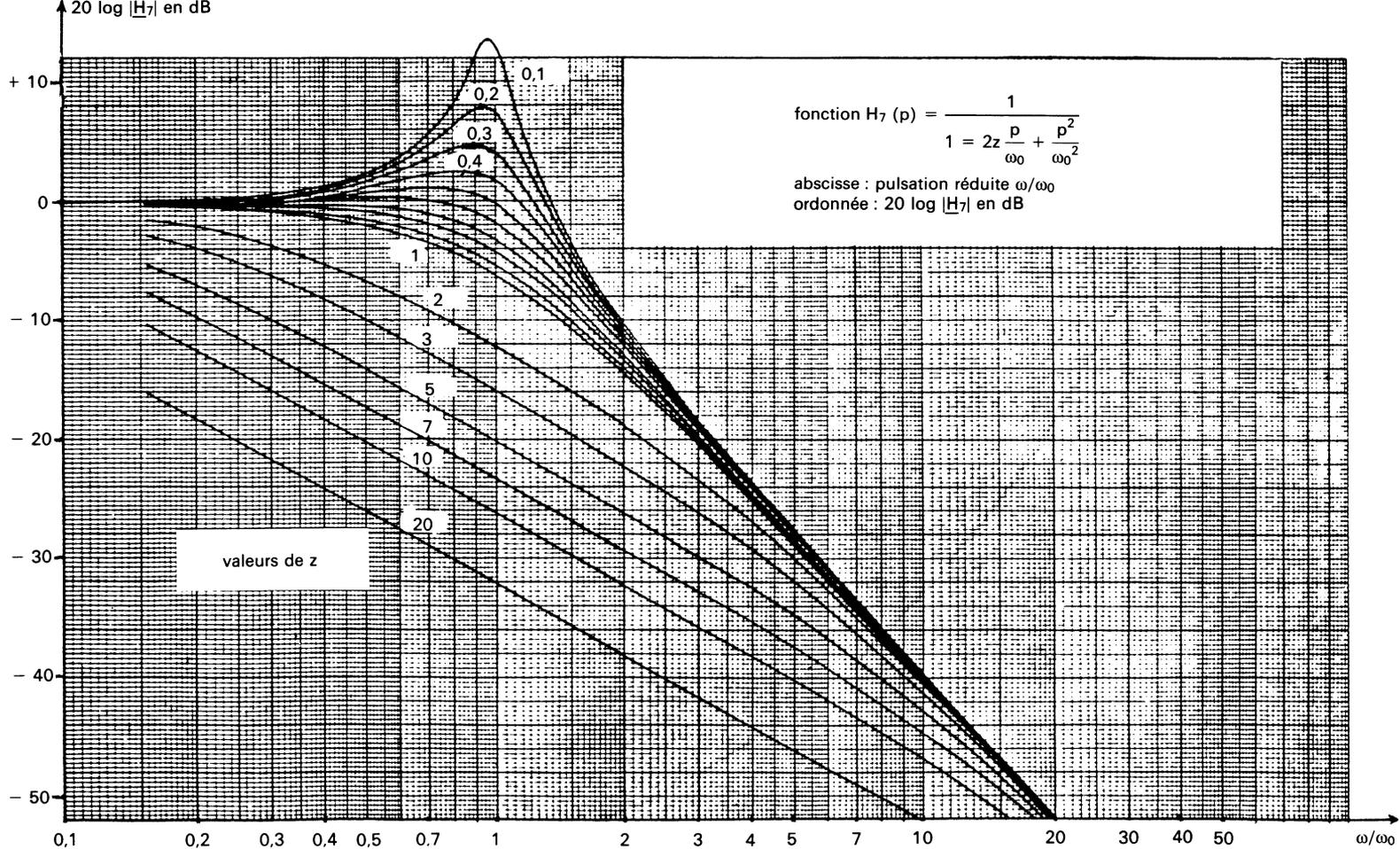


Figure 1.54.

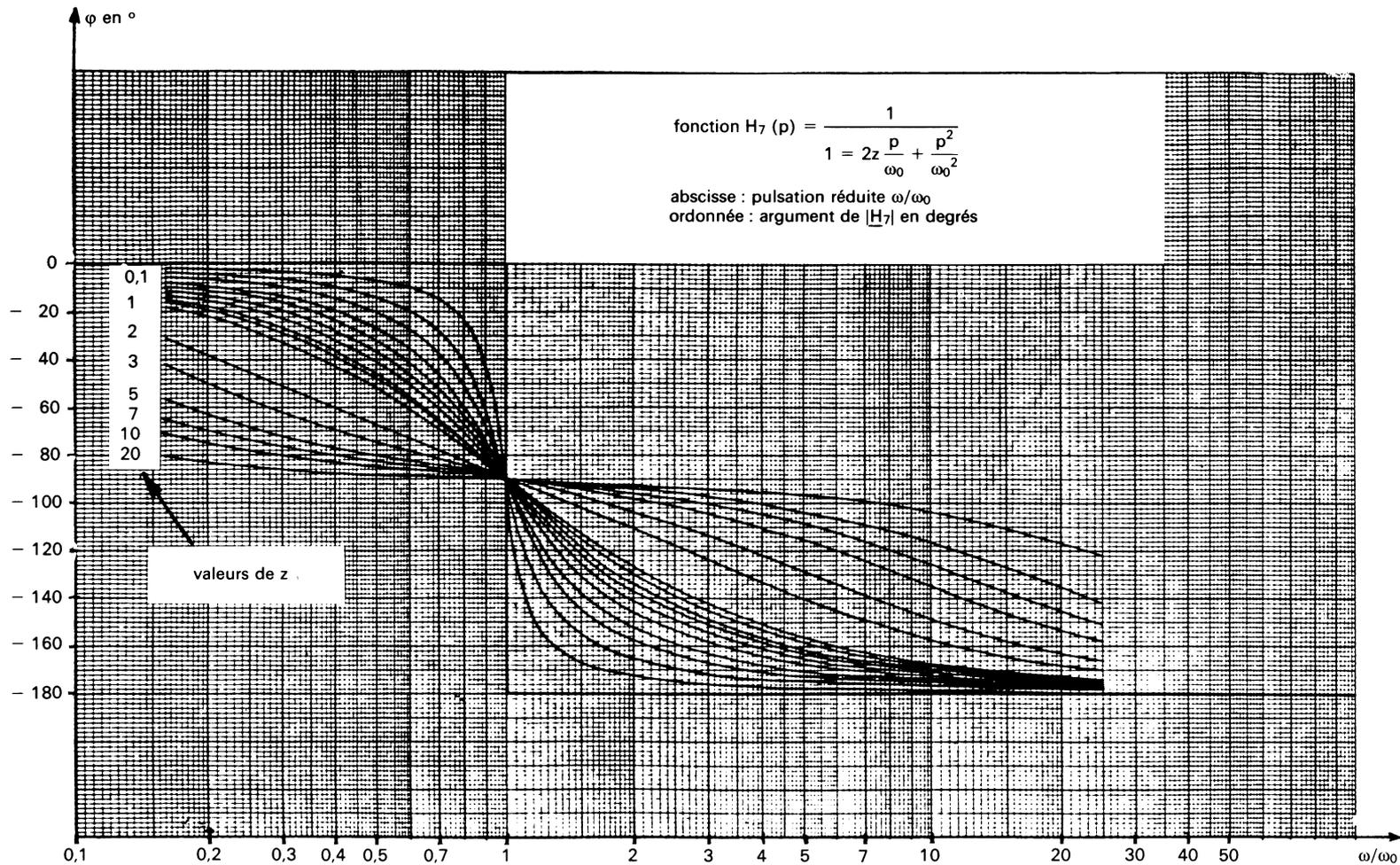


Figure 1.55.

### 1.3.4.3. Système du premier ordre

C'est un système dont la fonction de transfert s'écrit

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_0}} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\tau}$$

On étudie son comportement pour différentes entrées typiques. Les deux plus courantes sont : l'échelon et le régime harmonique.

**Réponse à un échelon** (figure 1.56). L'expression de la sortie est

$$s = S \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec  $S$ , valeur de  $s$  en régime permanent. Le temps de réponse est défini pour  $0,95 S$ . Mais dans certains cas on peut s'imposer  $0,9 S$  ou  $0,98 S$  selon la précision souhaitée.

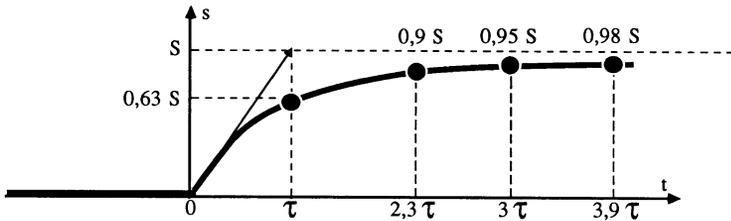


Figure 1.56.

**Réponse harmonique.** C'est celle de la fonction  $H_5$  vue précédemment.

### 1.3.4.4. Système du deuxième ordre

Il est défini par la relation

$$H(p) = \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = H_7(p)$$

**Réponse à un échelon** (figure 1.57). Elle dépend de la valeur du coefficient d'amortissement  $z$  :

- $z > 1$ , le système est amorti,
- $z < 1$ , le système oscille (oscillation amortie).

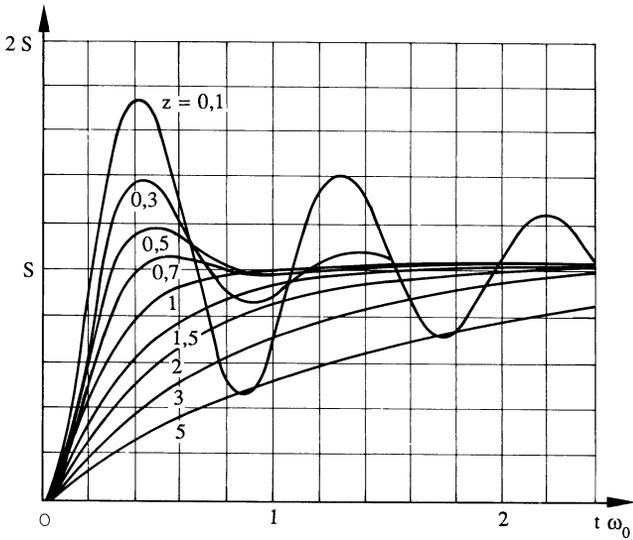


Figure 1.57.

Le temps de réponse  $t_r$  est le temps pour lequel la valeur de  $s(t)$  est constamment comprise entre 95 % et 105 % de la valeur finale. Son évolution en fonction de  $z$  est représentée sur la figure 1.58.

**Réponse harmonique.** Elle a été étudiée au paragraphe précédent.

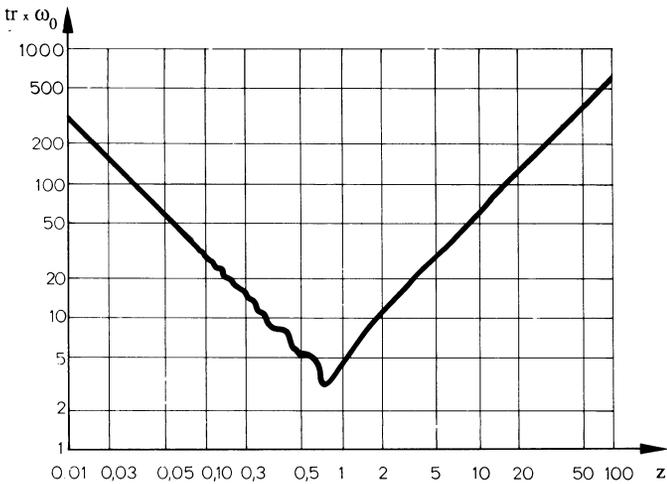


Figure 1.58.

### 1.3.4.5. Système de n-ième ordre

Un système de n-ième ordre (ordre supérieur à 2) présente une fonction de transfert qui est toujours décomposable en produits de fonctions du deuxième ordre et un premier ordre, si n est impair. On étudie séparément chaque fonction du second ordre. Si une seule présente un coefficient d'amortissement  $z$  bien inférieur à 1, alors le système oscille. Il en est de même pour la représentation de Bode où on fait la somme point par point des diagrammes asymptotiques et des réponses réelles.

### 1.3.4.6. Equations des droites asymptotiques

Nous verrons, que pour des raisons de stabilité, il est nécessaire de connaître la valeur de la pulsation ou de la fréquence pour laquelle le diagramme asymptotique du gain coupe l'axe des abscisses (0 dB). Traitons un exemple de détermination de ces équations à partir de la fonction de transfert suivante

$$H(p) = \frac{100}{\left(1 + \frac{p}{10}\right) \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{1000}\right)}$$

La représentation asymptotique de Bode est celle de la figure 1.59 (pour bien comprendre son tracé, il faut étudier les exercices qui suivent ce paragraphe).

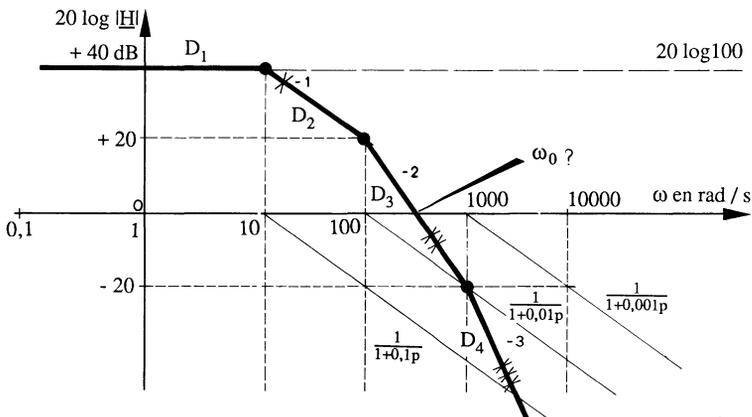


Figure 1.59.

Les équations des droites sont

$$D_1 = 40$$

$$D_2 = -20 \log \omega + B_2$$

$$D_3 = -40 \log \omega + B_3$$

$$D_4 = -60 \log \omega + B_4$$

$B_2$ ,  $B_3$  et  $B_4$  représentent des constantes que nous déterminons pour les points particuliers  $\omega = 10$ ,  $100$  et  $1000$  rad/s.

$$\omega = 10 \quad \text{donne} \quad 40 = -20 \log 10 + B_2 \quad \text{soit} \quad B_2 = +60$$

$$\omega = 100 \quad \text{donne} \quad 20 = -40 \log 100 + B_3 \quad \text{soit} \quad B_3 = +100$$

$$\omega = 1000 \quad \text{donne} \quad -20 = -60 \log 1000 + B_4 \quad \text{soit} \quad B_4 = +160$$

Ainsi

$$D_1 = 40 \quad \text{pour } \omega \leq 10$$

$$D_2 = -20 \log \omega + 60 \quad \text{pour } 10 \leq \omega \leq 100$$

$$D_3 = -40 \log \omega + 100 \quad \text{pour } 100 \leq \omega \leq 1000$$

$$D_4 = -60 \log \omega + 160 \quad \text{pour } \omega \geq 1000$$

Lorsque le tracé du diagramme ne permet pas de trouver facilement  $\omega_0$ , on identifie chaque droite  $D_2$ ,  $D_3$  et  $D_4$  à zéro et on vérifie que  $\omega_0$  est compris dans l'intervalle correspondant.

Dans le cas d'un tracé simple (notre cas), nous voyons que la droite  $D_3$  coupe l'axe des abscisses. Alors nous avons

$$0 = -40 \log \omega + 100$$

$$\text{soit} \quad \log \omega_0 = \frac{100}{40} = 2,5 \quad \text{et} \quad \omega_0 = 320 \text{ rad/s}$$

### 1.3.5. EXERCICES

**Exercice 1.** Un amplificateur est sollicité par deux signaux  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  ainsi que l'indique la figure 1.60.

— Donner l'expression de  $e(t)$  en fonction de  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  puis celle de  $s(t)$  sans charge.

— Établir le schéma-bloc correspondant à  $s(t)$  en fonction des entrées. Que devient le schéma-bloc lorsque  $R_1 = R_2$  ?

**Solution**

La fonction d'entrée de l'amplificateur est définie à partir du théorème de superposition en tenant compte de la résistance d'entrée de l'amplificateur  $R_e$ .

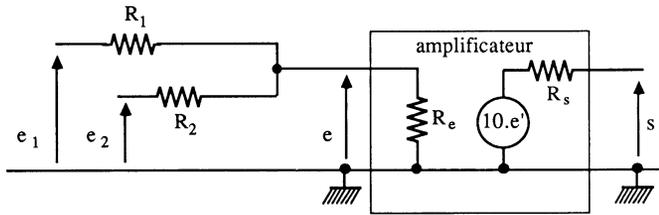


Figure 1.60.

Ainsi

$$e = \frac{R_e R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_e + R_2 R_e} e_1 + \frac{R_e R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_e + R_2 R_e} e_2$$

$$= \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$$

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent les atténuations d'entrée correspondant à des diviseurs de tensions.

L'expression de la sortie  $s$  est alors

$$s = 10 (\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2)$$

représentée sur le schéma-bloc de la figure 1.61. Pour  $R_1 = R_2$ , nous avons  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ , ce qui permet d'effectuer un déplacement de bloc.

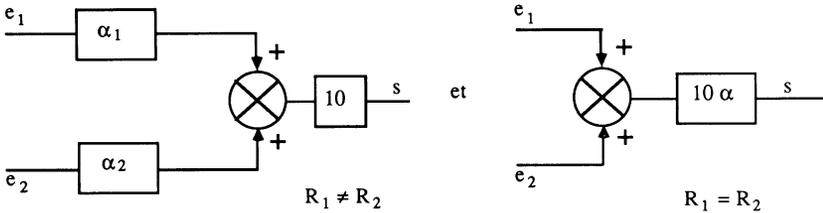


Figure 1.61.

**Exercice 2.** Le réseau passif  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C$  de la figure 1.62 est sollicité à son entrée par un signal  $e(t)$  en forme d'échelon :  $e(t) = E \cdot u(t)$ .

— Déterminer l'expression de  $s(t)$  en utilisant la transformée de Laplace.

— Si  $R_1 = R_2 = 200 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$  et  $E = 20 \text{ V}$ , au bout de combien de temps obtient-on, en sortie, une tension de 5 volts.

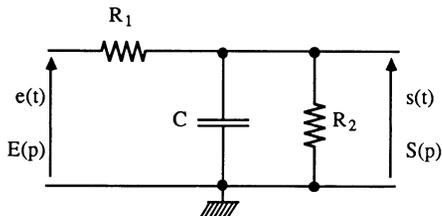


Figure 1.62.

**Solution**

La fonction de transfert d'un tel réseau peut être définie à partir du diviseur d'impédance constitué de

$$Z_1(p) = R_1 \quad \text{et} \quad Z_2(p) = \frac{R_2 \times \frac{1}{Cp}}{R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{R_2}{1 + R_2 Cp}$$

soit 
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 Cp}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 Cp}}$$

et 
$$H(p) = \frac{R_2}{R_1 (1 + R_2 Cp) + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 Cp}$$

Pour se ramener à un produit de fonction de transfert de base, il faut diviser le numérateur et le dénominateur par le terme  $R_1 + R_2$ , ce qui donne

$$H(p) = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} Cp} = \frac{K}{1 + \tau p} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\ \tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \end{cases}$$

C'est une fonction de premier ordre.

La transformée de Laplace de l'entrée est

$$\mathcal{L}[e(t)] = E(p) = \frac{E}{p}$$

et celle de la sortie

$$S(p) = H(p) \cdot E(p) = \frac{KE}{p(1 + \tau p)}$$

Revenir à la fonction temporelle  $s(t)$ , impose de décomposer  $S(p)$  en fractions rationnelles.

$$S(p) = \frac{KE}{p(1 + \tau p)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{1 + \tau p}$$

Multiplions tous les termes par  $p$  et faisons  $p = 0$ , nous obtenons

$$KE = A + 0 \quad \text{soit} \quad A = KE.$$

Multiplions tous les termes par  $1 + \tau p$  et faisons  $p = -\frac{1}{\tau}$ , cela donne

$$-\tau KE = 0 + B \quad \text{soit} \quad B = -\tau BE.$$

Ainsi 
$$S(p) = \frac{KE}{p} - \frac{\tau KE}{1 + \tau p} = \frac{KE}{p} - \frac{KE}{\frac{1}{\tau} + p}$$

Ces deux fonctions étant dans le tableau 1.2 des transformées de Laplace, nous avons

$$s(t) = \left[ KE - KE e^{-\frac{t}{\tau}} \right] u(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) u(t)$$

Après application de l'échelon de tension, la sortie atteint 5 volts au bout du temps  $t_0$  défini par la relation

$$5 = 10 \left( 1 - e^{-\frac{t_0}{0,1}} \right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = 10 \\ \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C = 0,1 \text{ s} \end{cases}$$

La résolution de cette équation est définie par un calcul logarithmique (voir paragraphe 3.4.2.). On obtient alors  $t_0 = 69 \text{ ms}$ , valeur positionnée sur le graphe de la figure 1.63.

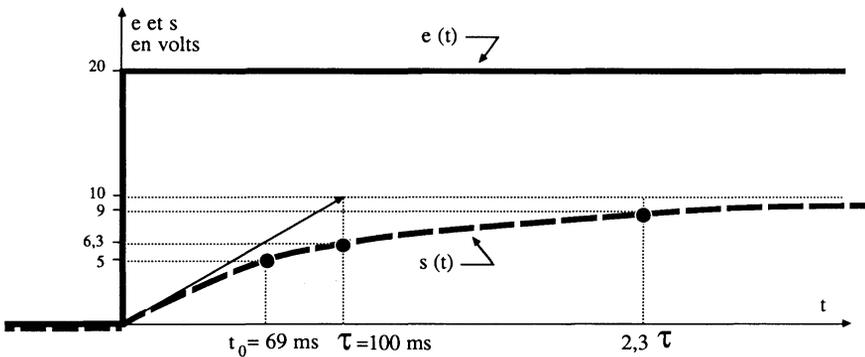


Figure 1.63.

**Exercice 3.** Le réseau  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C$  de la figure 1.62 travaille maintenant en régime harmonique. En prenant comme application numérique  $R_1 = 90 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $C = 10 \text{ nF}$ , représenter :

- les diagrammes de Bode,
- le diagramme de Nyquist.

**Solution**

La fonction de transfert définie précédemment se met sous la forme

$$H(p) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C p} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1 + 9 \cdot 10^{-5} p}$$

Elle correspond au produit des fonctions de transfert de base,  $H(p) = H_0(p) \cdot H_5(p)$ . Chacune d'elles est représentée sur le graphe de la figure 1.64 et leur somme point par point fournit la réponse souhaitée. Le gain statique est de  $-20$  dB et la fréquence de cassure

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-5}} = 1768 \text{ Hz}$$

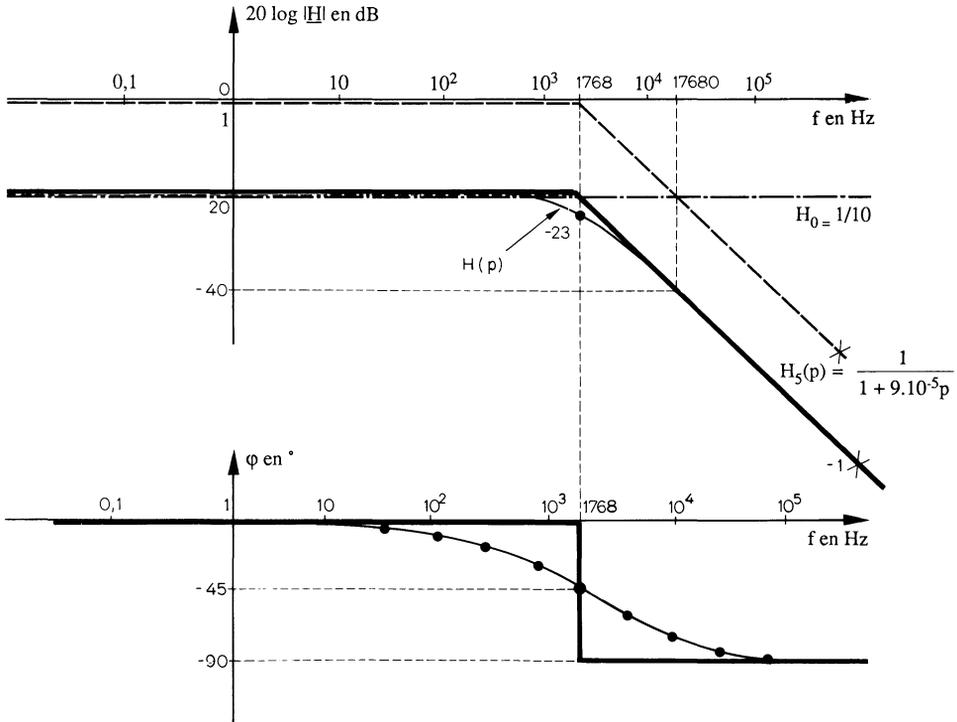


Figure 1.64.

Pour 17680 Hz, le module de  $H$  est de 0,01 et la phase voisine de  $-90^\circ$ .

A partir des valeurs du module et de l'argument nous représentons le diagramme de Nyquist sur la figure 1.65. C'est un cercle centré sur l'axe des réels à la valeur de 0,05.

**Exercice 4.** La fonction de transfert d'un amplificateur associé à un réseau correcteur est définie par la relation

$$H(p) = \frac{10^4 (1 + 0,01 p)}{(1 + 0,1 p) (1 + 0,001 p)}$$

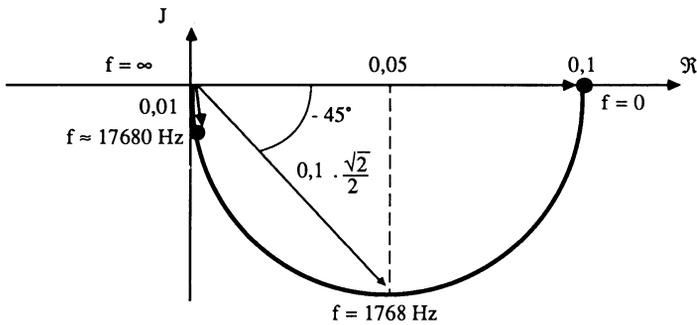


Figure 1.65.

Représenter les réponses en fréquence de Bode et de Nyquist de cette fonction en prenant comme variable la pulsation  $\omega$ .

Quel est le gain en tension approximatif de cet amplificateur pour une fréquence de fonctionnement de 1 600 Hz puis 16 000 Hz ?

**Solution**

Cette fonction est décomposable de la manière suivante

$$H(p) = 10^4 \cdot (1 + 0,01 p) \cdot \frac{1}{1 + 0,1 p} \cdot \frac{1}{1 + 0,001 p}$$

avec un gain statique de  $10^4$  et les pulsations de cassures de 100, 10 et 1 000 rad/s. Les représentations de Bode sont indiquées sur la figure 1.66. Elles permettent d'obtenir facilement quelques valeurs particulières du module et de l'argument présentées sur le tableau 1.4. A partir de ces valeurs, on trace le lieu de Nyquist de la figure 1.67.

Le calcul des valeurs particulières demandées impose de passer de la fréquence à la pulsation. On peut aussi déterminer la valeur du module directement sur le diagramme de Bode correspondant. Ainsi pour

$$f = 1\,600 \text{ Hz}, \quad \omega \simeq 10^4 \text{ rad/s}, \quad |\underline{H}| = 100$$

et  $f = 16\,000 \text{ Hz}, \quad \omega \simeq 10^5 \text{ rad/s}, \quad |\underline{H}| = 10$

**Tableau 1.4**

$\omega$ en rad/s	0	10	100	1 000	10 000
$20 \log  \underline{H} $ en dB	80	77	63	57	40
$ \underline{H} $	$10^4$	7 000	1 400	700	100
$\varphi$ en °	0	$\simeq -45$	$\simeq -45$	$\simeq -45$	$\simeq -90$

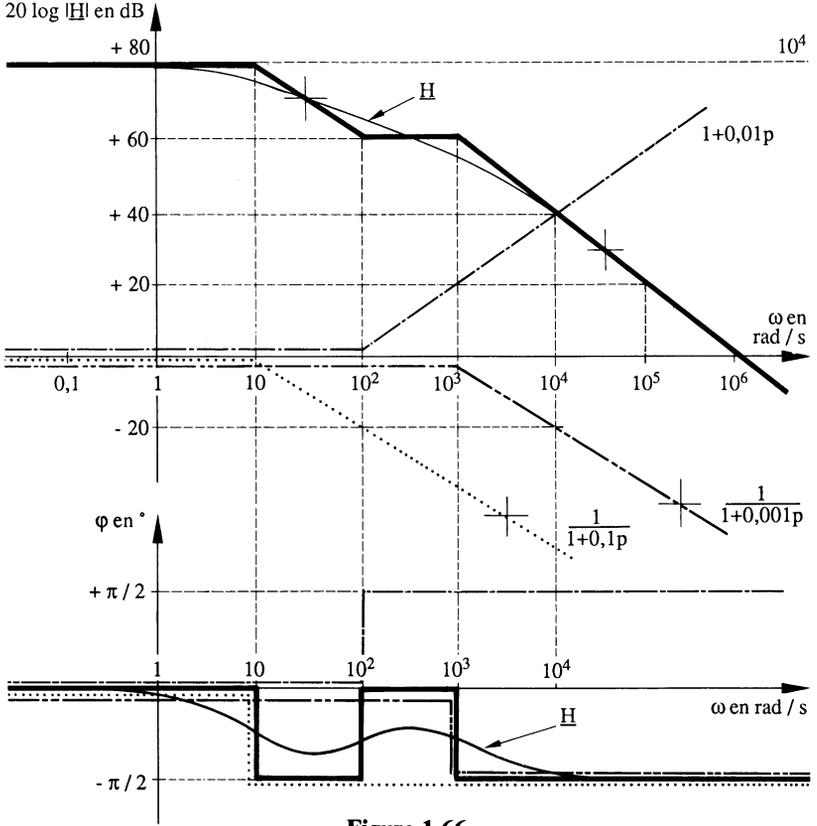


Figure 1.66.

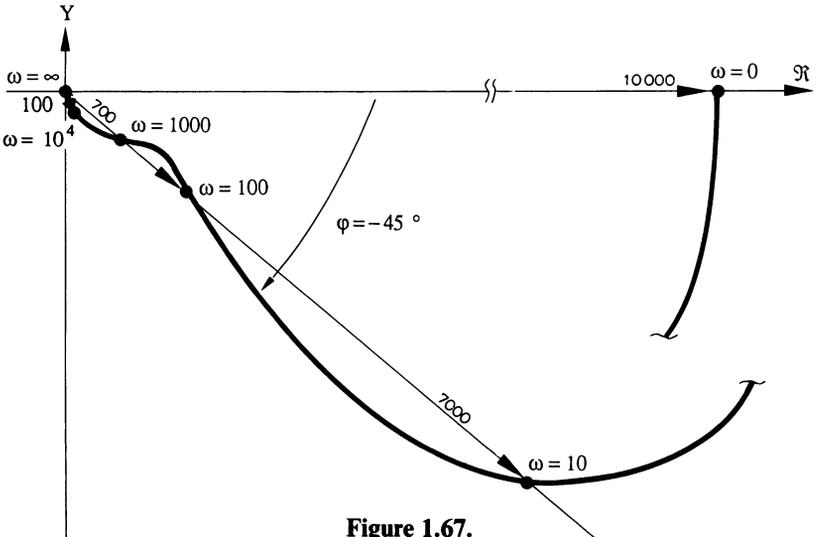


Figure 1.67.

**Exercice 5.** Le réseau RLC de la figure 1.35 travaille en régime harmonique. La tension sinusoïdale appliquée à l'entrée est de 1 volt crête à crête. Sachant que  $R = 200 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$  et  $C = 1 \text{ nF}$ ,

- déterminer les valeurs de  $\omega_0$ ,  $z$  et  $\omega_R$ ,
- pour ces pulsations, que vaut l'amplitude crête à crête de la sortie ?

**Solution**

La fonction de transfert de ce réseau est du second ordre

$$H(p) = \frac{1}{1 + RCp + LCp^2} \equiv \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Par identification, nous avons

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-9}}} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\left( f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 160\,000 \text{ Hz} \right)$$

et  $\frac{2z}{\omega_0} = RC$  soit  $z = \frac{\omega_0}{2} RC = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,1$

On en déduit la pulsation de résonance  $\omega_R$ ,

$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - 2z^2} = 10^6 \sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-2}} = 0,9899 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

Pour la pulsation propre  $\omega_0$ , le module de la fonction de transfert est

$$\frac{1}{2z} = 5$$

L'amplitude crête à crête de sortie est donc

$$1 \times 5 = 5 \text{ volts crête à crête}$$

A la pulsation de résonance  $\omega_R$ , ce module devient

$$\frac{1}{2z \sqrt{1 - z^2}} = \frac{1}{0,2 \cdot 0,995} = 5,025$$

et l'amplitude de sortie 5,025 volts crête à crête.

Ces résultats sont obtenus à partir des éléments des figures 1.53 et 1.54.

## 1.4. RAPPELS CONCERNANT L'AMPLIFICATION A TRANSISTORS

Pour cette section, il sera toujours utile de se reporter aux ouvrages *Amplificateurs de puissance* et *Composants actifs discrets*.

### 1.4.1. PARAMÈTRES ÉLÉMENTAIRES D'UN AMPLIFICATEUR EN RÉGIME DYNAMIQUE

Il faut considérer deux cas.

— La fonction amplificateur où les paramètres sont  $R_e$  la résistance d'entrée,  $R_s$  la résistance de sortie et  $G_{v0}$  le gain tension à vide.

— Le composant amplificateur (par exemple l'amplificateur opérationnel) où nous avons  $r_e$  la résistance d'entrée,  $r_s$  la résistance de sortie et  $A$  le gain en tension à vide.

Cette double considération est nécessaire lorsqu'on réalise une fonction amplificateur avec un composant, lui aussi amplificateur en tension.

Il faut rappeler que :

— la résistance d'entrée  $R_e$  est définie comme étant le quotient de la tension d'entrée par le courant d'entrée

$$R_e = \frac{v_e}{i_e}$$

— la résistance de sortie  $R_s$  et le gain en tension à vide  $G_{v0}$  sont les éléments du générateur de Thévenin de sortie

$$v_s = G_{v0} \cdot v_e - R_s i_s$$

— et que toute modification liée à la fréquence de fonctionnement est exclue (sinon on parle impédance et fonction de transfert).

### 1.4.2. MONTAGES FONDAMENTAUX A TRANSISTORS EN BASSE FRÉQUENCE

Les transistors utilisés dans les amplificateurs opérationnels sont les transistors bipolaires et les transistors à effet de champ à jonction (plus rarement les MOS). Nous allons présenter les montages fondamentaux avec les deux composants principaux, à partir des schémas de principe. La polarisation, volontairement omise à des fins de simplification, ne doit pas être négligée en pratique. Citons ces montages fondamentaux :

- l'émetteur commun et la source commune,
- le collecteur commun et le drain commun,
- la base commune et la grille commune,
- la charge répartie,
- l'amplificateur différentiel,
- le montage cascode,
- l'amplificateur push-pull.

**1.4.2.1. Schémas équivalents des transistors en régime variable**

**Transistors bipolaires.** La figure 1.68 représente le schéma simplifié, basse fréquence, du transistor NPN. Pour un PNP, tensions et courants sont éventuellement inversés. La résistance  $1/h_{22}$  située entre collecteur et émetteur est négligée dans la plupart des cas à cause de sa forte valeur.

Les paramètres hybrides  $h_{11}$  et  $h_{21}$  peuvent être définis simplement par les relations

$$h_{11} = h_{11e} = \frac{\beta}{40 I_C} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \beta = \text{gain courant} \\ I_C = \text{courant collecteur au repos} \end{cases}$$

et  $h_{21} = h_{21e} \simeq h_{21E} = \beta$

Dans certains cas, le paramètre  $\beta$  est remplacé par  $g$  qui représente la pente du transistor

$$g = \frac{i_c}{v_{be}} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} \quad \text{en mA/V}$$

$$g \simeq 40 I_C = \frac{\beta}{h_{11}}$$

**Transistors à effet de champ à jonction JFET.** La figure 1.69 représente le schéma équivalent en régime variable du JFET en basse fréquence (schéma simplifié). La pente  $g$  est définie par la caractéristique statique  $I_D(V_{GS})$ . Sa valeur évolue couramment entre 0,1 mA/V et 10 mA/V.

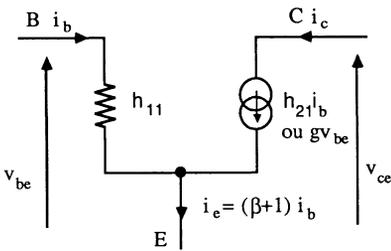


Figure 1.68.

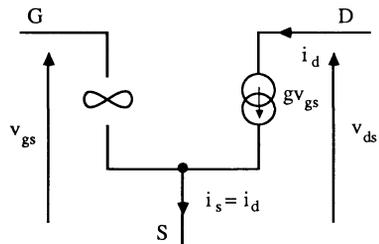


Figure 1.69.

**1.4.2.2. Montages émetteur commun et source commune**

**Emetteur commun** (figure 1.70). A partir de lignes symétriques d'alimentation, les signaux d'entrée et de sortie sont positionnés par rapport au zéro électrique (appelé « masse »). N'oublions pas que toutes les lignes

d'alimentation sont ramenées à la masse dans le schéma équivalent en régime variable. Les paramètres électriques simplifiés sont :

$$G_{v0} = - \frac{\beta R_C}{h_{11}} \simeq - 40 R_C I_C$$

$$R_e = h_{11}$$

$$R_s = R_C$$

**Source commune** (figure 1.71). Suivant le même principe que pour le montage émetteur commun, on obtient les paramètres suivants :

$$G_{v0} = - g R_D$$

$$R_e = \infty$$

$$R_s = R_D$$

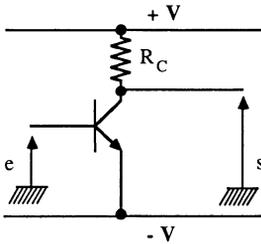


Figure 1.70.

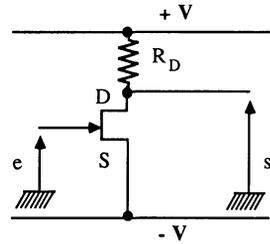


Figure 1.71.

### Remarques

— Augmenter le gain en tension de ces montages revient à remplacer les résistance  $R_C$  ou  $R_D$  par un générateur de courant. Dans ces conditions il faut tenir compte de la résistance de Norton donc des résistances  $1/h_{22}$  ou  $R_{DS}$  des transistors.

— Le gain en tension du montage source commune est plus faible que celui de l'émetteur commun. On peut alors rencontrer le mariage des deux technologies (un JFET ou un MOSFET pilotant un bipolaire).

— On peut aussi trouver un montage Darlington fonctionnant en émetteur commun équivalent. Ceci permet d'augmenter la résistance d'entrée de l'étage avec une légère diminution du gain en tension.

— Les capacités parasites  $C_{bc}$  ou  $C_{gd}$  sont des éléments très néfastes pour ces montages amplificateurs en tension. L'application du théorème de Miller (voir exercice de fin de paragraphe) indique que ces capacités sont ramenées à l'entrée et multipliées par le gain statique. C'est pour cela que les amplificateurs opérationnels (et d'une manière générale, les amplificateurs continus) présentent une première fréquence de cassure très basse (exemple :

10 Hz pour le circuit 741 que nous présenterons plus loin). Toutefois on rencontre le montage émetteur commun à éléments discrets en haute fréquence en utilisant des transistors à faibles capacités parasites et fonctionnant à faible gain en tension.

### 1.4.2.3. Montages collecteur commun et drain commun

**Collecteur commun** (figure 1.72). C'est un montage qui ne présente pas « d'isolation » entre l'entrée et la sortie. Il y a en effet influence des éléments de la sortie sur l'entrée et inversement. En supposant que la résistance  $R_{ch}$  représente la résistance globale vue par l'émetteur, nous avons

$$\begin{aligned} G_{v0} &\simeq 1 \\ R_e &\simeq \beta R_{ch} \quad (h_{11} \ll \beta R_{ch}) \\ R_s &\simeq \frac{h_{11} + r_i}{\beta} \end{aligned}$$

avec  $r_i$  = résistance de sortie de l'étage qui précède.

L'expression de la résistance de sortie indique que si  $r_i \simeq \infty$  (cas de l'émetteur commun chargé par un générateur de courant), on ne peut plus définir la sortie du montage collecteur commun comme un générateur de Thévenin mais comme un générateur de Norton (voir ouvrage *Amplificateurs de puissance*, chapitre 2).

**Drain commun** (figure 1.73). Les paramètres électriques simplifiés sont

$$\begin{aligned} G_{v0} &= \frac{g R_{ch}}{1 + g R_{ch}} \\ R_e &\simeq \infty \\ R_s &\simeq \frac{1}{g} \end{aligned}$$

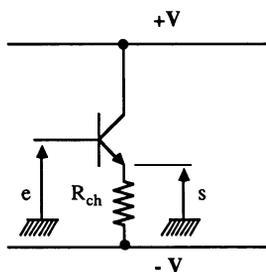


Figure 1.72.

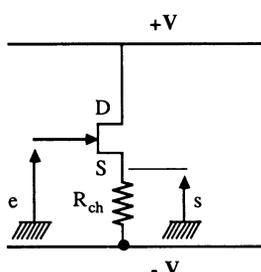


Figure 1.73.

#### 1.4.2.4. Montages base commune et grille commune

**Base commune** (figure 1.74). Les paramètres électriques simplifiés sont

$$G_{v0} = + \frac{\beta R_C}{h_{11}} \simeq + 40 R_C I_C$$

$$R_e = \frac{h_{11}}{\beta} \quad \text{car} \quad R_E \gg \frac{h_{11}}{\beta}$$

$$R_s = R_C$$

**Grille commune** (figure 1.75). Nous obtenons

$$G_{v0} = + g R_D$$

$$R_e = \frac{1}{g} \parallel R_S$$

$$R_s = R_D$$

$\frac{1}{g}$  et  $R_S$  peuvent être du même ordre de grandeur.

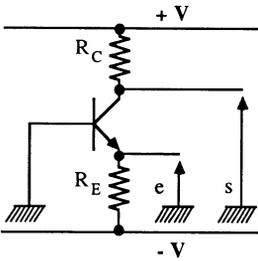


Figure 1.74.

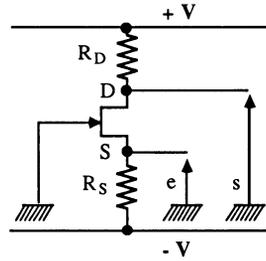


Figure 1.75.

#### Remarques

— Ces montages sont rarement utilisés comme tels dans les circuits intégrés analogiques. Ils contribuent toutefois à réaliser la configuration cascode que l'on peut trouver dans certains amplificateurs différentiels.

— Leur avantage par rapport à l'émetteur commun ou à la source commune est l'absence de l'effet Miller, ce qui leur permet de fonctionner correctement en haute fréquence.

#### 1.4.2.5. Montages à charge répartie

Dans les circuits intégrés, on rencontre surtout ces montages pour linéariser l'émetteur commun ou la source commune (en ajoutant une résistance d'émetteur ou de source).

**Transistor bipolaire** (figure 1.76). Nous obtenons

$$G_{v_0} = - \frac{\beta R_C}{h_{11} + \beta R_E} \quad \text{ou} \quad = - \frac{R_C}{R_E} \quad \text{si } h_{11} \ll \beta R_E$$

$$R_e = h_{11} + \beta R_E \quad \text{ou} \quad = \beta R_E$$

$$R_s = R_C$$

**Transistor à effet de champ** (figure 1.77)

$$G_{v_0} = - \frac{g R_D}{1 + g R_S}$$

$$R_e \simeq \infty$$

$$R_s = R_D$$

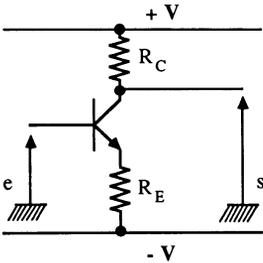


Figure 1.76.

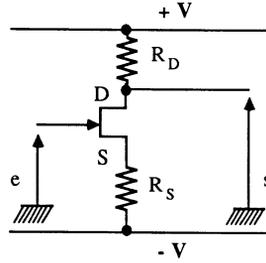


Figure 1.77.

#### 1.4.2.6. Amplificateurs différentiels

Ils représentent l'élément de base des circuits intégrés analogiques à cause de leur symétrie, donc possibilité d'appliquer à leurs entrées deux signaux indépendants l'un de l'autre.

**Transistors bipolaires** (figure 1.78). A partir du schéma équivalent en régime variable, quatre équations sont écrites. Les sorties de mode commun (par rapport à la masse) dépendent de la tension différentielle d'entrée ( $e_1 - e_2$ ) et de la tension de mode commun  $\frac{e_1 + e_2}{2}$ . Aussi peut-on écrire

$$s_1 = - \frac{\beta R_C}{2 h_{11}} (e_1 - e_2) - \frac{R_C}{2 R_E} \frac{e_1 + e_2}{2}$$

$$s_2 = + \frac{\beta R_C}{2 h_{11}} (e_1 - e_2) - \frac{R_C}{2 R_E} \left( \frac{e_1 + e_2}{2} \right)$$

ou

$$A_d = \frac{\beta R_C}{2 h_{11}} \quad \text{gain en mode différentiel}$$

$$A_{MC} = \frac{R_C}{2 R_E} \quad \text{gain en mode commun}$$

$$R_{ediff} = 2 h_{11}$$

$$R_{eMC} = 2 \beta R_E$$

$$R_{sMC} = R_C$$

$$R_{sdiff} = 2 R_C$$

### Remarques

— Le rapport  $A_d/A_{MC}$  est appelé facteur de mérite. C'est ce terme qui définit le taux de réjection de mode commun.

— Pour que l'amplification tende vers les conditions idéales, il faut que  $R_E$  soit très grande.

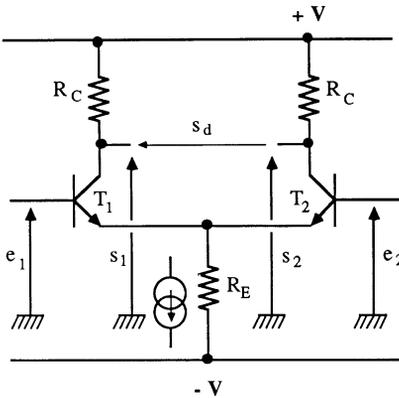


Figure 1.78.

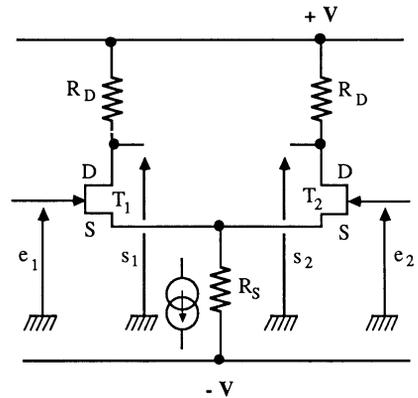


Figure 1.79.

Elle est, en pratique, remplacée par un générateur de courant. Ainsi

$$s_1 \simeq - \frac{\beta R_C}{2 h_{11}} (e_1 - e_2) \quad \text{et} \quad s_s \simeq + \frac{\beta R_C}{2 h_{11}} (e_1 - e_e)$$

— Dans certains cas et pour tous les montages fondamentaux à transistors bipolaires, on définit les paramètres électriques, non pas à partir du gain en courant  $\beta = i_c/i_b$  mais en fonction de la pente du transistor  $g = i_c/v_{be}$ . Il vient alors

$$s_1 \simeq - \frac{g R_C}{2} \quad \text{et} \quad s_2 \simeq + \frac{g R_C}{2}$$

— Lorsque la sortie est différentielle, le terme de mode commun n'intervient pas

$$s_d = s_1 - s_2 = + \frac{\beta R_C}{h_{11}} (e_2 - e_1)$$

même dans le cas où  $A_{MC} \neq 0$ .

**Transistors à effet de champ** (figure 1.79). Les paramètres électriques deviennent

$$s_1 = - \frac{g R_D}{2} (e_1 - e_2) - \frac{g R_D}{1 + g R_S} \left( \frac{e_1 + e_2}{2} \right)$$

$$s_2 = + \frac{g R_D}{2} (e_1 - e_2) - \frac{g R_D}{1 + g R_S} \left( \frac{e_1 + e_2}{2} \right)$$

$$R_{e\text{diff}} \simeq R_{MC} \simeq \infty$$

$$R_s = R_D$$

Le terme de mode commun s'atténue très fortement lorsque la résistance  $R_S$  est remplacée par un générateur à courant constant.

**Cas des amplificateurs opérationnels.** On trouve, en pratique, cinq principes d'amplificateurs différentiels d'entrée :

- à transistors simples NPN ou PNP,
- à transistors Darlington,
- à transistors super-bêta,
- à transistors à effet de champ JFET,
- à transistors à effet de champ MOSFET.

Ces technologies sont présentées aux chapitres 2 et 4.

#### 1.4.2.7. Amplificateurs push-pull de sortie

Ce sont les amplificateurs de puissance polarisés en classe B et travaillant en double collecteur commun (figure 1.80). Les transistors  $T_1$  et  $T_2$  représentent l'étage de sortie et sont pilotés par l'émetteur commun qui précède. Les deux diodes limitent la distorsion de raccordement du signal de sortie. Le générateur de courant permet de travailler à très fort gain en tension. On peut admettre, après simplification, la relation suivante

$$G_{v0} = \frac{s}{e_i} = - \frac{\beta_3 (\beta_{1,2} R_{ch})}{h_{11}}$$

Cet ensemble travaille en générateur de Norton. Le gain en tension dépend de la charge. Si celle-ci est infinie, il faut alors tenir compte du paramètre  $1/h_{22}$  des transistors (voir ouvrage *Amplificateurs de puissance*).

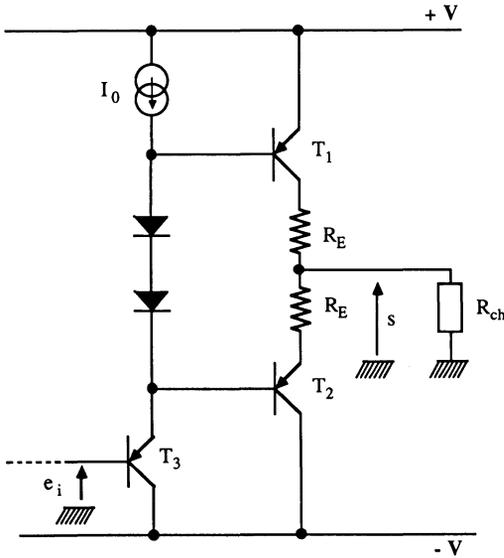


Figure 1.80.

Pratiquement tous les amplificateurs de sortie sont protégés contre les surcharges. Cela se traduit par une limitation en intensité omise sur la figure et que nous trouverons sur les schémas réels du chapitre 2.

### 1.4.3. MONTAGES FONDAMENTAUX EN HAUTE FRÉQUENCE

En haute fréquence, l'étude des montages à transistors devient d'autant plus complexe que la fréquence augmente. D'abord les capacités parasites interviennent, puis les inductances de connexions. Heureusement, en ce qui concerne les circuits intégrés linéaires classiques, la fréquence de travail n'excède pas quelques dizaines de mégahertz. Alors le schéma équivalent haute fréquence des transistors peut se ramener à celui représenté sur la figure 1.81 pour les transistors bipolaires et 1.82 pour les transistors à effet de champ. L'ordre de grandeur des capacités représentées est :

- quelques dixièmes de picofarads à quelques picofarads pour  $C_{bc}$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$ ,
- quelques picofarads à quelques dizaines de picofarads pour  $C_{be}$ .

Les fabricants d'éléments discrets donnent, pour les transistors bipolaires, les éléments suivants :

- La fréquence de transition  $f_T$  pour laquelle le gain en courant  $\beta$  est égal à 1. On a en effet la relation

$$\beta(p) = \frac{\beta}{1 + \frac{p}{\omega_\beta}}$$

où  $\omega_\beta$  représente la pulsation de cassure du gain du courant

$$\omega_\beta = \frac{1}{(C_{be} + C_{bc}) h_{11}} \simeq \frac{1}{C_{be} h_{11}}$$

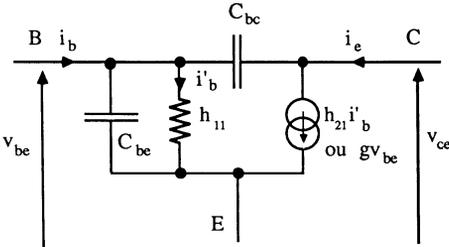


Figure 1.81.

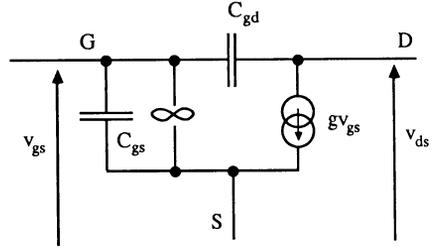


Figure 1.82.

— Les capacités parasites internes dont les valeurs dépendent des conditions de polarisation.

— Les paramètres hybrides  $y$  ou de transmission et réflexion  $s$ .

Indépendamment de l'étude des schémas équivalents des montages, il faut toujours avoir à l'esprit l'existence de deux phénomènes perturbateurs :

- l'influence de la capacité parasite d'entrée d'un étage,
- l'effet Miller présenté au paragraphe 1.1.2.5.

#### 1.4.4. SCHÉMA-BLOC D'UN AMPLIFICATEUR

Un amplificateur est habituellement défini par son schéma électrique équivalent. Comme en électronique moderne l'outil mathématique est la représentation en schéma-bloc, les équations de la loi d'Ohm (et du théorème de Thévenin), permettent d'obtenir les schémas des figures 1.83 et 1.84.

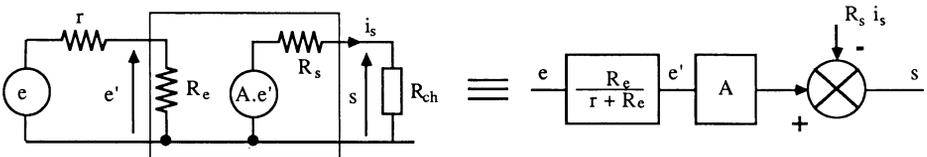


Figure 1.83.

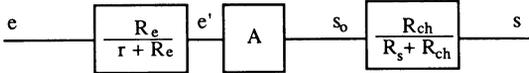


Figure 1.84.

Les résistances d'entrée et de sortie (ou impédances) sont ainsi prises en considération aux moments opportuns.

#### 1.4.5. LOI DES VARIATIONS

Définir le « signe » des entrées d'un circuit analogique impose théoriquement de connaître la fonction de transfert de chaque étage. Ce procédé d'étude, très complexe dans certains cas, peut être remplacé par une méthode rapide dite loi des variations, définie à partir des montages fondamentaux. Le tableau 1.5 résume les résultats connus pour des transistors NPN et PNP et peut être appliqué aux transistors à effet de champ. Un exemple d'application est donné dans les exercices qui suivent et d'autres dans le chapitre 2 lors de la présentation des différents schémas d'amplificateurs opérationnels.

Tableau 1.5

émetteur commun	$G_{v_0} = -\frac{\beta R_c}{h_{11}}$		
collecteur commun	$G_{v_0} = +1$		
base commune	$G_{v_0} = +\frac{\beta R_c}{h_{11}}$		

#### 1.4.6. EXERCICES

**Exercice 1.** On étudie le comportement des deux derniers étages d'un amplificateur, en basse fréquence (figure 1.85). Le transistor  $T_3$  travaille en émetteur commun alors que  $T_1$  et  $T_2$  constituent le push-pull de sortie polarisé par les deux translateurs de 0,6 V (schéma de principe). Quel est le gain en tension basse fréquence de cet ensemble lorsque  $T_3$  est polarisé par la résistance  $R_c$

puis par le générateur de courant  $I_0$ . On prendra  $\beta = 100$  pour tous les transistors,  $I_0 = 1 \text{ mA}$  et  $1/h_{22} = 200 \text{ k}\Omega$ . La charge varie de  $2 \text{ k}\Omega$  à l'infini.

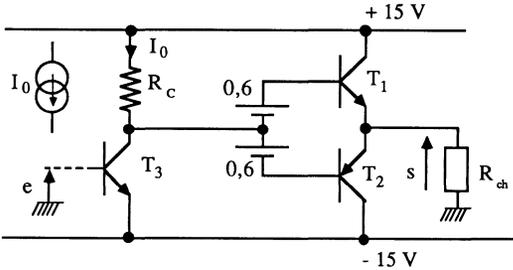


Figure 1.85.

**Solution**

**Calcul avec  $R_C$ .** Le transistor  $T_3$  doit présenter une dynamique maximale de 30 volts. Il faut  $V_{CE_3} = 15 \text{ V}$ . On en déduit la valeur de la résistance  $R_C$

$$R_C = \frac{15}{I_0} = 15 \text{ k}\Omega$$

Les paramètres électriques de chaque étage deviennent :

- pour l'émetteur commun (premier étage)

$$R_{e_1} = h_{11} = \frac{\beta}{40 I_C} = 2 \text{ 500 } \Omega$$

$$G_{v_{01}} = - \frac{\beta R_C}{h_{11}} = - 40 R_C I_C = - 600$$

$$R_{s_1} = 15 \text{ k}\Omega$$

- pour le push-pull (deuxième étage)

$$R_{e_2} = \beta R_{ch} \quad (\text{de } 200 \text{ k}\Omega \text{ à l'infini})$$

$$G_{v_{02}} = 1$$

$$R_{s_2} = \frac{R_C}{\beta} = 150 \Omega$$

Le paramètre  $\frac{1}{h_{22}}$  est d'influence négligeable. Cet amplificateur est alors défini par le gain en tension global

$$G_{v_0} = G_{v_{01}} \times A_{u_{1-2}} \times G_{v_{02}}$$

Le terme  $A_{u_{1-2}}$  représente l'atténuation entre les deux étages

$$A_{u_{1-2}} = \frac{R_{e_2}}{R_{s_1} + R_{e_2}} \quad (\text{de } 0,87 \text{ à } 1)$$

Le gain en tension de l'ensemble est

$$G_{v_0} = -600 \quad \text{à vide } (R_{ch} = \infty)$$

$$G_{v_0} = -588 \quad \text{avec charge maximale } (R_{ch} = 2 \text{ k}\Omega)$$

**Calcul avec générateur de courant  $I_0$ .** Dans ce cas, on ne peut plus parler de générateur de Thévenin mais de générateur de Norton. Le calcul est mené globalement. Il faut tenir compte de la résistance  $1/h_{22}$  du transistor  $T_3$ . Celle du générateur de courant, voisine de  $\beta$ ,  $1/h_{22}$  peut être négligée. Le gain en tension de l'ensemble devient

$$G_{v_0} = -\frac{\beta}{h_{11}} \left( \frac{1}{h_{22}} \parallel \beta R_{ch} \right) = -g \left( \frac{1}{h_{22}} \parallel \beta R_{ch} \right)$$

soit

$$G_{v_0} = -8000 \quad \text{à vide } (R_{ch} = \infty)$$

$$G_{v_0} = -4000 \quad \text{en charge } (R_{ch} = 2 \text{ k}\Omega)$$

**Exercice 2. Deux étages amplificateurs mis en cascade sont définis par les paramètres suivants**

$$R_{e_1} = 100 \text{ k}\Omega, \quad G_{v_{01}} = 100, \quad R_{s_1} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_{e_2} = 10 \text{ k}\Omega, \quad G_{v_{02}} = 1000, \quad R_{s_2} = 100 \Omega$$

**Quel est le gain statique de l'ensemble ?**

**Quelle est la première fréquence de cassure de la réponse asymptotique de Bode, si on considère que le deuxième étage présente une capacité parasite d'entrée de 100 pF ?**

**Solution**

Le gain statique est défini par la relation

$$G_{v_0} = G_{v_{01}} \times A_{tt_{1-2}} \times G_{v_{02}}$$

$$= 100 \times \frac{1}{2} \times 1000 = 50000 \quad (94 \text{ dB})$$

avec

$$A_{tt_{1-2}} = \frac{R_{e_2}}{R_{s_1} + R_{e_2}}$$

La capacité parasite intervient dans le terme d'atténuation.

Le schéma électrique équivalent à l'ensemble est représenté sur la figure 1.86. Comme ce terme d'atténuation est défini par la relation

$$A_{tt_{1-2}}(p) = \frac{R_{e_2}}{R_{s_1} + R_{e_2}} \frac{1}{1 + \frac{R_{s_1} R_{e_2}}{R_{s_1} + R_{e_2}} C_p}$$

on en déduit la fréquence de cassure  $f_c$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \frac{R_{s1} R_{s2}}{R_{s1} + R_{s2}} C} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-10}} = 318,3 \text{ kHz}$$

La capacité de 100 pF peut paraître exagérée. Sa valeur, en réalité, est plus importante si le deuxième étage est un émetteur commun (influence de l'effet Miller).

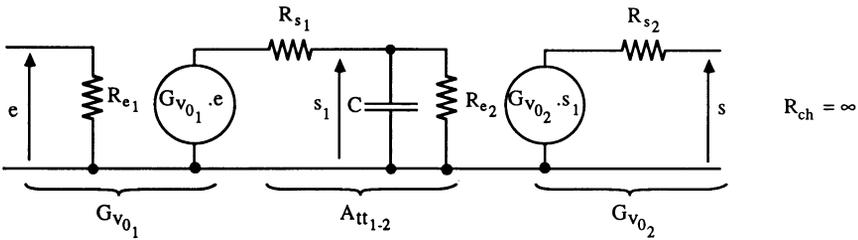


Figure 1.86.

**Exercice 3.** L'émetteur commun intermédiaire d'un amplificateur (figure 1.87) est réalisé avec un transistor dont les caractéristiques sont  $h_{11} = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{bc} = 20 \text{ pF}$ ,  $C_{be} = 3 \text{ pF}$ . Le gain en tension basse fréquence  $\frac{s}{e}$ , est de  $-1\,000 = -A$ .

Déterminer la valeur de la capacité Miller en première approximation.

Quelle est la bande passante de ce montage ? La capacité  $C'$  connectée entre collecteur et base du transistor T est une capacité de compensation en fréquence.

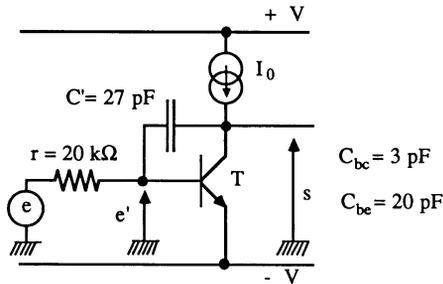


Figure 1.87.

**Solution**

La capacité Miller ramenée à l'entrée du montage émetteur commun vaut  $(1 + A)(C_{bc} + C')$ . Comme le gain statique  $A$  est très grand devant l'unité, on peut écrire

$$(1 + A)(C_{bc} + C') \simeq A(C_{bc} + C') = 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-12} = 30 \text{ nF}$$

Cette capacité Miller est en parallèle avec la capacité parasite d'entrée. Vu sa valeur, cette dernière peut être négligée. Il vient alors  $C \simeq 30$  nF. La fonction de transfert du réseau équivalent est obtenue à partir de la figure 1.88

$$\frac{E'(p)}{E(p)} = \frac{h_{11}}{r + h_{11}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h_{11} r}{h_{11} + r} C p}$$

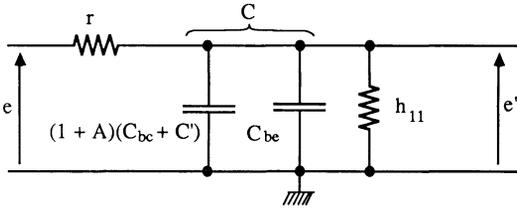


Figure 1.88.

On en déduit la fréquence de cassure  $f_c$  :

$$f_c = \frac{1}{2\pi \frac{h_{11} r}{h_{11} + r} C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-8}} = 530 \text{ Hz}$$

Cette fréquence est relativement faible. Tous les amplificateurs présentent cet inconvénient et à fortiori les amplificateurs opérationnels.

**Exercice 4.** Un amplificateur différentiel amplifie la différence des signaux d'entrée  $e_d = e_1 - e_2$  (figure 1.89). Le terme de mode commun est négligé grâce à l'influence du générateur à courant constant  $2 I_0$ . Le transistor  $T_3$  travaille, lui aussi à courant constant  $I_0$ . Définir la transconductance de l'ensemble  $i_s/e_d$ .

#### Solution

Les courants collecteurs représentent la somme d'un courant continu  $I_0$  et d'un courant variable  $i_c$

$$i_{c1} = I_0 + i_c \quad \text{et} \quad i_{c2} = I_0 - i_c$$

Le courant  $i_s$  correspond au terme variable de  $i_{c2}$  soit

$$i_s = i_c = \beta i_b = \beta \frac{v_{be}}{h_{11}} = g v_{be} = g \frac{e_d}{2}$$

La transconductance est alors

$$\frac{i_s}{e_d} = \frac{g}{2}$$

où  $g$  est la pente (ou transconductance) du transistor.

**Exercice 5.** L'amplificateur différentiel précédent est maintenant polarisé, vers les collecteurs, par un « miroir de courant » constitué des deux transistors  $T_3$  et  $T_4$  de caractéristiques rigoureusement identiques (figure 1.90).

Montrer, en statique, que  $I_{C1} \simeq I_{C4} \simeq I_{C3}$  si le gain en courant  $\beta$  est important ( $\beta \gg 1$ ).

Que devient la transconductance  $i_s/e_d$  (avec  $e_d = e_1 - e_2$ ) ?

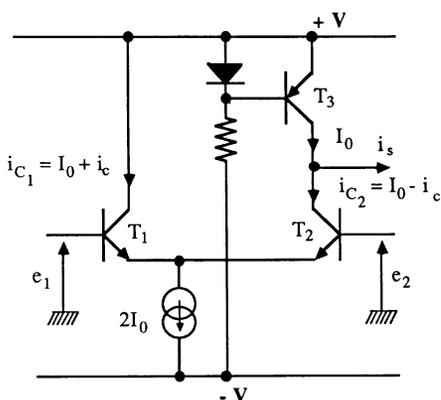


Figure 1.89.

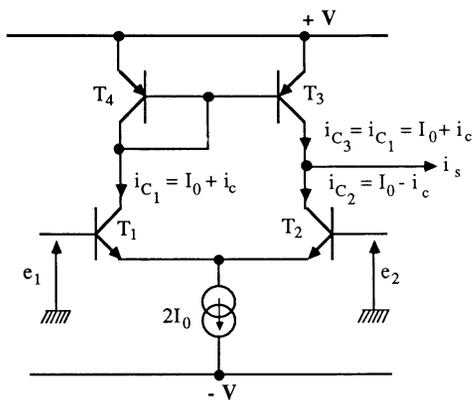


Figure 1.90.

### Solution

La tension base-émetteur des transistors  $T_3$  et  $T_4$  est commune  $V_{BE3} = V_{BE4}$ . Il s'ensuit que  $I_{B3} = I_{B4}$  et  $I_{C3} = I_{C4}$ . Les deux courants de base  $I_{B3}$  et  $I_{B4}$  sont fournis par la connexion commune entre base et collecteur de  $T_4$  donc par  $I_{C1}$ . Comme le gain en courant des transistors est très important devant l'unité, on l'obtient  $I_{B3} + I_{B4} \ll I_{C1}$ . On a alors  $I_{C3} = I_{C4} \simeq I_{C1}$  et ainsi  $i_{c3} \simeq i_{c1}$ . Le courant collecteur du transistor  $T_3$  présente les mêmes valeurs et variations que celui de  $T_1$ . On en déduit les relations

$$i_{c1} = I_0 + i_c \quad i_{c2} = I_0 - i_c$$

$$\text{et} \quad i_s = i_{c3} - i_{c2} = i_{c1} - i_{c2} = (I_0 + i_c) - (I_0 - i_c)$$

$$\text{soit} \quad i_s = + 2 i_c$$

La transconductance de ce montage est alors double de celle du précédent

$$i_s = g e_d \quad \text{ou} \quad \frac{i_s}{e_d} = g$$

**Conclusion.** Le miroir de courant permet de doubler le gain en tension statique d'un amplificateur.



## CHAPITRE 2

# Historique et évolution de l'amplification

### 2.1. LA FONCTION AMPLIFICATION DANS LE TEMPS

#### 2.1.1. STABILITÉ DES PARAMÈTRES D'UN AMPLIFICATEUR

Nous avons vu au chapitre 1 qu'un amplificateur était défini, dans un premier temps, par trois paramètres électriques :

$R_e$ , résistance d'entrée,  
 $R_s$ , résistance de sortie,  
 $G_{v_0}$ , gain en tension à vide.

Ces paramètres peuvent être très variables à cause :

- de la dispersion de fabrication des composants (sinon leur prix serait exorbitant),
- de l'influence de la fréquence de fonctionnement,
- de l'influence de la température.

Si les résistances d'entrée et de sortie peuvent être correctement dimensionnées, il n'en n'est pas de même pour le gain en tension. Prenons un exemple concret.

Un amplificateur présente les paramètres suivants

$$\begin{aligned}100 \text{ k}\Omega &\leq R_e \leq 1 \text{ M}\Omega \\0,1 \Omega &\leq R_s \leq 1 \Omega \\10 &\leq G_{v_0} \leq 100\end{aligned}$$

Il faut déterminer le gain en tension total  $G_{v_0} = \frac{s}{e}$  et la puissance maximale de sortie  $P_s$ , en régime sinusoïdal avec une charge de  $100 \Omega$ . Le

générateur d'attaque est caractérisé par une fem  $e = 0,14 \sin \omega t$  et une résistance interne  $r_i$  de  $1 \text{ k}\Omega$ .

Nous savons que le gain en tension total est égal au produit des gains à vide et des atténuations

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = A_{\text{tentrée}} \times G_{v_0} \times A_{\text{tsortie}}$$

A partir des applications numériques, nous en déduisons les atténuations d'entrée et de sortie. Elles sont voisines de 1 ( $R_e \gg r_i$  et  $R_s \ll R_{ch}$ ). Nous avons alors

$$10 \leq \frac{s}{e} \leq 100 \quad \text{et} \quad 10 \text{ mW} \leq p_s \leq 1 \text{ W}$$

Rappelons l'expression de la puissance en régime sinusoïdal

$$P_s = \frac{S_{\text{eff}}^2}{R_{ch}}$$

**Le gain en tension varie d'un facteur 10 et la puissance de sortie d'un facteur  $10^2 = 100$ .** Il est évident que de telles conditions de fonctionnement sont intolérables. Il faut asservir l'amplificateur, c'est-à-dire contrôler la tension de sortie à celle de l'entrée en effectuant une opération de soustraction. A partir de ces considérations, il faut définir deux types de paramètres :

$$\left. \begin{array}{l} r_e \\ r_s \\ A \end{array} \right\} \text{ paramètres pour le composant amplificateur seul qui sera plus loin l'amplificateur opérationnel,}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_e \\ R_s \\ G_{v_0} \end{array} \right\} \text{ paramètres de la fonction amplification réalisée.}$$

Reprenons l'exemple précédent avec, comme paramètre de l'amplificateur différentiel seul,

$$\begin{aligned} r_e &= \infty \\ r_s &= 0 \\ 10^4 &\leq A \leq 10^6 \end{aligned}$$

Nous réalisons le schéma de la figure 2.1, et définissons le gain  $G_{v_0} = \frac{s}{e}$  de la fonction. La tension de sortie alimentant un diviseur de tension, constitué des résistances  $R_1$  et  $R_2$ , fournit son « image » à l'entrée (-) de l'amplification différentielle. Il y a contrôle du potentiel  $e_- = e_2$  par rapport à celui de  $e_+ = e_1$ . Nous avons alors

$$\begin{aligned} e_2 = e_- &= s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = s B = s/10 \\ e_1 = e_+ &= e \end{aligned}$$

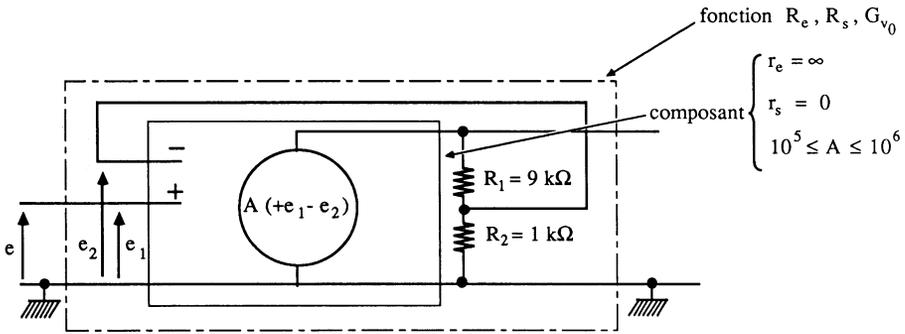


Figure 2.1.

et 
$$s = A (+ e_1 - e_2) = A \left( e - \frac{s}{10} \right)$$

La résolution de cette équation nous fournit la relation du gain  $\frac{s}{e}$

$$G_{v0} = \frac{s}{e} = \frac{A}{1 + AB}$$

où **AB** est appelé le gain de boucle.

Ce schéma électrique se présente aussi sous forme de schéma-bloc (figure 2.2). Après application numérique, nous obtenons

$$\frac{10^4}{1 + 10^3} \leq G_{v0} \leq \frac{10^6}{1 + 10^5}$$

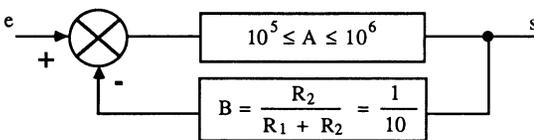


Figure 2.2.

Il est évident que le gain de boucle est très grand devant l'unité **AB >>> 1**.

Alors 
$$G_{v0} \simeq \frac{A}{AB} = \frac{1}{B} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 10$$

**Quelles que soient les variations du gain A, le gain  $G_{v0}$  de la fonction est constant.** Ce dernier ne dépend que du terme de retour que l'on appel-

le coefficient ou atténuation de retour. Dans cet exemple, nous avons volontairement idéalisé les résistances d'entrée et de sortie. On montrerait, en réalité, que l'asservissement permet :

— d'augmenter la résistance différentielle d'entrée,  $R_e = AB r_{ed}$

— de diminuer la résistance de sortie,  $R_s = \frac{r_s}{AB}$  (voir chapitre 4 de

l'ouvrage *Amplificateurs de puissance* consacré à l'asservissement des amplificateurs).

### 2.1.2. AMPLIFICATEURS A ÉLÉMENTS DISCRETS

Nous pourrions vérifier qu'avec l'amplificateur différentiel de base de la figure 2.1, dont les paramètres sont  $r_e$ ,  $r_s$  et  $A$ , il serait possible d'obtenir des fonctions addition, soustraction, intégration, etc., nécessaires au calcul analogique. De tels amplificateurs étaient réalisés avec les tubes, puis avec les transistors bipolaires. Comme ces amplificateurs étaient continus, (fréquence de fonctionnement nulle, donc liaisons directes), de gros problèmes de dérive thermique s'en trouvaient engendrés. La mise en œuvre de tels montages était très délicate. Dans le domaine de la puissance et de la haute tension, on trouve encore et pour longtemps des amplificateurs à éléments discrets dont les schémas ressemblent à ceux de certains circuits intégrés analogiques.

La figure 2.3 représente un amplificateur différentiel continu qui est la base de départ pour la conception de l'amplificateur opérationnel. On y trouve les trois étages fondamentaux, c'est-à-dire :

— l'amplificateur différentiel d'entrée constitué des transistors  $T_1$  et  $T_2$ ,

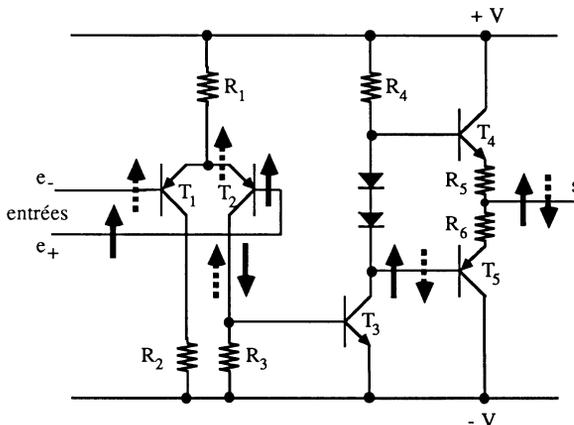


Figure 2.3.

- l'amplificateur émetteur commun intermédiaire avec  $T_3$ ,
- le push-pull de sortie  $T_4$  et  $T_5$  avec ses deux diodes et résistances de polarisation.

La loi des variations (qui impose de positionner des flèches en différents endroits du schéma) nous permet de définir très rapidement le signe des entrées (-) et (+).

Cet amplificateur, dont les caractéristiques sont étudiées dans un exercice de fin de chapitre, peut être amélioré en remplaçant les résistances  $R_1$  et  $R_4$  par des générateurs de courant et  $R_2$ ,  $R_3$  par un miroir de courant.

### 2.1.3. INTÉGRATION DE LA FONCTION AMPLIFICATION

Le premier matériau semiconducteur fut le germanium. Il connut une grande diffusion dans les années cinquante pour les applications « grand public ». Mais son mauvais comportement en température l'a fait disparaître au profit du silicium à partir de 1955. Les premiers circuits intégrés monolithiques à transistors bipolaires ont été réalisés par la société Fairchild avec le procédé planar (création de couches superposées, collecteur-base-émetteur, d'un transistor NPN sur caisson de type P) en 1959. A partir de cette date l'ère des circuits de petite intégration (SSI), moyenne intégration (MSI), grande intégration (LSI) et très grande intégration (VLSI) était ouverte.

La fonction amplification intégrée (faisant partie de la famille des circuits intégrés linéaires) a rapidement connu une multitude d'applications, autres que celles prévues à l'origine pour le calcul analogique. C'est ainsi qu'elle fut appelée amplification opérationnelle.

L'amplificateur opérationnel, comme toutes les fonctions intégrées, a connu et connaît encore une évolution technologique. On peut citer quatre grandes étapes.

**Première génération (1963).** C'est d'abord le circuit de référence 702 puis le 709. Le schéma électrique ressemble à celui d'un amplificateur à éléments discrets constitué de transistors NPN (en majorité) et de résistances.

**Deuxième génération (1966).** Afin d'améliorer le gain de boucle, puis la stabilité des montages électroniques, sont alors apparus les circuits 101 puis 741 que l'on utilise encore couramment. Les charges résistives des différents étages sont remplacées par des charges actives. L'inconvénient de leur faible résistance d'entrée est pallié par l'utilisation de transistor super-bêta dans les circuits 108 (1970).

**Troisième génération (1975).** Les deux générations qui précèdent utilisent la méthode classique de dopage par diffusion à haute température, à partir

d'un gaz porteur d'impuretés. Ce procédé ne permet pas d'obtenir des transistors à effet de champ à caractéristiques identiques. Un grand pas a été franchi par les sociétés National Semiconductor et Texas Instrument utilisant l'implantation ionique. Ce procédé consiste à bombarder le silicium avec les ions de l'impureté nécessaire. Ainsi, la grande maîtrise des paramètres permet de voir le jour aux amplificateurs opérationnels BIFET de référence 155 - 156 - 157 et TL 080... puis les BIMOS 3130 - 3140 - 3160 de RCA en 1976.

**Quatrième génération (fin des années 70, années 80).** C'est une génération « explosive » dans le sens où on trouve des technologies très différentes n'entravant pas l'utilisation massive des circuits des deuxièmes et troisièmes générations. On trouve :

- l'amplificateur opérationnel de précision travaillant à faible tension et présentant des erreurs d'entrée, de dérive et de bruit, réduites,

- les amplificateurs linéaires rapides ayant un slew rate de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de volts par microseconde et un produit gain - bande passante élevé.

En marge de ces circuits monolithiques précédents, il faut citer :

- Les amplificateurs opérationnels stabilisés par chopper et les circuits à auto-zéro. Tous présentent une faible tension et dérive d'offset.

- Les amplificateurs opérationnels en technologie entièrement MOS qui, malgré leur forte tension de décalage, présentent l'avantage d'une faible tension d'alimentation et une faible consommation.

- Les amplificateurs opérationnels hybrides (technologies à couches minces ou épaisses) où les éléments actifs et passifs sont concentrés sur un substrat isolant. Leur prix de revient très élevé les fait utiliser dans des applications particulières. Les transistors d'entrées sont en général, des FET appariés.

- Les circuits intégrés linéaires en technologie GaAs (1981) permettant de travailler en hyperfréquence, à partir du gigahertz, dans les applications de réception satellites, en télévision numérique, etc. De part leurs fonctions spécifiques, ils ne font pas partie de la famille des amplificateurs opérationnels.

## 2.2. TECHNOLOGIE DES AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

La technologie d'intégration est en évolution permanente. Indiquer, dans cet ouvrage, les différents procédés de fabrication serait sans intérêt. On en trouvera une approche simplifiée dans l'ouvrage *Composants actifs discrets* ainsi qu'une présentation détaillée dans la littérature technique générale et en particulier celle proposée en bibliographie.

Le but de ce paragraphe est de sensibiliser le lecteur à l'évolution technologique des amplificateurs opérationnels à partir des schémas de principe puis réels. Il sera ainsi plus aisé de comprendre le processus d'évolution des différents paramètres présentés aux chapitres 4 et 5.

### 2.2.1. PREMIÈRE GÉNÉRATION D'AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Elle est à technologie bipolaire associée à des résistances. Le dopage du silicium s'effectue par diffusion gazeuse à haute température et les composants sont obtenus par le procédé planar épitaxié. Rappelons que l'épitaxie désigne l'opération des croissances uniformes d'une couche cristalline sur une autre couche cristalline et que le procédé planar consiste à réaliser un transistor par couches successives, en partant du collecteur ( $N^+$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $N^+$ ), l'ensemble étant isolé en matériau  $P$  (caisson). Cette méthode permet de réaliser facilement des transistors NPN dont les caractéristiques sont identiques à celles des composants discrets. Les transistors PNP latéraux (isolés par caisson  $P$ ) et PNP substrat (le collecteur est le substrat) présentent des éléments parasites importants. Leur gain en courant n'excède pas 50 et la bande passante est très réduite par rapport aux NPN ( $f_T < 5$  MHz). Les résistances utilisent la diffusion  $P$  dans un caisson  $N$ . Leurs valeurs sont difficiles à contrôler et la précision se situe autour de  $\pm 20\%$ .

#### 2.2.1.1. L'amplificateur opérationnel 702 (figure 2.4)

C'est le premier circuit intégré linéaire fabriqué en grande série incluant 9 transistors NPN sur une « puce » silicium de 1,5 mm. Il est composé de trois étages que nous présentons.

**Amplificateur différentiel d'entrée.** C'est un amplificateur utilisant deux transistors  $T_2$  et  $T_3$  chargés par les résistances  $R_1$ ,  $R_2$  de 2 k $\Omega$  et la résistance commune  $R_3$ . Le générateur de courant constant est constitué par les transistors  $T_1$  et  $T_9$  (figure 2.5). Ce dernier, fonctionnant en diode, compense les effets de la température sur la jonction base-émetteur de  $T_1$ . Un calcul rapide permet de déterminer la valeur du courant constant  $I_{C1}$ .

$$\text{Comme} \quad V_{R_9} = V_{R_8} \simeq (6 - 0,6) \frac{R_9}{R_7 + R_9}$$

en négligeant la valeur du courant de base, nous obtenons

$$I_{C1} = \frac{V_{R_8}}{R_8} = \frac{(6 - 0,6) R_9}{R_8 (R_7 + R_9)} = 4.10^{-4} = 0,4 \text{ mA}$$

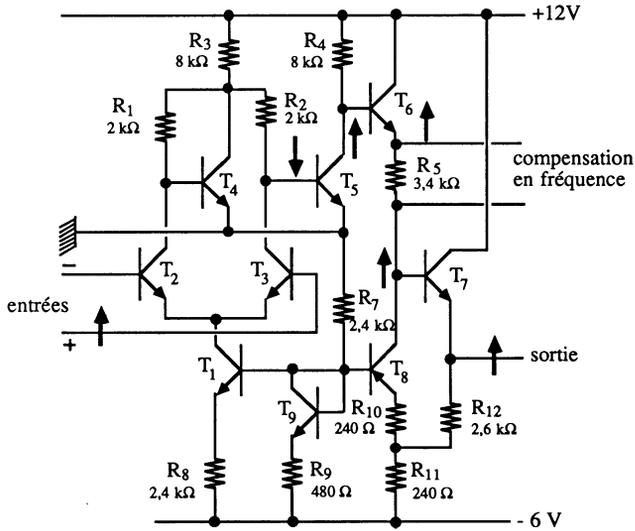


Figure 2.4.

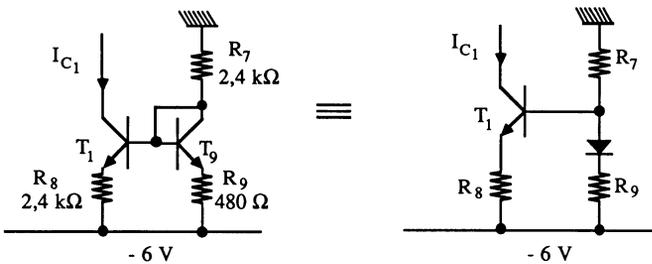


Figure 2.5.

Ainsi  $I_{C2} = I_{C3} = 0,2 \text{ mA}$

**Emetteur commun intermédiaire.** Le transistor  $T_5$  travaillant en émetteur commun est chargé par la résistance  $R_4$ .  $T_4$  permet la transition symétrique (différentielle) asymétrique ( $V_{BE5}$ ) afin d'obtenir le maximum de gain en tension. A partir de la figure 2.6, on définit les valeurs statiques des courants et tensions. Nous avons

$$I_{C2} = I_{C3} = 0,2 \text{ mA}$$

et

$$I_{C4} = I_{C5} \text{ par symétrie}$$

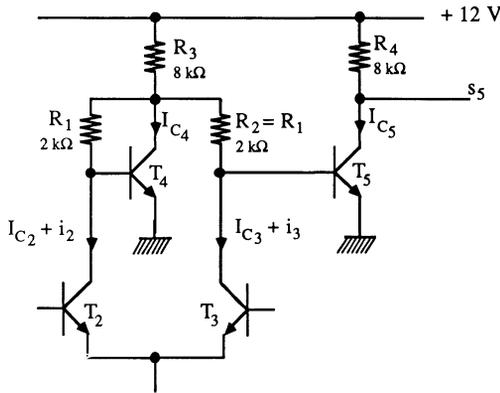


Figure 2.6.

En négligeant le courant de base des transistors devant le courant collecteur, l'équation

$$12 = R_3 (I_{C_2} + I_{C_3} + I_{C_4}) + R_1 I_{C_2} + 0,6$$

nous permet d'obtenir la valeur des courants  $I_{C_4}$  et  $I_{C_5}$

$$I_{C_4} = I_{C_5} \simeq 1 \text{ mA}$$

valeur indépendante de la température à cause des termes constants.

L'étude en régime variable peut être effectuée à partir d'un schéma équivalent, mais aussi en utilisant celui de la figure 2.6, à condition de ne considérer que les variations  $i_2$  et  $i_3$ . En raison de la symétrie, et en utilisant le théorème de superposition ainsi que la relation du diviseur de courant, nous avons :

$$\text{pour } i_3 = 0 \quad s_5 = - \beta R_4 \frac{R_1}{R_1 + h_{11}} i_2$$

$$\text{pour } i_2 = 0 \quad s_5 = + \beta R_4 \frac{R_1}{R_1 + h_{11}} i_3$$

$$\text{Comme} \quad i_3 = - i_2 = \frac{g v_d}{2} = \frac{\beta}{2 h_{112}} v_d$$

$$\text{il vient} \quad |s_5| = \beta R_4 \frac{R_1}{R_1 + h_{11}} g v_d$$

Ce gain en tension est double de ce qu'il aurait été si on n'avait utilisé qu'une seule sortie de l'amplificateur différentiel. Un certain sens physique des choses (études qualitatives) aurait pu prédire ce résultat. En effet une

variation positive du potentiel du collecteur de T<sub>3</sub> entraîne une variation négative de celui de T<sub>2</sub> qui, lui-même, tend à moins faire conduire T<sub>4</sub> donc à élever le potentiel de son collecteur. Ceci va dans le sens de la variation initiale et est équivalent à une réaction positive.

**Collecteur commun de sortie.** Il est constitué des transistors T<sub>6</sub>, T<sub>7</sub> et T<sub>8</sub>. Le premier de ces transistors travaille en collecteur commun. Mais comme son émetteur est à un potentiel positif, une translation s'impose. Celle-ci est assurée par la résistance R<sub>5</sub> parcourue par un courant constant I<sub>0</sub> issu du transistor T<sub>8</sub>. Le schéma équivalent de ce dernier étage est indiqué sur la figure 2.7. La valeur de la tension de translation est  $U = R_5 I_0$ . Le transistor T<sub>7</sub> travaille, lui aussi, en collecteur commun et le gain en tension de cet étage est

$$\frac{s}{s_5} \approx 1$$

si on ne tient pas compte de la réaction positive obtenue par R<sub>12</sub> et R<sub>11</sub>. En réalité, ce gain est d'environ 2,5.

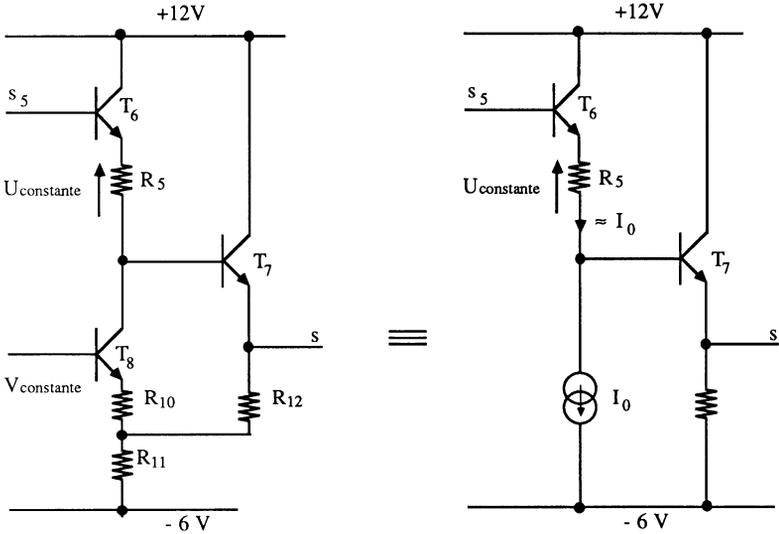


Figure 2.7.

**Avantages et inconvénients de ce circuit intégré**

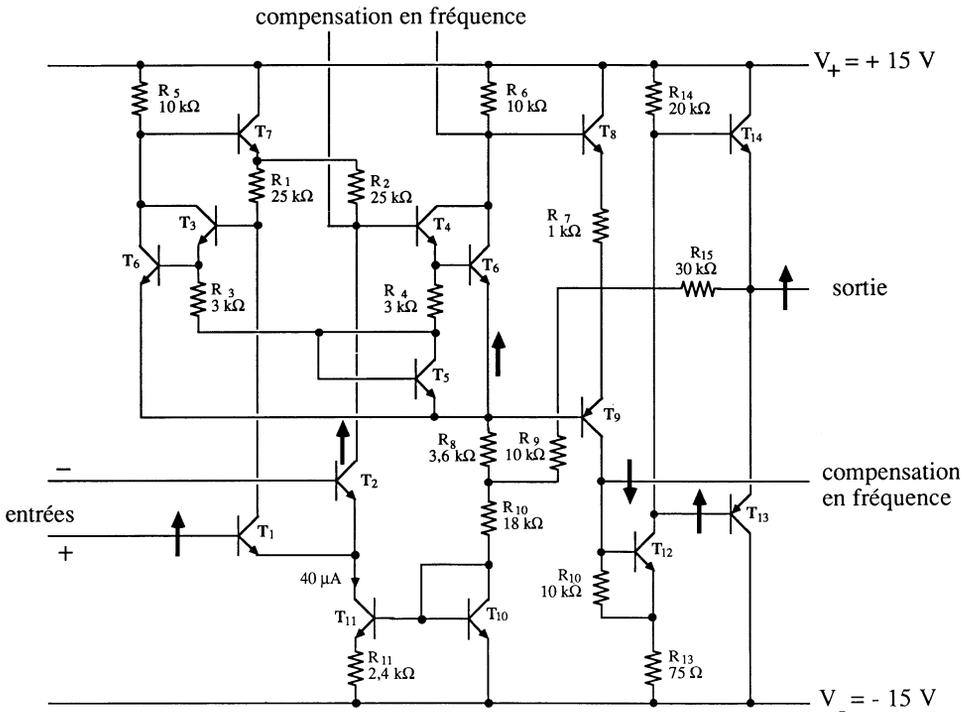
— **Avantages.** Les courants importants de polarisation (*bias current*) de  $\frac{0,2 \text{ mA}}{\beta} \approx 20 \mu\text{A}$  et le faible gain en tension (3600), permettent une première fréquence de cassure élevée.

— **Inconvénients.** L'impédance différentielle d'entrée est faible ( $\approx 30 \text{ k}\Omega$ ), la tension de mode commun réduite à cause des transistors  $T_4$  et  $T_5$  et la résistance de sortie importante du fait du translateur de potentiel équivalent à un générateur de courant.

**2.2.1.2. L'amplificateur opérationnel 709 (figure 2.8)**

Ce fut le premier amplificateur opérationnel commercialisé à grande échelle. On le rencontre encore dans certains catalogues constructeurs. Ses caractéristiques électriques sont :

- gain en tension différentielle,  $A_d \approx 30\,000$ ,
- résistance d'entrée différentielle,  $r_{ed} \approx 300 \text{ k}\Omega$ ,
- résistance de sortie,  $r_s \approx 150 \Omega$ .



**Figure 2.8.**

Il comporte 15 transistors dont 2 PNP et admet des tensions d'entrées différentielles et de mode commun égales aux tensions d'alimentation. Les différents étages sont définis de la manière suivante :

**Amplificateur différentiel d'entrée** (figure 2.9). Il est constitué des transistors  $T_1$  et  $T_2$  chargés par les résistances  $R_1$  et  $R_2$  de  $25\text{ k}\Omega$ . Chaque branche étant parcourue par un courant de  $20\text{ }\mu\text{A}$ , la résistance d'entrée différentielle est alors importante et comprise entre  $125\text{ k}\Omega$  et  $250\text{ k}\Omega$ . La polarisation à courant constant  $I_0 = 40\text{ }\mu\text{A}$  est aussi assurée par les transistors  $T_{11}$  et  $T_{10}$ . La relation

$$\Delta V_{BE} = V_{R_{11}} = V_{BE_{10}} - V_{BE_{11}} = \frac{kT}{9} \text{Ln} \frac{I_{C_{10}}}{I_{C_{11}}} \simeq R_{11} I_0$$

est celle utilisée pour obtenir  $I_0 = I_{C_{11}} = 40\text{ }\mu\text{A}$  à partir de  $I_{\text{Ref}} = I_{C_{10}} \simeq 1\text{ mA}$ . Le générateur de courant permet d'obtenir des courants faibles (donc de grandes impédances d'entrée) et constants s'il est lui-même constant.

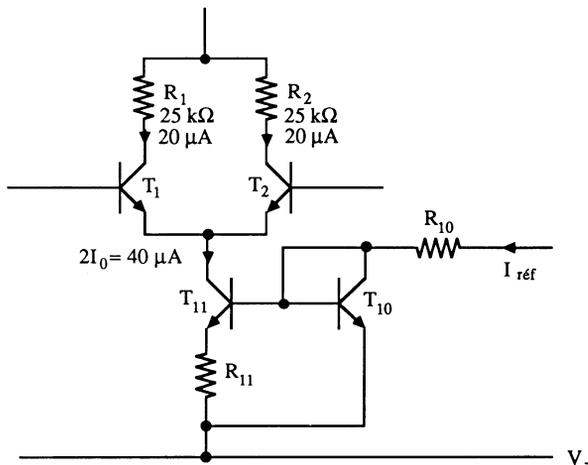


Figure 2.9.

**Second étage différentiel** (figure 2.10). Il est constitué de quatre transistors fonctionnant en Darlington  $T_3 - T_5$  et  $T_4 - T_6$ . Le transistor  $T_{15}$  associé aux résistances  $R_3$  et  $R_4$ , permet de stabiliser les courants collecteurs de cet étage. Le passage du mode symétrique (différentiel) en mode asymétrique (entrée sur  $T_8$ ) s'effectue grâce au transistor  $T_7$  travaillant en collecteur commun. Ceci a pour but, comme dans le cas de l'amplificateur opérationnel 702, de travailler à gain en tension maximum (augmentation d'un coefficient 2 par rapport au fonctionnement à une seule sortie de mode commun). La charge symétrique des transistors Darlington, obtenue par  $T_7$  et  $T_8$ , permet une faible dérive en température.

**Etage de sortie** (figure 2.11). Il est constitué du transistor PNP  $T_9$  jouant le double rôle de translateur de potentiel et d'amplificateur base commune,

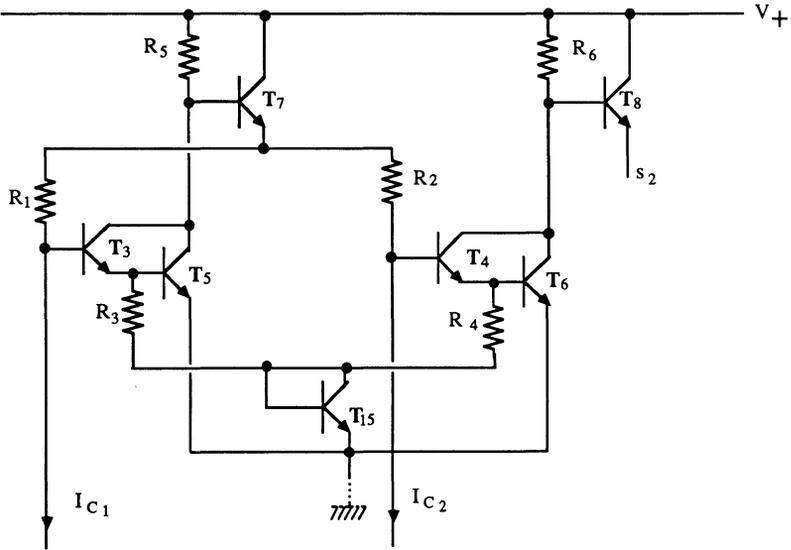


Figure 2.10.

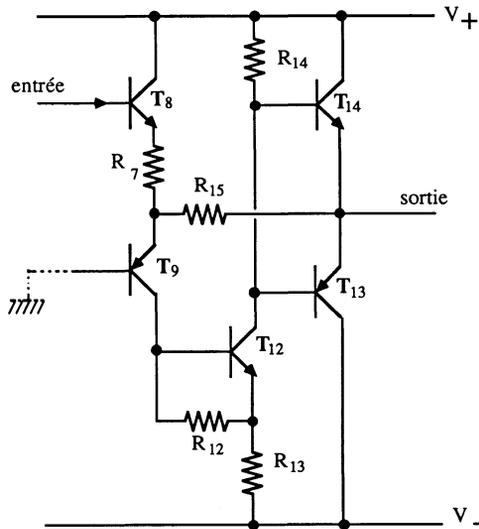


Figure 2.11.

du pseudo émetteur commun  $T_{12}$  et du push-pull de sortie  $T_{13} - T_{14}$  polarisé en « fausse » classe B. L'ensemble est contre-réactionné par la résistance  $R_{15}$  et fonctionne avec un gain en tension défini par le rapport  $R_{15}/R_7$ . La distorsion de raccordement est « absorbée » par cette contre-réaction locale.

Une surcharge en sortie se traduit par une augmentation des courants collecteurs des transistors  $T_{13}$  et  $T_{14}$  entraînant une diminution du gain en courant, donc une limitation en puissance pour plusieurs secondes. Il faut préciser le rôle de quelques résistances :  $R_9$  polarise le transistor  $T_9$  de même que  $R_{12}$  pour  $T_{12}$ .  $R_{13}$  limite le gain de la boucle partielle afin d'éviter l'instabilité de l'ensemble.

Les gains en tension respectifs de chaque étage sont 16, 65 et 30, ce qui donne pour l'ensemble 31 200.

#### **Avantages et inconvénients de ce circuit intégré**

— **Avantages.** Ils sont définis par rapport au circuit 702 : plus grande impédance d'entrée, plus fort gain en tension et meilleure dynamique différentielle et de mode commun. La disparition de la ligne zéro (masse) permet de travailler avec des alimentations symétriques ou dissymétriques (alimentation unique).

— **Inconvénients.** Ce circuit ne possède pas de protection d'entrée ni de sortie. Il est sensible au phénomène de latch-up qui se traduit par une inversion de phase dans le premier étage, suite à la saturation des transistors, pour un niveau d'entrée important. La compensation en fréquence nécessite deux réseaux passifs.

## **2.2.2. DEUXIÈME GÉNÉRATION D'AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS**

Le dopage du silicium s'effectue toujours par diffusion gazeuse à haute température. Les améliorations par rapport à la première génération sont : les protections d'entrée et de sortie, le remplacement des résistances par des charges actives (ce qui augmente le gain en tension et permet une large gamme de valeurs d'alimentation), l'augmentation de la résistance différentielle d'entrée, la simplicité de compensation en fréquence (elle est intégrée dans le 741) et l'élimination du phénomène de latch-up à cause de la non-inversion dans l'étage d'entrée.

### **2.2.2.1. L'amplificateur opérationnel 101 (figure 2.12)**

Cet amplificateur fait partie de la famille des 101 - 201 - 301 qui se différencient par les caractéristiques d'entrée (courants de polarisation, résistance d'entrée différentielle et tension de décalage).

Il présente trois étages :

- l'amplificateur différentiel d'entrée,
- l'émetteur commun intermédiaire,
- le push-pull de sortie.

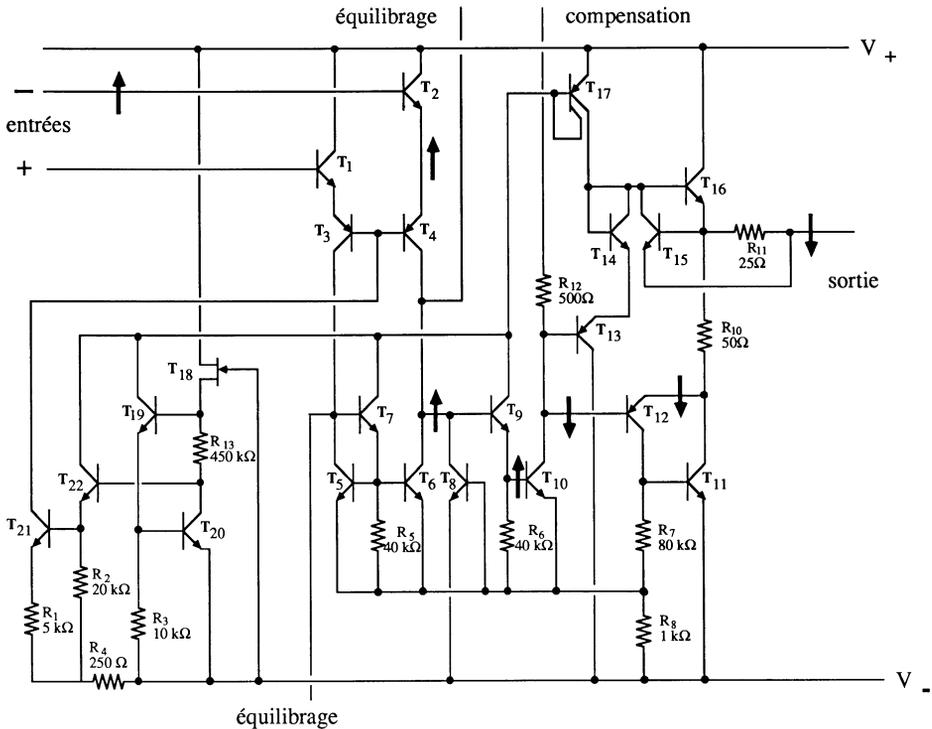


Figure 2.12.

Si, dans la première génération d'amplificateurs opérationnels, le schéma réel pouvait être réalisé avec des éléments discrets (à condition de prendre certaines précautions), il n'en est plus de même pour les autres générations. L'utilisation des transistors multi-collecteurs en est une preuve. Ces composants travaillent en générateurs de courant stable. A partir de la figure 2.13, on montre que le rapport des courants  $I_{C2}/I_B$  est constant quelle que soit la valeur du gain en courant de chaque élément ( $\beta \gg 1$ ). Ce rapport ne dépend que de la géométrie du circuit et est souvent chiffré. Cette technique permet de générer  $n$  courants de valeurs souhaitées ainsi que l'indique la figure 2.14.

**Amplificateur différentiel d'entrée** (figure 2.15). Il n'a rien de comparable avec celui des circuits 702 et 709. Les transistors  $T_1$  et  $T_2$  travaillent en collecteurs communs et pilotent les PNP latéraux multi-collecteurs  $T_3$  et  $T_4$  fonctionnant en base commune. Cette configuration, comme nous l'avons vu précédemment, impose un courant de polarisation constant  $I_0 = 8 \mu\text{A}$  donc  $I_{B3} = I_{B4} = 4 \mu\text{A}$  et  $I_{C3} = I_{C4} = 16 \mu\text{A}$  (gain en courant imposé de 4). Si  $\beta_1 = \beta_2 = 100$ , les courants de base seront de  $160 \text{ nA}$  et constants. L'impédance d'entrée différentielle est grande et dépasse le mégohm

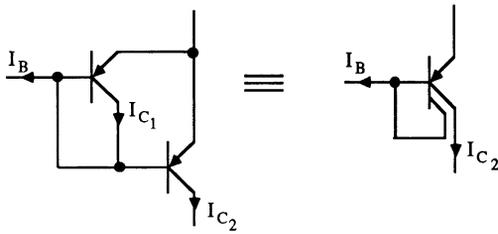


Figure 2.13.

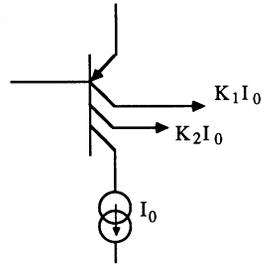


Figure 2.14.

(la valeur est  $2 \beta_1 \frac{h_{113}}{\beta_3}$ ). La charge active des transistors  $T_3$  et  $T_4$  est réalisée avec  $T_5$ ,  $T_6$  et  $T_7$ . Ces trois transistors fonctionnent suivant le même principe que le miroir de courant (schéma équivalent de droite de la figure 2.15) étudié au paragraphe 1.4.6 (exercice 5). Ceci permet de passer du mode symétrique au mode dissymétrique sans perte de gain. Le transistor  $T_9$  travaille en collecteur commun et rend symétrique le fonctionnement de l'amplificateur différentiel limitant ainsi les décalages et dérives. Le circuit de polarisation délivrant les courants constants est constitué par les transistors  $T_{18} - T_{19} - T_{20} - T_{21}$  et  $T_{22}$ . Le transistor  $T_{20}$  de gain en courant  $\beta_{20}$  est inséré dans une boucle d'asservissement avec  $T_{10}$  et  $T_{18}$ . Cet asservissement rend constant le courant d'utilisation.

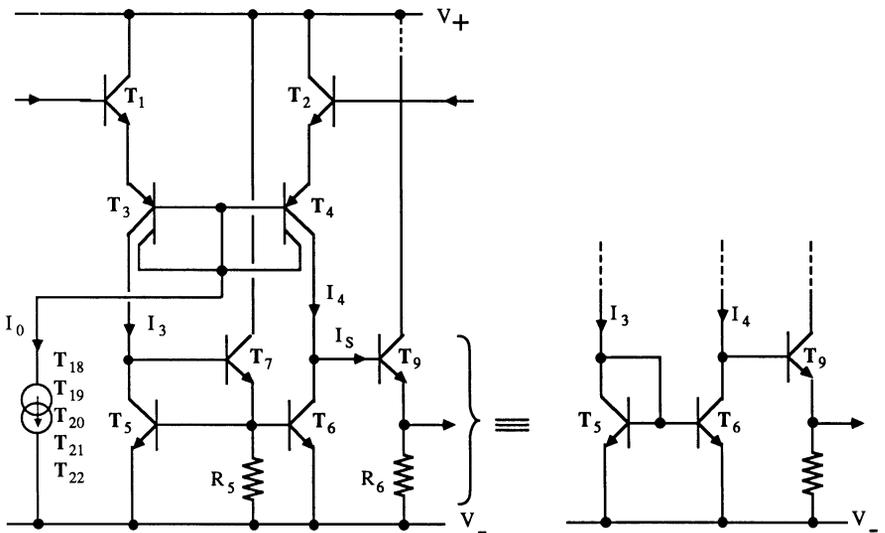


Figure 2.15.

La conception nouvelle de cet étage permet :

- une grande impédance d'entrée due aux montages collecteurs communs,
- une fréquence de coupure élevée à cause du couple collecteur commun
- base commune,
- l'absence de phénomène de latch-up à cause de la non-inversion globale du gain en mode commun,
- une grande dynamique différentielle grâce à la tenue en tension inverse importante des jonctions base-émetteurs des transistors PNP à faible gain en courant ( $V_{EB_1} + V_{EB_3} + V_{BE_4} + V_{BE_2} > 30 \text{ V}$ ),
- une grande dynamique de mode commun ( $+ V$  en positif et  $\simeq - V$  en négatif),
- un gain en tension de 100.

**Deuxième étage émetteur commun et push-pull de sortie** (figure 2.16). Le transistor  $T_9$  monté en collecteur commun commande l'émetteur commun  $T_{10}$  chargé par  $T_{17}$ , celui-ci fonctionnant à courant constant. Le push-pull de sortie est constitué des transistors  $T_{16}$  (NPN) et  $T_{12} - T_{11}$  (Darlington composite). Ce dernier est nécessaire à cause du faible gain en courant du PNP. La distorsion de raccordement est diminuée grâce aux transistors  $T_{14}$  et  $T_{13}$  fonctionnant en diode. Le gain en tension de l'ensemble, sans charge, est de 1000.

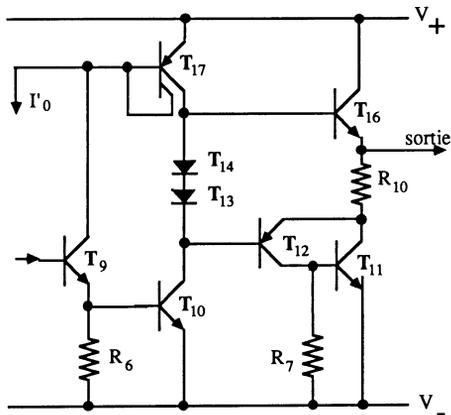


Figure 2.16.

La protection contre les surcharges en sortie est dissymétrique.

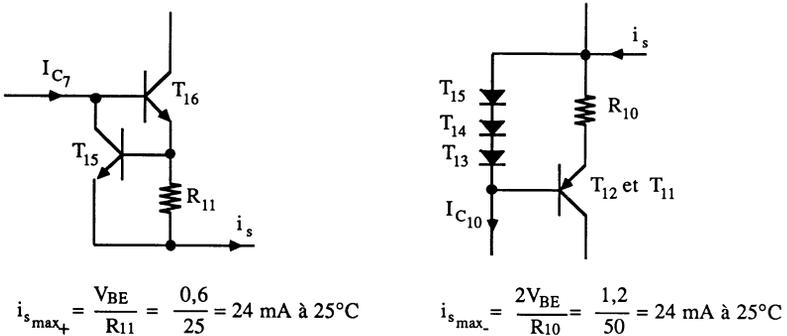
— Pour  $v_s$  donc  $i_s$  positifs, le courant de sortie circule dans la résistance  $R_{11}$  et, si sa valeur est suffisante, fait conduire le transistor  $T_{15}$  limitant ainsi le courant dans la base de  $T_{16}$ . Ce procédé est classique dans les amplificateurs de puissance. Nous obtenons

$$i_{s\max+} = \frac{0,6}{25} = 24 \cdot 10^{-3} = 24 \text{ mA à } 25^\circ \text{C}$$

— Pour  $v_s$  donc  $i_s$  négatif, le courant de sortie circule dans  $R_{11}$  et  $R_{10}$ . Aux bornes de cette dernière résistance, nous trouvons les jonctions base-collecteur de  $T_{15}$ , base-émetteur de  $T_{14}$ , émetteur-base de  $T_{13}$  puis la jonction de commande de  $T_{12}$ . La limitation est définie à partir de la somme des seuils ce qui, là aussi, correspond à un procédé rencontré en puissance. Ainsi

$$i_{s_{\max-}} = \frac{3 \times 0,6 - 0,6}{50} = 24 \text{ mA à } 25^\circ\text{C}$$

La figure 2.17 indique les deux schémas équivalents de limitation ainsi que la valeur maximale du courant de sortie.



**Figure 2.17.**

En sécurité négative, le transistor  $T_{10}$  conduit de manière exagérée. Il crée une forte chute de tension aux bornes de la résistance  $R_8$  faisant conduire le transistor  $T_8$ . Alors celui-ci limite le courant de commande du collecteur commun  $T_9$ .

La correction d'offset s'obtient en connectant les extrémités d'un potentiomètre de  $1 \text{ M}\Omega$  aux collecteurs des transistors  $T_3$  et  $T_4$  créant un déséquilibre inverse.

La compensation en fréquence effectuée entre le collecteur de  $T_{10}$  et la base de  $T_9$  par un réseau  $R_{12} - C$  extérieur utilise l'effet Miller.

#### Avantages et inconvénients de ces circuits intégrés

— **Avantages.** Ils ont été situés tout au long de leur présentation en comparaison avec le 709 (meilleure impédance d'entrée et dynamique d'entrée différentielle et de mode commun, pas de phénomène de *latch-up*, sécurités d'entrée et de sortie, compensation en fréquence simple, gain de boucle important, gamme étendue de tension d'alimentation de  $\pm 5 \text{ V}$  à  $\pm 20 \text{ V}$ ).

— **Inconvénients.** Malgré l'augmentation de l'impédance d'entrée, celle-ci reste encore faible pour certaines applications ( $1 \text{ M}\Omega$ ). La nécessité de

compenser le circuit en fréquence peut être gênante, en tout cas pas toujours bien reçue des utilisateurs.

— **Remarque.** Ce circuit peut être rendu compatible TTL en sortie en limitant l'excursion du potentiel du collecteur de  $T_{10}$ , donc de la sortie. On utilise alors la borne prévue pour la compensation en fréquence, inutile en commutation ainsi que l'indique la figure 2.18.

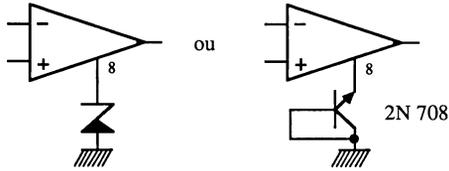


Figure 2.18.

2.2.2.2. L'amplificateur opérationnel 741 (figure 2.19)

Il représente la copie simplifiée du 101 dans le sens où la source du courant d'entrée n'est plus stabilisée en température.

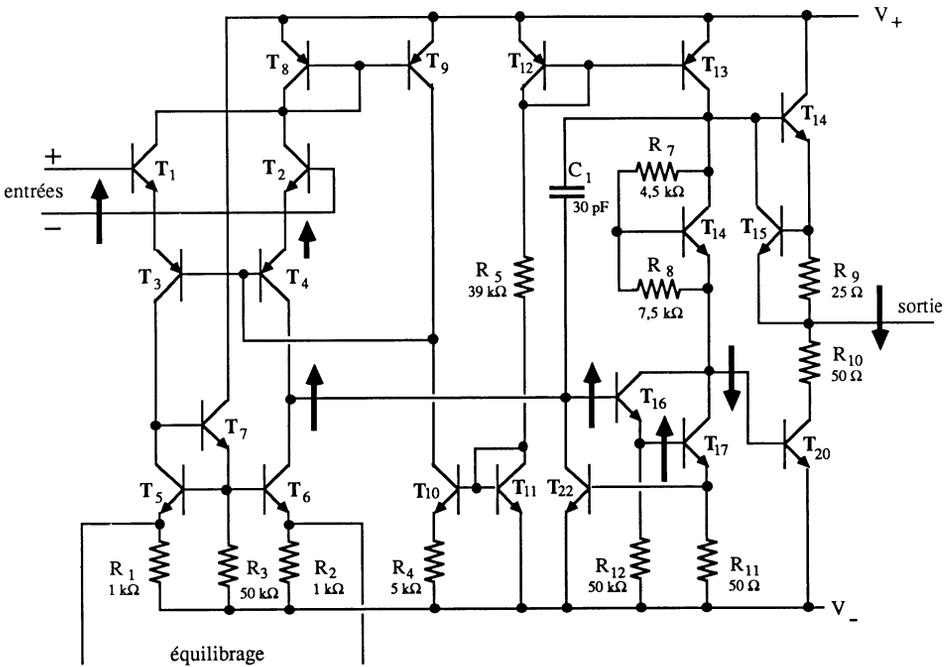


Figure 2.19.

**Etage différentiel d'entrée.** Comme pour le 101, il est constitué des montages collecteurs communs ( $T_1, T_2$ ), bases communes ( $T_3, T_4$ ) et des charges actives ( $T_5, T_6$  et  $T_7$ ). Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  permettent le réglage d'offset avec un potentiomètre de valeur très inférieure à celui utilisé pour le 101 (20 k $\Omega$ ). La sortie en courant s'effectue sur le collecteur de  $T_4$  et  $T_6$ , elle attaque le Darlington ( $T_{16}, T_{17}$ ) fonctionnant en émetteur commun. Le réglage du courant constant dans les transistors  $T_3$  et  $T_4$  peut se comprendre à partir du schéma de la figure 2.20 (il faut rappeler que les transistors PNP sont difficilement contrôlables à la fabrication et qu'on leur impose un courant à partir d'un fonctionnement multi-collecteurs). Le schéma de cette figure représente le premier étage, légèrement simplifié. Les transistors  $T_{10}$  et  $T_{11}$  génèrent un courant constant  $I_0$ , somme de  $I_1$  et  $I_2$ . Les transistors  $T_3$  et  $T_4$ , ayant un gain en courant imposé  $\beta$ , fonctionnent suivant les relations

soit 
$$I_1 = \frac{I_2}{\beta} \quad \text{et} \quad I_2 = I_0 \frac{\beta}{\beta + 1}$$

expression qui montre la constance des courants collecteurs.

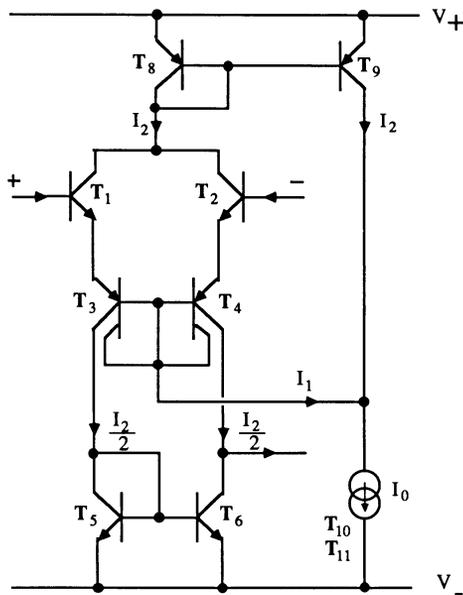


Figure 2.20.

**Etage émetteur commun et push-pull de sortie.** Ainsi que nous venons de le voir, l'émetteur commun utilise un montage Darlington ( $T_{16} - T_{17}$ ) ceci, afin de présenter une grande impédance d'entrée, donc de ne pas diminuer le gain en tension du premier étage. Cet émetteur commun, chargé par une source à courant constant ( $T_{12} - T_{13}$ ) dont la valeur est sensiblement

$\frac{V_+ - V_-}{R_5} \simeq 0,75 \text{ mA}$  pour  $\pm 15 \text{ V}$ , pilote le push-pull de sortie constitué

de  $T_{14}$  (NPN) et  $T_{20}$  (PNP). Le transistor  $T_{18}$  fonctionnant en multiplicateur de jonction polarisé, en classe B, l'étage push-pull. La protection en intensité est identique à celle du 101. Elle est assurée en positif par  $T_{15}$  ( $i_{s_{\max+}} = 0,6/R_9 = 24 \text{ mA}$  à  $25^\circ\text{C}$ ) et en négatif par  $T_{15}$  en inverse et  $T_{18}$  ( $i_{s_{\max-}} = 1,2/R_{10} = 24 \text{ mA}$  à  $25^\circ\text{C}$ ). Le transistor  $T_{22}$  limite le courant d'entrée de l'émetteur commun lors de la protection en négatif, sinon il y aurait destruction de  $T_{17}$  en surintensité.

La capacité Miller est intégrée entre collecteur et base du Darlington émetteur commun. Sa valeur de  $30 \text{ pF}$  (utilisant le tiers de la surface de la puce) impose une fréquence de cassure basse de  $10 \text{ Hz}$  et un produit gain-bande passante de  $1 \text{ MHz}$ .

Le schéma simplifié d'un amplificateur opérationnel est toujours utile pour présenter ce composant appartenant à la famille des circuits intégrés linéaires. C'est donc le 741 qui est choisi à cause de sa simplicité ; il est représenté sur la figure 2.21.

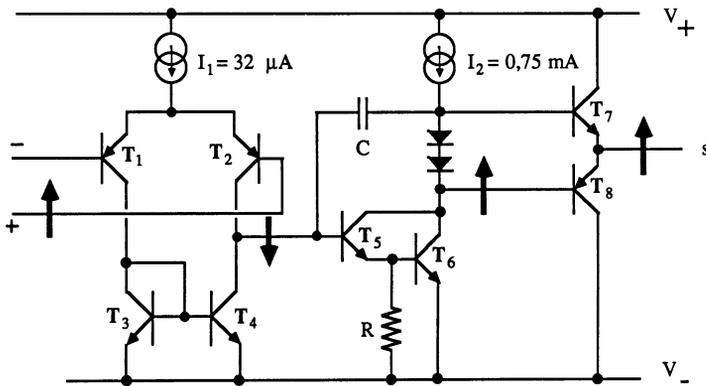


Figure 2.21.

#### Avantages et inconvénients de ce circuit intégré.

— **Avantage.** C'est incontestablement sa facilité d'utilisation car il est rare que ce circuit soit instable (il est dit inconditionnellement stable).

— **Inconvénients.** Citons d'abord sa lenteur, c'est-à-dire son faible produit gain-bande passante et son slew rate de  $0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$ . Ensuite il faut considérer les erreurs d'offset, de dérive, etc. importantes lorsque l'on veut travailler en petits signaux de sortie.

— **Remarque.** Le 741 est idéal pour fonctionner en très basse fréquence, en faible gain et en forte dynamique de sortie.

### 2.2.2.3. Améliorations technologiques de la seconde génération

Le procédé de dopage par diffusion gazeuse à haute température est le seul existant jusqu'aux années 75. Pendant cette décennie (65-75), les fabricants de circuits intégrés monolithiques linéaires se sont « acharnés » à améliorer les caractéristiques d'entrée des circuits 101 ... 741. Quoique étudiés au chapitre 4, les paramètres des amplificateurs opérationnels 709, 101 et 741 sont présentés sur le tableau 2.1 (valeurs approximatives). Ceci permet de voir l'évolution recherchée et de montrer que, lorsqu'un paramètre est amélioré, c'est souvent au détriment des autres. Citons quelques exemples d'améliorations.

**Amplificateur différentiel à transistors super-bêta.** La figure 2.22 représente le schéma de principe d'un amplificateur opérationnel dont les transistors d'entrée  $T_1$  et  $T_2$  présentent un gain en courant très élevé (au minimum de 1 000). Ils sont intégrés avec une zone d'émetteur très fortement dopée et une épaisseur de base extrêmement réduite, ce qui explique la faible tenue en tension (4 V) et la protection par le transistor  $T_5$  accompagnée des deux diodes. Les transistors  $T_3$  et  $T_4$  travaillant en base commune, pilotent  $T_6$  (dans le circuit 108, le second étage est un autre amplificateur différentiel). Les caractéristiques obtenues pour l'amplificateur opérationnel LM 108 A sont :

- courant de polarisation, 2 nA,
- tension de décalage d'entrée  $V_d = 0,5$  mV,
- dérive de  $V_d$ ,  $5 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- résistance différentielle d'entrée,  $70 \text{ M}\Omega$ ,
- slew rate,  $1 \text{ V}/\mu\text{s}$  sans compensation et  $0,1 \text{ V}/\mu\text{s}$  avec  $30 \text{ pF}$ ,
- dynamique d'entrée,  $\pm 13 \text{ V}$  pour  $\pm 15 \text{ V}$  d'alimentation.

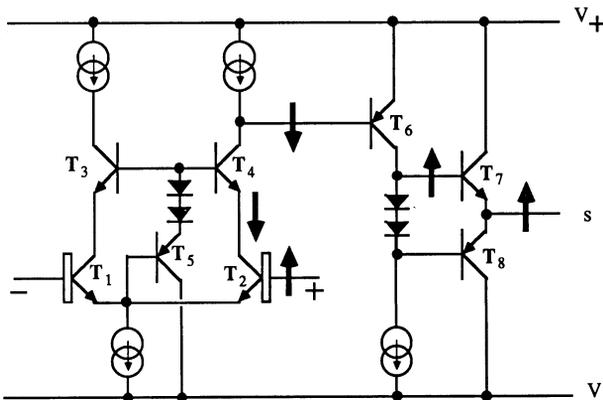


Figure 2.22.

Tableau 2.1

Circuit	Courants de polarisation d'entrée à 25 °C	Tension de décalage $V_d$	Dérive de $V_d$	Résistance différentielle d'entrée	Vitesse de balayage slew rate	Dynamique de sortie pour $\pm V = \pm 15$
709 A	200 nA	2 mV	10 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	700 k $\Omega$	0,25 V/ $\mu\text{s}$	$\pm 8$ V
101 A	75 nA	2 mV	15 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	4 M $\Omega$	10 V/ $\mu\text{s}$ sans compensation	$\pm 14$ V
741 A	80 nA	3 mV	15 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	6 M $\Omega$	0,7 V/ $\mu\text{s}$	$\pm 14$ V
741	500 nA	5 mV	trop importante	2 M $\Omega$	0,5 V/ $\mu\text{s}$	$\pm 14$ V

Ces caractéristiques indiquent que le faible courant de polarisation, donc la grande résistance d'entrée, sont au détriment de la rapidité ou vitesse de balayage. *Les valeurs indiquées sont les valeurs maximales.*

**Amplificateur différentiel à transistors Darlington et contre-réaction par avance de phase.** Les circuits LM 118 - 218 - 318 de National Semiconductor ont été conçus pour obtenir une grande vitesse de balayage. Le schéma de principe de la figure 2.23 nous indique que l'amplificateur différentiel d'entrée constitué des transistors Darlington  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ ,  $T_4$ , pilote un second amplificateur différentiel à transistors PNP  $T_5$  et  $T_6$ . La capacité de réaction de 20 pF permet d'améliorer la rapidité du circuit et celle de 6 pF, en contre-réaction, le stabilise en fréquence. Citons les caractéristiques suivantes :

- courant de polarisation 250 nA,
- tension décalage d'entrée  $V_d = 4$  mV,
- dérive de  $V_d$  non indiquée,
- résistance différentielle d'entrée 3 M $\Omega$ ,
- slew rate 70 V/ $\mu$ s,
- dynamique d'entrée  $\pm 12$  V pour  $\pm 15$  V d'alimentation.

Ce circuit présente les caractéristiques d'entrée de la deuxième génération. Toutefois la vitesse de balayage est très grande, le produit gain-bande passante avoisine 15 MHz et le taux de réjection de mode commun vaut 100 dB. Ces performances permettent de le classer dans la quatrième génération.

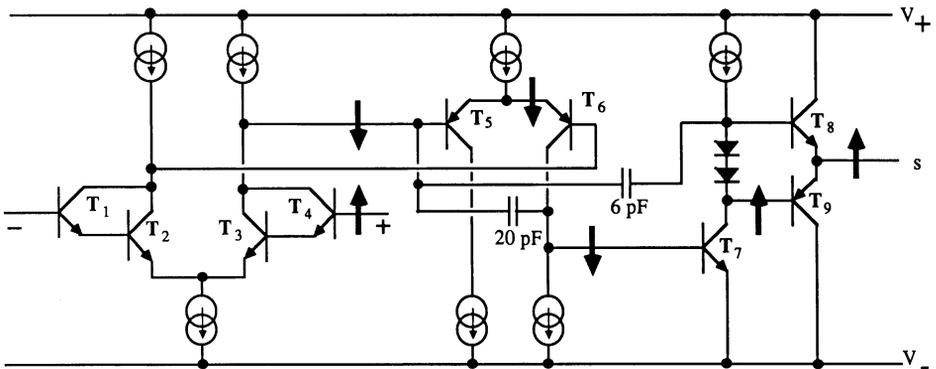


Figure 2.23.

**Amplificateur différentiel à transistors à effet de champ.** Toujours dans cette décennie 65-75, la grande idée des fabricants d'amplificateurs opérationnels était de réaliser un amplificateur différentiel à transistors à effet de champ à jonction JFET. Ce fut chose faite avec le circuit 740 de Fairchild dont le schéma de principe est représenté sur la figure 2.24. Les transistors à effet de champ canal P, travaillent en drain commun et pilotent  $T_3 - T_4$

(collecteurs communs). Ils attaquent l'amplificateur différentiel  $T_5 - T_6$ . La sortie sur miroir de courant  $T_7 - T_8$ , commande le montage collecteur commun  $T_9$  puis émetteur commun  $T_{10}$  pour sortir sur le push-pull  $T_{11}$  et  $T_{12}$ . Le réseau RC de  $500 \Omega$  et  $50 \text{ pF}$  permet de travailler, comme pour le 741, sans compensation extérieure. Les caractéristiques de ce circuit sont :

- tension de décalage,  $20 \text{ mV}$  (740) ou  $110 \text{ mV}$  (740 C),
- courant de polarisation,  $200 \text{ pA}$  (740) ou  $2 \text{ nA}$  (740 C),
- résistance différentielle d'entrée,  $10^{12} \Omega$ ,
- slew rate,  $6 \text{ V}/\mu\text{s}$ ,
- dynamique d'entrée,  $\pm 10 \text{ V}$  pour  $\pm 15 \text{ V}$  d'alimentation.

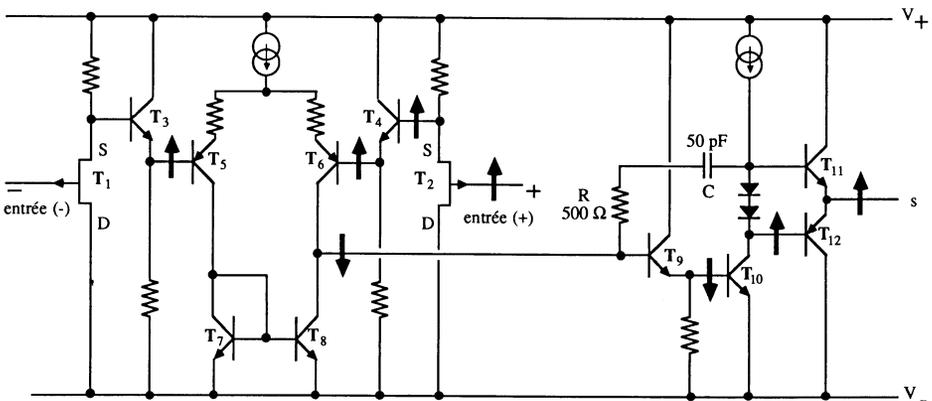


Figure 2.24.

**Amplificateur opérationnel à découpage ou chopper.** Cette technologie très particulière fait partie de l'amélioration des performances des amplificateurs opérationnels de la deuxième génération. Quoique étudiée dans le chapitre 6 en rubrique « Amplificateurs opérationnels spéciaux » nous en présentons le principe à partir de la figure 2.25. Le signal d'entrée  $v_1$ , considéré dans un intervalle de temps de signe constant, est modulé par une horloge pilotant un interrupteur qui, en réalité, est un transistor MOS. Le signal variable  $v_3$ , issu d'une liaison capacitive, est amplifié en un signal de même signe  $v_4$ . Après démodulation ( $v_5$ ), puis intégration, on obtient  $v_6$  à l'image de  $v_1$ . Il est évident qu'à partir d'un tel principe, les problèmes de décalage d'entrée sont théoriquement éliminés. De nombreux constructeurs ayant fabriqués ces circuits, les ont abandonnés à cause du bruit généré et de la présence de fréquences parasites d'intermodulation. Il existe toutefois encore les circuits stabilisés par chopper ou les circuits auto-zéro de la quatrième génération présentés au chapitre 6.

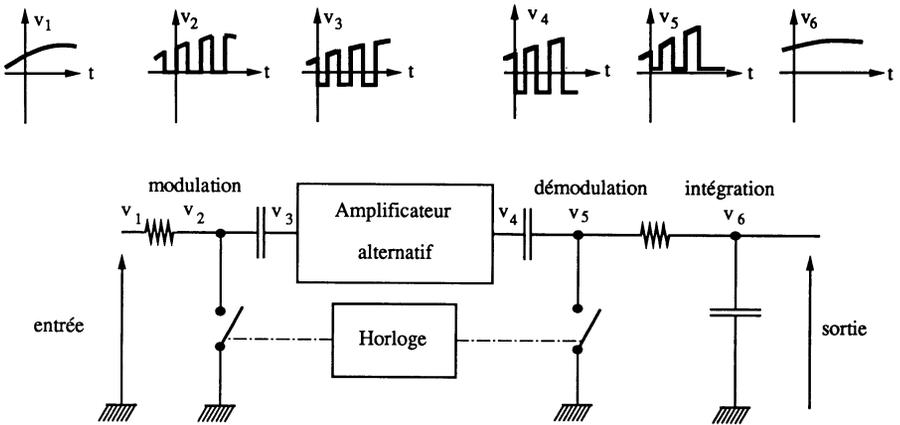


Figure 2.25.

**Amplificateurs opérationnels hybrides.** Ces dispositifs ont vu le jour dans la même décennie que les circuits de la seconde génération. Ils utilisent des transistors à effet de champ à jonction étroitement appariés et les performances sont de premier ordre. Néanmoins, leur prix de revient est de loin très supérieur à celui des circuits monolithiques. Leur emploi est justifié dans le cas où la fonction souhaitée n'existe pas sur le marché des circuits intégrés classiques.

**Remarque concernant les circuits de la deuxième génération.** Si les amplificateurs opérationnels de la famille des 101 et 741 sont encore utilisés pour leur simplicité de mise en œuvre, ce n'est plus le cas pour les autres circuits marginaux (à FET d'entrée, chopper) qui sont remplacés par ceux de la troisième génération (BIFET) et de la quatrième génération.

### 2.2.3. TROISIÈME GÉNÉRATION D'AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Cette génération englobe les technologies BIFET (circuits intégrés à transistors bipolaires et transistors à effet de champ à jonction) et BIMOS (utilisant des transistors à grille isolée appelés MOSFET). L'intégration de ces composants sur le substrat de silicium ne fut possible qu'en utilisant l'implantation ionique (en 1975). Cette opération de dopage consiste à bombarder le matériau avec des ions d'impuretés. Elle permet de doser, avec une grande précision, la profondeur d'implantation par l'énergie du rayon et

la concentration d'atomes dopants de type P ou N par la durée. Ce résultat ne peut être obtenu avec la technique de diffusion classique par jet gazeux à haute température. On réalise ainsi des transistors à jonction JFET, haute tension, étroitement appariés sur la même puce constituant l'étage différentiel d'entrée. Ces nouveaux composants à symétrie presque parfaite permettent une plus grande bande passante que les PNP latéraux, tout en conservant une même tension de claquage.

### 2.2.3.1. Le BIFET de National Semiconductor

National Semiconductor fabrique depuis 1975 les circuits LF 155 - 156 - 157, 255 - 256 - 257, 355 - 356 - 357, tous basés suivant le même principe représenté sur la figure 2.26. L'amplificateur différentiel d'entrée à transistors JFET  $T_1 - T_2$ , pilote un second amplificateur différentiel à transistors NPN,  $T_3 - T_4$ . L'étage de sortie est constitué d'un montage collecteur commun  $T_5$  suivi du push-pull où la conduction positive est assurée par le transistor NPN  $T_6$  et la conduction négative par le couple JFET - bipolaire  $T_7 - T_8$ . La capacité de 10 pF assurant la compensation en fréquence des circuits classiques n'est que de 2 pF pour la série LF 157 - 257 - 357. Afin de minimiser les erreurs, une boucle d'asservissement en mode commun est réalisée avec le transistor  $T_9$  (lorsque la tension d'entrée de mode commun varie en positif, le second amplificateur différentiel tend à moins conduire ainsi que  $T_9$ , ce qui élève le potentiel source des JFET maintenant la tension  $V_{GS}$  quasi constante).

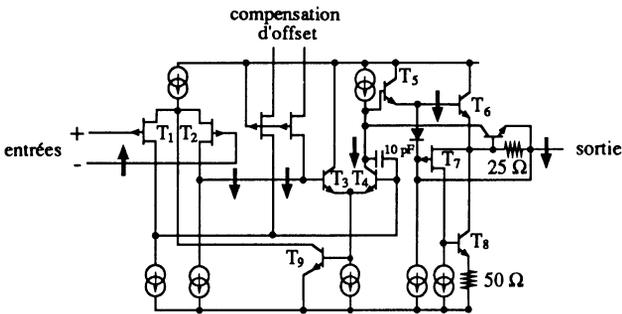


Figure 2.26.

La figure 2.27 représente le schéma réel des circuits précités. Les transistors  $T_{10}$  et  $T_{11}$  correspondent aux charges actives de l'amplificateur différentiel d'entrée,  $T_{17}$  est le multi-collecteur.  $T_{12}$ ,  $T_{13}$ ,  $T_{19}$  et  $T_{21}$  travaillent à courant constant. La limitation en intensité est assurée :

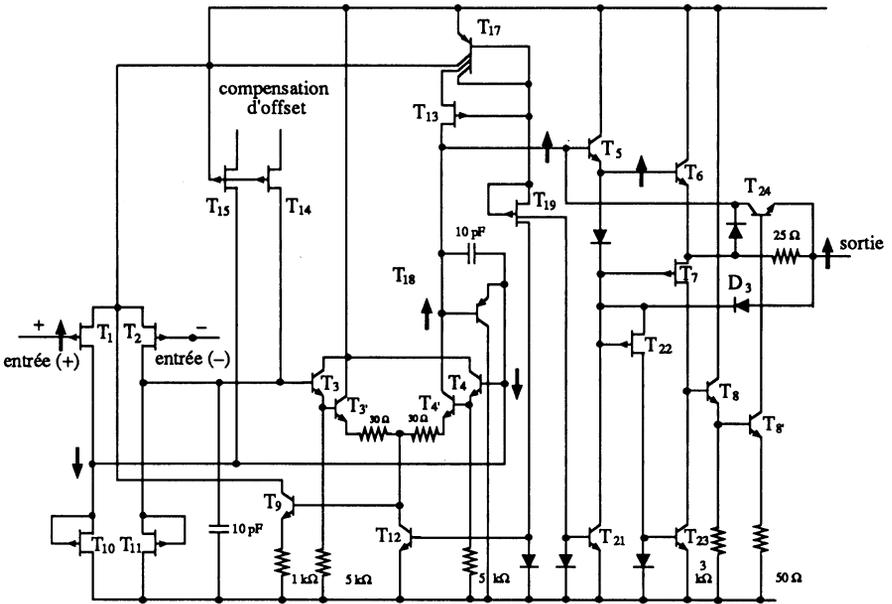


Figure 2.27.

— en positif par  $T_{24}$ , limitant la conduction du collecteur commun intermédiaire  $T_5$ ,

— en négatif par  $D_3$  limitant la conduction du transistor JFET  $T_7$ .

Les performances de ces circuits intégrés sont :

— courants de polarisation, 50 pA,

— tension de décalage  $V_d = 2$  mV,

— dérive de  $V_d$ ,  $5 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,

— résistance d'entrée différentielle,  $10^{12} \Omega$ ,

— slew rate,  $5 \text{ V}/\mu\text{s}$  (155),  $12 \text{ V}/\mu\text{s}$  (156) et  $50 \text{ V}/\mu\text{s}$  (157),

— dynamique d'entrée,  $\pm 11 \text{ V}$  pour  $\pm 15 \text{ V}$  d'alimentation.

**Les BIFET sont très sensibles à la température. Le courant de fuite de la jonction grille-canal double tous les  $10^\circ\text{C}$ . Dans ces conditions, aux hautes températures, les courants de polarisation d'entrée atteignent des valeurs identiques à celles des transistors bipolaires.**

### 2.2.3.2. Le BIFET de Texas Instruments

Les « deux grands » du BIFET se sont engagés dès 1975 dans une compétition technologique et économique. National Semiconductor, avec son LF156, réalisa un produit très performant mais coûteux. Texas Instruments,

jouant la simplicité, fabrique le TL 080 avec une seule paire de JFET en entrée. Le prix de ce composant s'en trouva réduit et toute une suite de circuits simples, doubles ou quadruples amplificateurs opérationnels apparut sur le marché (famille TL 080 à usage général, famille TL 071 pour son faible bruit et sa faible distorsion harmonique, famille TL 061 à faible consommation).

La figure 2.28 représente le schéma réel de l'amplificateur opérationnel TL 080. On trouve les fonctions suivantes :

— **Polarisation du circuit.** Le transistor  $T_{15}$  associé à  $R_6$ ,  $D_2$  (5,2 V) et  $T_{16}$  travaille à courant constant. Ce courant polarise le miroir de courant constitué de  $T_{14}$ ,  $T_1$  (196  $\mu\text{A}$ ) et  $T_9$  (600  $\mu\text{A}$ ).

— **Amplificateur différentiel d'entrée.** Les transistors JFET  $T_2$  et  $T_3$  sont chargés par  $T_4$ ,  $T_6$  et  $T_7$  (charges actives). Le réglage d'offset s'effectue, soit sur les émetteurs de ces derniers (TL 081 et TL 083) soit sur leurs collecteurs (TL 080). La capacité de compensation est interne ou externe suivant les modèles.

— **Etage intermédiaire.** Il est constitué d'un montage collecteur commun  $T_5$  et émetteur commun  $T_8$  chargé par le générateur à courant constant  $T_9$ . La diode  $D_1$  protège  $T_5$  et  $T_8$  et la résistance  $R_{11}$  de 68  $\Omega$  diminue le phénomène de distorsion de l'émetteur commun travaillant en « forts signaux ».

— **Etage de sortie.** C'est le push-pull classique constitué des transistors  $T_{12}$  (NPN),  $T_{13}$  (PNP) et de leur polarisation en classe B obtenue avec  $T_{10}$  et  $T_{11}$ . La protection contre les court-circuits est réalisée simplement avec les résistances  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .

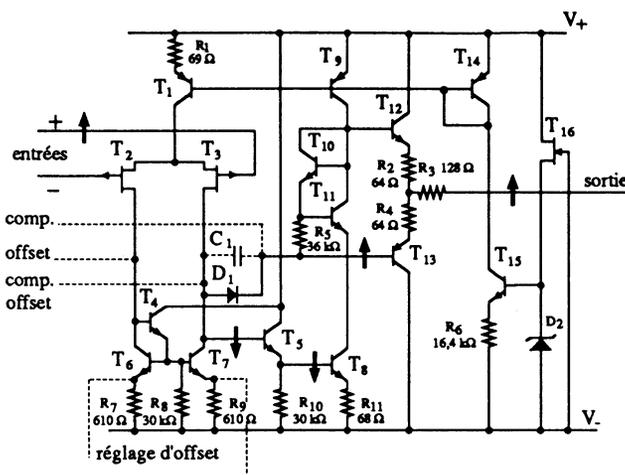


Figure 2.28.

Citons quelques caractéristiques (TL 080 C) :

- courant de polarisation, 100 pA,
- tension de décalage  $V_d = 7,5 \text{ mV}$ ,
- résistance d'entrée différentielle,  $10^{12} \Omega$ ,
- slew rate, 13 V/ $\mu\text{s}$ .

**2.2.3.3. Les BIMOS de RCA**

En parallèle avec National Semiconductor et Texas Instruments, la société RCA a fabriqué, à partir de 1975, des amplificateurs opérationnels en technologie BIMOS utilisant des transistors MOS et bipolaires. La technique de fabrication diffère des techniques précédentes du fait qu'il n'y a pas d'implantation ionique. Si les caractéristiques sont correctes à 25 °C (hormis celles du bruit) il n'en est pas de même aux autres températures à cause de leur forte dérive. On trouve deux types de schémas : les MOS — bipolaires — CMOS (circuits 3130 - 3160) et les MOS — bipolaires (circuit 3140). Dans tous les cas, les transistors d'entrée sont des PMOS permettant un bon fonctionnement en mode commun vers l'alimentation négative (bien adaptés pour une simple alimentation).

**Circuit CA 3130** (figure 2.29). Il est constitué de trois étages amplificateurs et d'un circuit de polarisation.

Les PMOS  $T_6$  et  $T_7$  de l'amplificateur différentiel, protégés par les diodes Zener  $D_5, D_6, D_7$  et  $D_8$ , sont chargés par  $T_9$  et  $T_{10}$  représentant les charges

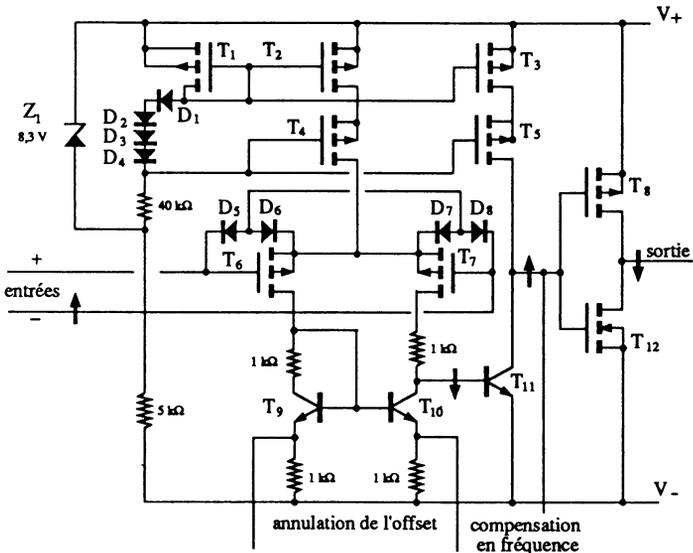


Figure 2.29.

actives (miroir de courant). La polarisation de 1,35 mA est fournie par le circuit constitué de  $Z_1 = 8,3 \text{ V}$ ,  $T_1$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ ,  $T_2$  et  $T_4$ . Le gain en tension de cet étage est de 5.

Le second étage est classique ; c'est un montage émetteur commun à transistor bipolaire  $T_{11}$  et charge active  $T_3$ ,  $T_5$ . La gain en tension s'établit autour de 6 000.

La particularité du dernier étage est que celui-ci utilise la configuration inverseuse CMOS à transistors canal N et P,  $T_8$  et  $T_{12}$ . Les avantages d'utiliser cet étage sont :

- obtention d'un gain en tension supérieur à 1 ( $\approx 30$ ), ce qui porte à 300 000 le gain d'ensemble en tenant compte des atténuations,
- auto-limitation en surcharge à cause des résistances internes des MOS,
- tension de saturation en sortie égale aux valeurs des alimentations pour un courant de sortie négligeable (à 10 mV près).

La compensation d'offset s'effectue sur les émetteurs des transistors  $T_9$  et  $T_{10}$ , la compensation en fréquence, externe pour le circuit 3130 est interne pour le 3160 (réseau R de 2 k $\Omega$  et C de 30 pF en connexion Miller de l'émetteur commun).

Les caractéristiques comparatives des CA 3130 X sont :

- courant de polarisation, 10 pA, 20 pA, 30 pA suivant le type,
- tension de décalage  $V_d$ , 2 mV, 5 mV, 15 mV,
- dérive de  $V_d = 10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- résistance d'entrée différentielle, 1,5 T $\Omega = 1,5 \cdot 10^{12} \omega$ ,
- slew rate, 30 V/ $\mu\text{s}$  sans contre-réaction ou 10 V/ $\mu\text{s}$  avec contre-réaction,
- dynamique d'entrée, - 0,5 V à 12 V pour  $V_- = 0$  et  $V_+ = 15 \text{ V}$ .

**Circuit CA 3140** (figure 2.30). Il diffère du précédent par son circuit de sortie.

Le premier étage utilise les transistors PMOS  $T_9$ ,  $T_{10}$  pilotant le miroir de courant  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ . Il est polarisé par le montage cascode statique  $T_2$ ,  $T_5$ . La protection d'entrée est assurée par les diodes Zener  $D_3$ ,  $D_4$  et  $D_5$ . Le réglage d'offset s'effectue, là aussi, sur les émetteurs de  $T_{11}$  et  $T_{12}$ . Le gain en tension est approximativement de 10.

Le deuxième étage émetteur commun  $T_{13}$  est chargé par le montage cascode  $T_3$ ,  $T_4$ . La capacité  $C_1$  de 12 pF compense le circuit en fréquence par effet Miller. La valeur statique du gain en tension avoisine 10 000.

L'étage de sortie travaille en collecteur commun avec les transistors  $T_{17}$  et  $T_{18}$  polarisés par le générateur à courant constant  $T_{15}$ ,  $T_{14}$ . Pour la variation positive de la sortie, ce sont les deux transistors  $T_{17}$  et  $T_{18}$  qui travaillent, la limitation en intensité est assuré par  $T_{19}$  qui pilote  $T_4$  tendant à diminuer le potentiel de la base de  $T_{17}$ . Pour la variation négative de la sortie, c'est le transistor  $T_{15}$  du générateur de courant qui assure le courant de sortie. Ce dernier est limité par la conduction du PMOS  $T_{21}$  donc de  $T_{16}$

limitant  $T_{15}$ . Le gain en tension de cet étage étant de 1, celui de l'ensemble est voisin de 100 000.

Les circuits CA 3140 X présentent les caractéristiques suivantes :

- courants de polarisation, 30 pA, 40 pA, 50 pA suivant le type,
- tension de décalage  $V_d$ , 2 mV, 5 mV, 15 mV,
- dérive de  $V_d$ , 5  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , 6  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , 8  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- résistance d'entrée différentielle, 1,5 T $\Omega$  = 1,5.10<sup>12</sup>  $\Omega$ ,
- slew rate, 9 V/ $\mu\text{s}$ ,
- dynamique d'entrée, + 12,5 V et - 15,5 V pour  $\pm$  15 V d'alimentation.

Notons que ce circuit peut être alimenté entre 4 et 40 V.

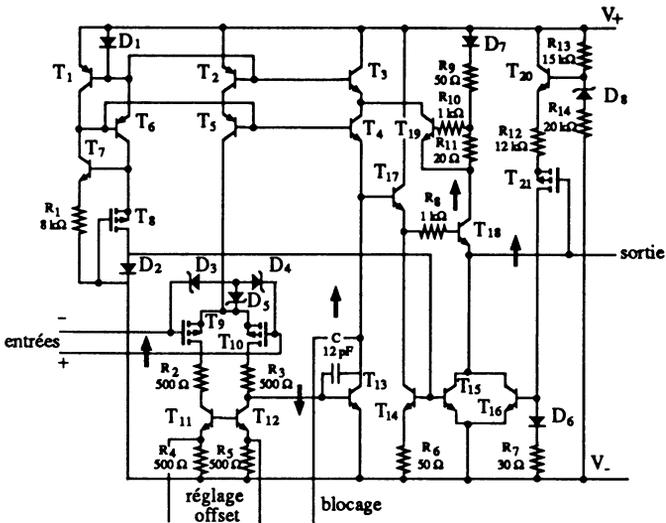


Figure 2.30.

### Comparaison élémentaire BIMOS - BIFET :

- les BIMOS présentent des courants d'entrée plus faibles que les BIFET,
- ils sont plus économiques,
- les BIFET présentent une meilleure caractéristique de bruit,
- leurs dérives en température sont plus faibles,
- BIMOS et BIFET perdent leurs bonnes caractéristiques de courant de polarisation aux très hautes températures ; c'est alors que l'on préfère les circuits uniquement bipolaires.

## 2.2.4. QUATRIÈME GÉNÉRATION D'AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Les amplificateurs opérationnels de la génération précédente présentent des caractéristiques presque idéalisées au sens large du terme. Malgré cela, certains paramètres restent encore insuffisants et l'optimisation de l'un se fait souvent au détriment de l'autre.

Puisque chaque génération est marquée par une certaine technologie, c'est dans ce sens qu'il faut présenter les nouveaux composants. Enumérons ces quelques technologies nouvelles utilisant pour la plupart l'implantation ionique et l'ajustement laser des résistances de l'étage d'entrée.

— Les circuits intégrés bipolaires à fort courant de polarisation pour une plus grande vitesse de balayage (LM 118 - 218 - 318). Ils font aussi partie de l'amélioration des circuits de la deuxième génération.

— Les BIFET utilisant le procédé « Zener - Zapping » pour une plus faible tension d'entrée d'offset (TL 087...).

— Les BIFET à transistors NFET d'entrée (TL 091) et les bipolaires à transistors PNP d'entrée pour des faibles tensions d'alimentation uniques (LM 10).

— Les CMOS constitués uniquement de transistors à grille isolée permettant de faibles tensions d'alimentation et consommation (ICL 76... d'Intersil, TL 251 et 271 de Texas...).

— Les amplificateurs opérationnels multiples (doubles ou quadruples) dans un même boîtier et à caractéristiques identiques permettant par exemple un rattrapage de phase (voir chapitre 5).

— Les amplificateurs opérationnels à auto-zéro par commutation et les circuits stabilisés par chopper, permettant des tensions d'offset de l'ordre du microvolt (ICL 7605 - ICL 7650).

— Les circuits hybrides à très fort slew rate (de 100 V/ $\mu$ s à 1 000 V/ $\mu$ s tendant à être remplacés par les circuits monolithiques du type HA 2539 de Harris ou MA 207 de Analog Systems).

Ces différentes technologies sont plus ou moins complexes à étudier. Nous allons présenter quelques principes en donnant certaines valeurs de paramètres. Cette présentation, très succincte, est complétée par l'étude d'autres circuits aux chapitres 4, 5 et 6.

### 2.2.4.1. Les circuits 118, 218 et 318

Ces circuits, datant de 1974, représentent une amélioration des amplificateurs opérationnels de la deuxième génération. Pour le 741 (à compensation interne) le slew rate est de 0,5 V/ $\mu$ s et le produit gain-bande de 1 MHz alors

que le 101 (à compensation externe par avance de phase) présente un slew rate de  $10 \text{ V}/\mu\text{s}$  et un produit gain-bande de  $10 \text{ MHz}$ . Dans le 118, représenté schématiquement sur la figure 2.23, l'étage d'entrée différentiel à transistors Darlington NPN pilote un second amplificateur différentiel à transistors PNP. La compensation en fréquence par avance de phase permet d'obtenir un slew rate de  $70 \text{ V}/\mu\text{s}$  et un produit gain-bande passante de  $15 \text{ MHz}$ .

#### 2.2.4.2. Le circuit TL 087 de Texas Instruments

Il faut d'abord préciser le principe du procédé « Zener Zapping ». La charge des transistors de l'étage différentiel d'entrée est constituée d'une suite de résistances connectées en parallèle avec des diodes Zener. L'injection d'un courant important conduit à la fusion de certains éléments court-circuitant ainsi quelques résistances. De cette façon les courants collecteurs sont rendus égaux, réduisant la tension de décalage. La figure 2.31 représente le schéma de principe du circuit TL 087 de Texas Instruments dont les caractéristiques essentielles sont :

- tension de décalage  $V_d$ ,  $0,5 \text{ mV}$ ,
- dérive de  $V_d$ ,  $10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- courant de polarisation,  $400 \text{ pA}$ ,
- slew rate,  $13 \text{ V}/\mu\text{s}$ ,
- impédance d'entrée,  $10^{12} \Omega$ ,
- taux de réjection de mode commun  $95 \text{ dB}$ .

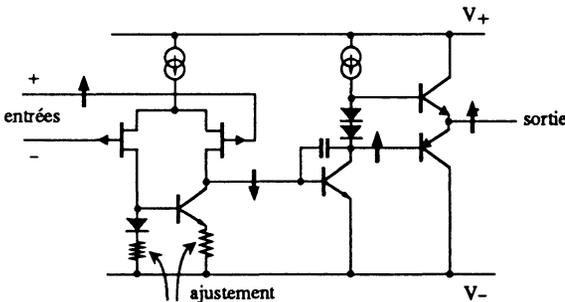


Figure 2.31.

Note de « dernière heure ». Il semblerait que ce circuit ne soit plus commercialisé. Toutefois ce principe « Zener Zapping » est utilisé chez d'autres fabricants (PMI...).

#### 2.2.4.3. Le circuit LF 400 de National Semiconductor

Ce circuit BIFET présente la meilleure approche de l'amplification idéale en ce qui concerne le compromis rapidité et faible consommation. Le schéma



- courant de polarisation, 20 nA,
- impédance d'entrée différentielle, 500 k $\Omega$ ,
- taux de réjection de mode commun, 100 dB.

Ce circuit, très bien adapté pour les servomécanismes et les ponts de mesure (Wheatstone...), est présenté plus en détail dans le chapitre 6.

#### **2.2.4.5. Le LM 11 de National Semiconductor**

Ce circuit intégré à caractéristiques d'entrée exceptionnelles est conçu avec des transistors bipolaires à « super-gain ». On trouve comme valeur des paramètres :

- tension d'offset  $V_d$ , 100  $\mu$ V,
- dérive de  $V_d$ , 1  $\mu$ V/ $^{\circ}$ C et 10  $\mu$ V par année,
- taux de réjection de mode commun, 130 dB.

La compensation en fréquence permet une utilisation relativement simple de ce composant.

#### **2.2.4.6. Les circuits OP 07, OP 27 de PMI et HA 5147 de Harris**

Cette génération d'amplificateurs opérationnels pour applications industrielles est conçue à partir de technologies avancées. L'étage d'entrée à transistors super-bêta voit ses résistances ajustées au laser et les composants « super appariés ». On obtient ainsi les caractéristiques suivantes (pour HA 5147) :

- tension d'offset  $V_d$ , 10  $\mu$ V,
- dérive de  $V_d$ , 0,2  $\mu$ V/ $^{\circ}$ C,
- slew rate, 35 V/ $\mu$ s,
- produit gain-bande, 120 MHz,
- gain en tension statique,  $1,8 \cdot 10^6$ ,
- taux de réjection de mode commun, 126 dB.

Ces circuits sont pratiquement disponibles dans de nombreux catalogues (Raytheon Semiconductor, Analog Devices, Linear Technology...)

#### **2.2.4.7. Les circuits AMP 01 et AMP 05 de PMI**

Ils sont aussi fabriqués par les sociétés Analog Devices (AD 524 et AD 625), Burr Brown (INA 101 et INA 105) et NS (LM 163). Ils présentent comme caractéristiques :

- tension d'offset  $V_d$ , 10  $\mu$ V,
- dérive de  $V_d$ , 0,3  $\mu$ V/ $^{\circ}$ C,
- bruit, 0,12  $\mu$ V crête à crête à 10 Hz.
- gain en tension, 200 millions.

Ces circuits représentent l'évolution en monolithique des circuits hybrides des années 85. Leur stabilité est assurée par seulement quelques composants extérieurs. Ils font partie de la famille des amplificateurs d'instrumentation ainsi que les OP...

#### 2.2.4.8. Les circuits CMOS ICL 76... de GE-Intersil

Ces sont des amplificateurs opérationnels à transistors CMOS. La figure 2.33 représente le schéma de principe. L'amplificateur différentiel constitué des transistors  $N_1$  et  $N_2$  attaque directement l'étage inverseur de sortie  $P_9 - N_{11}$ . Les caractéristiques essentielles de ces amplificateurs opérationnels sont

- tension d'offset  $V_d$ , 2 mV,
- dérive de  $V_d$ ,  $10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- courant de polarisation, 50 pA
- dynamique d'entrée, + 5,3 V, - 5,1 V pour  $\pm 5$  V d'alimentation,
- dynamique de sortie,  $\pm 4,9$  V pour  $\pm 5$  V d'alimentation,
- courant d'entrée, 1 pA,
- consommation programmée,  $20 \mu\text{W}$ ,
- impédance d'entrée,  $10^{12} \Omega$ .

Ces performances les font utiliser dans les applications portables comme amplificateurs de mesures... Leur vitesse de balayage (slew rate) est réduite ainsi que leur produit gain-bande passante (0,16 à  $1,6 \text{ V}/\mu\text{s}$  et 44 kHz à 1,4 MHz en fonction de la programmation).

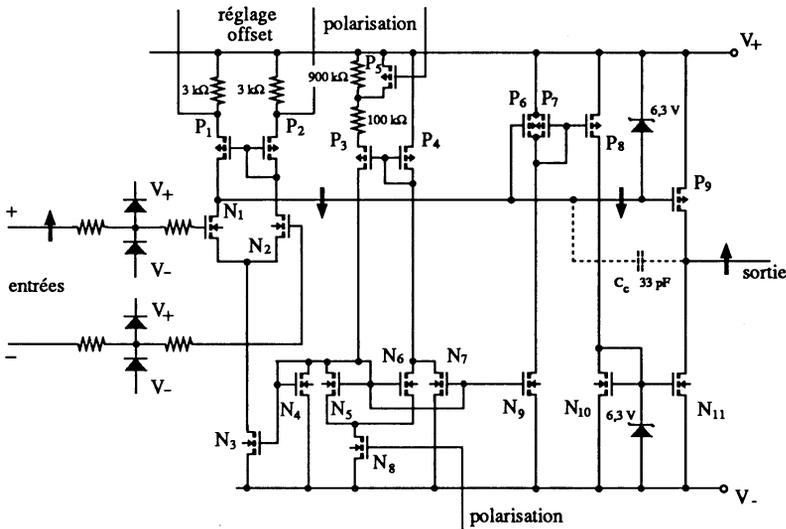


Figure 2.33.

### 2.2.4.9. Les amplificateurs à correction d'offset par commutation

Deux principes sont utilisés et présentés au chapitre 6. Citons les amplificateurs chopper et à auto-zéro (ICL 7650 et ICL 7605 de GE-Intersil). Les performances obtenues sont

- tension d'offset  $V_d$ ,  $2 \mu\text{V}$ ,
- dérive en température d'offset,  $0,05 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- dérive dans le temps de  $V_d$ ,  $0,2 \mu\text{V}/\text{année}$ ,
- taux de réjection de mode commun et d'alimentation,  $120 \text{ dB}$ ,
- slew rate,  $2,5 \text{ V}/\mu\text{s}$ ,
- produit gain-bande,  $2 \text{ MHz}$ .

Malgré le procédé de commutation, ces circuits présentent un très faible effet de distorsion d'intermodulation. Notons la tendance d'abandon des circuits classiques à chopper à cause de leur difficulté de stabilisation en fréquence, leur variation de phase autour de la fréquence de découpage et leur bruit (voir chapitre 6).

### 2.2.4.10. Les circuits rapides de Analog Systems

Cette société annonce des circuits monolithiques linéaires, extrêmement rapides, à faible bruit et pour certains, à fort courant. Citons les performances du MA 207 :

- slew rate,  $\pm 800 \text{ V}/\mu\text{s}$ ,
- produit gain-bande,  $1\,500 \text{ MHz}$ ,
- courant de polarisation,  $6 \mu\text{A}$ ,
- gain en tension,  $54 \text{ dB}$ ,
- bruit,  $2 \text{ nV} \cdot \sqrt{\text{Hz}}$

et du MA 208

- slew rate,  $\pm 30 \text{ V}/\mu\text{s}$ ,
- produit gain-bande,  $4 \text{ MHz}$ ,
- courant de sortie,  $500 \text{ mA}$ .

Leur schéma de principe est représenté respectivement sur les figures 2.34 et 2.35.

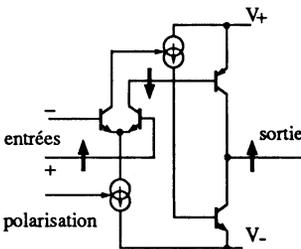


Figure 2.34.

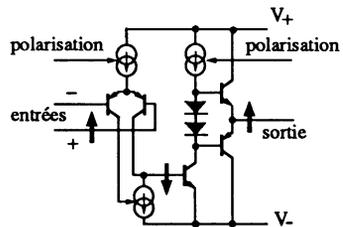


Figure 2.35.

**Remarques.** Les caractéristiques des circuits présentés dans ce chapitre, sont définies avec précision dans le chapitre 4. D'autres circuits appartenant à la quatrième génération, sont décrits dans les autres chapitres.

## 2.2.5. EXERCICES

**Exercice 1.** On veut intégrer l'amplificateur de la figure 2.3, constitué de cinq transistors dont le gain en courant  $\beta$  est voisin de 1 000.

— Déterminer la valeur des résistances, si on désire obtenir une résistance d'entrée différentielle de 200 k $\Omega$  et un courant de sortie théorique maximum de 10 mA. Les alimentations sont symétriques :

$$V_+ = + 15 \text{ volts}, V_- = - 15 \text{ volts}$$

— Quels sont le gain différentiel et la résistance de sortie de cet amplificateur opérationnel simplifié ?

### Solution

**Calcul des éléments.** La résistance d'entrée différentielle d'un tel étage est définie par

$$r_{e\text{diff}} = 2 h_{111} = 2 h_{112}$$

Comme

$$h_{111} \simeq \frac{\beta}{40 I_C} \quad \text{avec} \quad \beta = 100$$

il vient

$$I_C = \frac{\beta}{40 \cdot h_{111}} = \frac{100}{40 \cdot 10^5} = 25 \mu\text{A}$$

On en déduit la valeur des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  pour

$$e_- = e_+ = 0$$

$$R_1 = \frac{15 - 0,6}{2 I_C} = \frac{14,4}{50 \cdot 10^{-6}} = 288 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = R_3 = \frac{0,6}{I_C} = \frac{0,6}{25 \cdot 10^{-6}} = 24 \text{ k}\Omega$$

en supposant  $I_{B3} \ll I_{C2}$ .

La résistance  $R_4$  est définie à partir de la dynamique maximale en sortie (voir ouvrage *Amplificateurs de puissance*).

$$R_4 \simeq \frac{\beta R_{ch}}{10}$$

La résistance de charge peut être déterminée approximativement à partir du courant maximum de sortie et de la dynamique extrême théorique

$$R_{ch} \simeq \frac{V_+}{i_{s\text{max}}} = \frac{15}{10^{-2}} = 1\,500 \Omega$$

Ainsi

$$R_4 = \frac{10^2 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{10} = 1,5 \cdot 10^{-4} = 15 \text{ k}\Omega$$

Les résistances  $R_5$  et  $R_6$  doivent présenter une valeur voisine de

$$R_5 = R_6 = 150 \Omega$$

En réalité, la dynamique positive maximale sera voisine de

$$s_{\max} = (V - 0,6) \frac{\beta R_{\text{ch}}}{R_4 + \beta R_5 + \beta R_{\text{ch}}} \simeq \frac{14,4}{1,2} = 12 \text{ V}$$

La tension aux bornes de  $R_4$  est de 14,4 V. On en déduit la valeur du courant collecteur  $I_{C_3}$ , soit

$$I_{C_3} = \frac{14,4}{15 \cdot 10^3} \simeq 1 \text{ mA}$$

Le courant de base  $I_{B_3}$  de 10  $\mu\text{A}$  n'est pas négligeable devant  $I_{C_2}$ . Il faut alors modifier la valeur de la résistance  $R_3$ , afin d'équilibrer, en statique, l'amplificateur différentiel.

$$R_3 = \frac{0,6}{(25 - 10) 10^{-6}} = 40 \text{ k}\Omega$$

**Paramètres électriques de l'amplificateur.** L'amplificateur différentiel travaille à sa sortie en générateur de tension. Son gain à vide, en sortie mode commun, est  $\frac{\beta R_3}{2 h_{111}}$  et sa résistance de sortie  $R_3$ . Il est chargé par l'émetteur commun qui suit, de résistance d'entrée  $h_{113}$  et de gain en tension global (émetteur commun-push-pull de sortie) voisin de  $\frac{\beta R_4}{h_{113}}$ . Nous pouvons de suite déterminer la valeur de la résistance de sortie de l'amplificateur opérationnel. Nous avons  $r_s = \frac{R_4}{\beta} + R_5 = 300 \Omega$ . On retrouve la chute de tension approximative en sortie, de 3 volts pour un courant de 10 mA. En ce qui concerne le gain en tension A de l'ensemble, nous utilisons la relation

$$A = A_1 \times A_{u_{1-2}} \times A_2$$

$$A = \frac{\beta R_3}{2 h_{111}} \times \frac{h_{113}}{R_3 + h_{113}} \times \frac{\beta R_4}{h_{113}} \simeq \frac{\beta^2 R_4}{2 h_{111}}$$

Pour un courant  $I_{C_1} = I_{C_2} = 25 \mu\text{A}$ , nous avons

$$h_{111} = h_{112} = \frac{\beta}{40 I_{C_1}} = \frac{\beta}{40 I_{C_2}} = \frac{10^2}{40 \times 2,5 \times 10^{-5}} = 10^5 = 100 \text{ k}\Omega$$

Ainsi

$$A = \frac{10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^4}{10^5} = 1 \text{ 500}$$

Regroupons la valeur de ces paramètres

$$\begin{aligned} A &= 1\,500 \\ r_{e_{diff}} &= 200\text{ k}\Omega \\ r_s &= 300\ \Omega \end{aligned}$$

La faible valeur du gain en tension  $A$  réclame une sérieuse amélioration technologique, ce qui justifie le « défilement » des générations technologiques.

**Exercice 2.** On se propose d'améliorer les caractéristiques de l'amplificateur précédent (figure 2.3) en utilisant la technologie de la seconde génération. Le nouveau schéma devient celui de la figure 2.36. On supposera que les transistors présentent un gain en courant  $\beta = 100$  et une résistance  $1/h_{22}$  très grande, donc d'influence négligeable.

Décrire le principe de fonctionnement de ce circuit et en déduire les entrées (+) et (-).

Déterminer le gain en tension de l'ensemble pour une charge  $R_{ch} = 1\text{ k}\Omega$ .

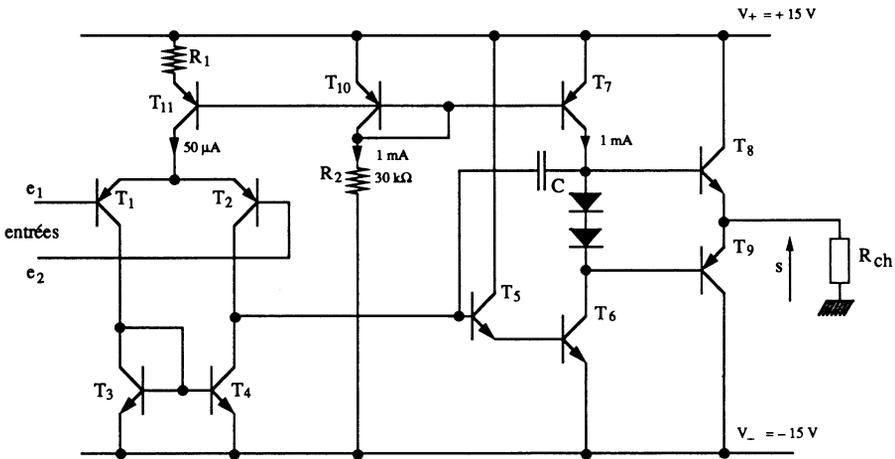


Figure 2.36.

**Solution**

**Principe de fonctionnement.** Les transistors PNP,  $T_1$  et  $T_2$  de l'amplificateur différentiel sont chargés par un miroir de courant  $T_3 - T_4$ . L'étage intermédiaire, constitué du collecteur commun  $T_5$  et de l'émetteur commun  $T_6$  (chargé par un générateur de courant  $T_7$ ), pilote le push-pull de sortie  $T_8$  et  $T_9$ . L'ensemble des transistors  $T_{10}, T_{11} - T_7$  représente le circuit de polarisation fonctionnant suivant le principe du miroir de courant. Les résistances  $R_2$  et  $R_1$  permettent d'ajuster la valeur des courants de 1 mA et 50  $\mu$ A (valeurs de l'exemple précédent). Le condensateur  $C$ , intégré, permet la compensation en fréquence (voir circuit 741). Le signe des entrées est défini par la loi des variations. Une

variation d'entrée positive en  $e_2$  entraîne les variations, négative sur le collecteur de  $T_2$ , négative sur la base de  $T_6$ , positive sur son collecteur puis positive en sortie. Ainsi

$$e_2 = e_+ \quad \text{et} \quad e_1 = e_-$$

**Détermination des paramètres de l'amplificateur.** En s'inspirant des éléments du chapitre 1, et plus particulièrement de l'exercice 5 du paragraphe 1.4.6, nous déterminons le gain en tension de cet amplificateur qui est un **amplificateur opérationnel de Norton**, dans le sens où une tension différentielle  $e_d = e_+ - e_-$  commande les courants dans les différents étages. Il faut connaître la pente  $g$  des transistors  $T_1$  et  $T_2$ .

$$g = \frac{i_c}{v_{be}} = \frac{\beta i_b}{v_{be}} = \frac{\beta}{h_{111}} = \frac{\beta}{\beta/40 I_{C1}} = 40 I_{C1} = 40.25.10^{-6}$$

$$g = 10^{-3} = 1 \text{ mA/V}$$

Le courant de sortie de l'amplificateur différentiel, qui est aussi le courant de base du collecteur commun  $i_{b5}$ , est défini par la relation

$$i_{b5} = g e_d \quad (\text{pour les variations})$$

(voir exercice 5, paragraphe 1.4.6).

Ce courant, multiplié par  $\beta_5$  puis  $\beta_6$  puis  $\beta_{8-9}$ , fournit le courant de sortie. Il vient alors la relation du gain en tension différentiel

$$A_d = A = \frac{s}{e_d} + g \cdot \beta_5 \cdot \beta_6 \cdot \beta_{8-9} \cdot R_{ch}$$

en supposant bien sûr que les résistances  $1/h_{22}$ , parallèles aux transistors, sont d'influence négligeable, ce qui est en partie vrai pour une résistance de charge  $R_{ch}$  de faible valeur.

L'application numérique nous donne

$$A = 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 10^6$$

En pratique, ce gain en tension sera plus faible, à cause des termes  $1/h_{22}$  et de l'effet de rétroaction thermique (influence de l'étage de sortie sur l'entrée) présenté au chapitre 4.

**Exercice 3. L'amplificateur opérationnel 351 de chez NS (figure 2.37), fait partie de la troisième génération technologique. Sa compensation interne en fait un composant très facile à utiliser au même titre que le 741, mais avec certaines caractéristiques bien meilleures :**

- très faible bruit,
- produit gain-bande, 4 MHz,
- slew rate, 13 V/ $\mu$ s,
- impédance d'entrée,  $10^{12} \Omega$ ,
- prix réduit.

Définir approximativement le rôle de chaque composant constituant ce circuit ainsi que le signe des entrées.

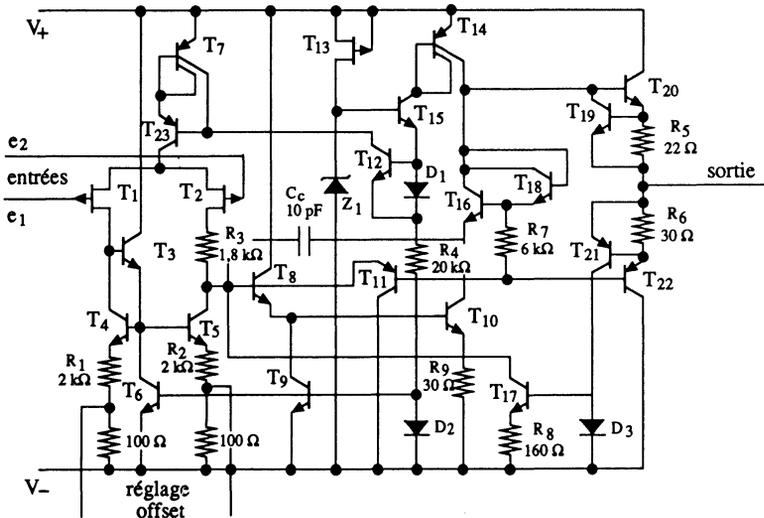


Figure 2.37.

**Solution**

Commençons par le circuit de polarisation. La diode Zener  $Z_1$  polarisée par  $T_{13}$  permet un courant constant dans la résistance  $R_4$  de  $20\text{ k}\Omega$  au travers  $T_{15}$ . Ceci a pour rôle de commander les transistors multicollecteurs, générateurs de courant  $T_7$  (pour l'étage différentiel) et  $T_{14}$  (pour l'émetteur commun) ainsi que les éléments de polarisation.

Les transistors JFET canal P ( $T_1$  et  $T_2$ ), chargés par le miroir de courant  $T_3 - T_4 - T_5 - T_6$ , pilotent le second étage constitué du collecteur commun  $T_8$  et de l'émetteur commun  $T_{10}$ , linéarisé par  $R_9$ . L'étage de sortie push-pull  $T_{20}$  et  $T_{22}$  est polarisé en classe B par  $T_{16} - T_{18}$ . La protection contre les surcharges est assurée en positif, par  $T_{19}$  limitant la conduction de  $T_{20}$  et en négatif par  $T_{21}$ , commandant  $T_{17}$  et limitant en courant le collecteur commun intermédiaire  $T_8$ . Le transistor  $T_{11}$  protège  $T_8$  et  $T_{10}$  contre les inversions de tension base-collecteur.

A une variation positive sur l'entrée  $e_2$ , correspondent les variations négative sur la base de  $T_8$ , négative sur la base de  $T_{10}$ , positive à l'entrée puis à la sortie du push-pull. Ainsi

$$e_2 = e_+ \quad \text{et} \quad e_1 = e_-$$

**2.3. UTILISATION DE L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL**

L'amplificateur opérationnel est un composant. Son utilisation peut être très simple, comme très compliquée, selon les applications. Dans le premier cas quelques règles élémentaires suffisent, dans l'autre, de sérieux éléments

théoriques sont nécessaires (par exemple la théorie des systèmes asservis). Nous allons présenter quelques valeurs de paramètres puis aboutir à l'idéalisation en indiquant toutefois les problèmes liés à l'alimentation.

### 2.3.1. PRÉSENTATION SIMPLIFIÉE DE L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

C'est un composant alimenté entre deux lignes : l'une positive  $V_+$  et l'autre négative  $V_-$ , sans borne masse (zéro électrique). Ceci permet de travailler de manière symétrique ou dissymétrique par rapport à la référence zéro. Son symbole est celui de la figure 2.38. La représentation triangulaire est la plus utilisée, alors que les normes imposent le rectangle ( $\Delta = 10^5$ , correspond au gain statique de  $10^5$  pour cet exemple et  $\Delta = \infty$ , correspond à l'idéalisation).

Le schéma électrique (figure 2.39), est celui d'un amplificateur différentiel avec les valeurs des paramètres :

$$r_{eMC} \rightarrow \infty (\geq 10^{12} \Omega)$$

$$10^6 \Omega \leq r_{ed} \leq 10^{12} \Omega$$

$$\text{quelques ohms} \leq r_s \leq 200 \Omega$$

$$10^5 \leq A \leq 10^6 \text{ ou plus}$$

(valeur en statique)

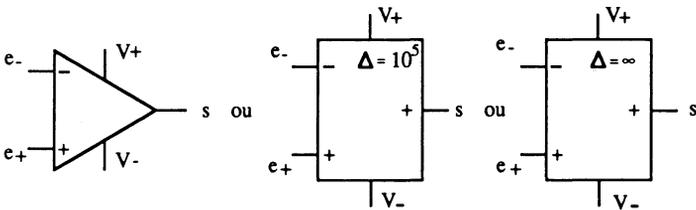


Figure 2.38.

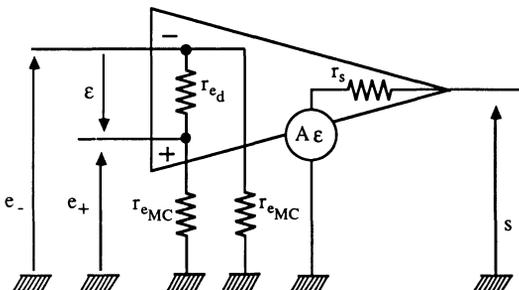


Figure 2.39.

### 2.3.2. IDÉALISATION DE L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

Dans les domaines classiques d'utilisation, l'amplificateur opérationnel peut être idéalisé, sans conséquence grave. On prend alors

$$r_{ea} \rightarrow \infty$$

$$r_s \rightarrow 0$$

$$A \rightarrow \infty$$

Par voie de conséquence les courants d'entrée deviennent négligeables  $i_- = i_+ = 0$ .

**C'est en fait l'utilisation de la contre-réaction, dans les montages linéaires, qui permet d'idéaliser le composant, ce que nous ne manquerons pas de démontrer au chapitre suivant.**

### 2.3.3. PRINCIPES DE FONCTIONNEMENT ET MÉTHODES D'ÉTUDE

Nous rencontrons deux grands principes. Celui où la sortie est une fonction linéaire de la, ou des entrées (une contre-réaction ou asservissement est alors nécessaire), et celui où la sortie est toujours saturée.

**Fonctionnements linéaires.** L'asservissement de la tension de sortie à celle de l'entrée permet de travailler hors saturation. Puisque le gain en tension est très élevé, voire infini en idéalisation, la tension d'entrée différentielle  $\varepsilon$  tend vers zéro

$$\varepsilon = \frac{s}{A} \rightarrow 0$$

(quelques dizaines de microvolts)

Deux méthodes d'études sont alors utilisées.

— **Méthode de la loi d'Ohm.** On détermine l'expression de  $e_-$ , puis celle de  $e_+$ , puis on fait  $e_- = e_+$  sachant que, à la mise sous tension du système, la sortie évolue de manière à sensiblement éгалer  $e_-$  à  $e_+$ .

— **Méthode des schémas-blocs.** Un amplificateur opérationnel contre-réactionné est un système asservi linéaire. La méthode d'étude (stabilité-précision) est identique à celle des asservissements.

**Fonctionnements non linéaires.** Ils sont de deux types.

— **Pas de contre-réaction, et réaction possible.** On représente sur un même repère l'évolution temporelle des tensions  $e_-$  et  $e_+$ . Leurs points de

rencontre correspondent à un changement de signe de la tension différentielle, donc à un changement d'état de la sortie ( $\pm V_{\text{sat}}$ ).

— **Contre-réaction avec des éléments non linéaires.** Lorsqu'il y a des diodes autour d'un amplificateur opérationnel contre-réactionné, le fonctionnement peut être non linéaire. La méthode d'étude consiste à définir les valeurs de  $v_e$  ou de  $v_s$  permettant le changement d'état des diodes, à représenter les schémas électriques équivalents, puis à positionner le résultat sur un graphe  $v_s$  ( $v_e$ ) composé de segments de droites.

### 2.3.4. ALIMENTATIONS ET COURANT DE SORTIE

La non-existence de la borne masse permet d'alimenter l'amplificateur opérationnel de différentes manières. Les plus courantes sont :

— **L'alimentation symétrique**  $+V, -V$  (figure 2.40). Au repos, les potentiels des entrées ( $-$ ) et ( $+$ ), ainsi que la sortie sont à zéro. Leur évolution est positive ou négative. Lorsque la tension de sortie  $s$  est positive, le courant  $i_s$  est sortant (il est issu de l'alimentation positive en passant par le NPN du push-pull). Il est entrant dans le cas contraire (issu de l'alimentation négative en passant par le PNP du push-pull).

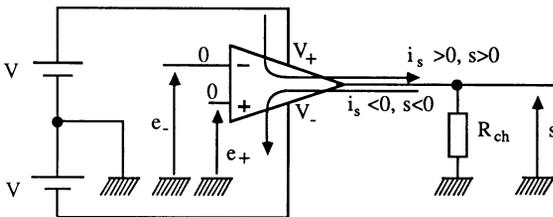


Figure 2.40.

— **L'alimentation dissymétrique**  $+V$  (figure 2.41). Au repos et en régime linéaire, les potentiels des entrées ( $-$ ) et ( $+$ ), ainsi que la sortie sont à  $V/2$ . **Ce mode de fonctionnement impose des liaisons capacitives en entrée et en sortie** (voir chapitre 7).

Exemples de valeurs. En prenant l'amplificateur opérationnel 741, le constructeur donne comme caractéristiques d'alimentation :

$$\begin{aligned} 10 &\leq V_+ - V_- \leq 36, && \text{en qualité industrielle,} \\ 10 &\leq V_+ - V_- \leq 44, && \text{en qualité militaire.} \end{aligned}$$

**Pour une alimentation symétrique  $\pm V$  et la qualité industrielle, on prend  $\pm 15 V$  afin d'obtenir le maximum de dynamique et une marge de sécurité suffisante.** Mais, dans le cas où une tension de sortie réduite suffit, on peut

travailler jusqu'à une valeur inférieure limite de  $\pm 5$  V. En ce qui concerne la valeur maximale des courants de sortie, elle est donnée sous forme d'un graphe, et pour différentes températures de la puce, à cause de la variation de la tension de seuil de l'élément limiteur. La figure 2.42 fournit la valeur maximale de la tension de sortie disponible en fonction du courant de sortie pour une alimentation symétrique  $\pm 15$  V. Cette valeur évolue entre 16 mA et 26 mA. C'est pourquoi, en pratique, on adopte  $I_{s,max} = 20$  mA, mais attention aux effets thermiques rétroactifs (voir chapitre 4).

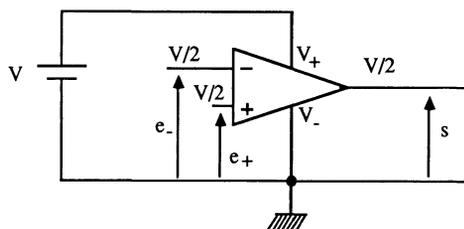


Figure 2.41.

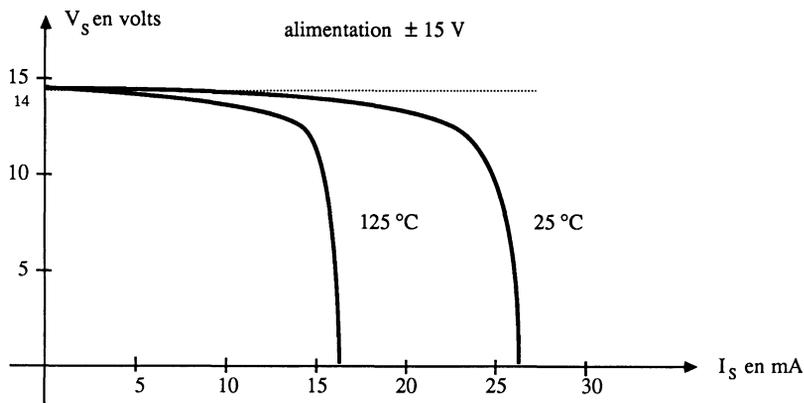


Figure 2.42.

**Limite de dynamique en tension.** Pour qu'un amplificateur opérationnel travaille correctement en régime linéaire, il faut que ses transistors internes soient hors saturation. Cette condition impose l'inégalité

$$V_- < e_+ \text{ et } e_- < V_+ \text{ et } V_- < s < V_+$$

Ainsi, pour  $\pm 15$  V d'alimentation, le fonctionnement d'un amplificateur opérationnel classique sera correct pour

$$|e_+ \text{ et } e_-| < 15 \text{ V et } s < 15 \text{ V}$$

Une marge de quelques volts est effective et dépend de la référence du circuit. Ces valeurs sont indiquées sur les caractéristiques et définies par les termes :

- pour l'entrée : *input voltage range*,
- pour la sortie : *ouput voltage swing*.

**Conclusion.** A partir de ces considérations technologiques, nous définissons les éléments des montages fondamentaux du chapitre suivant, en supposant que les amplificateurs opérationnels classiques fournissent un courant de sortie maximum de 20 mA et travaillent, en symétrique, entre  $\pm 15$  V.

## CHAPITRE 3

# Méthodes d'étude des schémas de base, à partir de l'amplificateur opérationnel idéalisé

Rappelons que, dans la littérature à sources diversifiées, de très nombreux schémas d'applications des amplificateurs opérationnels sont rassemblés en schémateques. Ce chapitre indique les méthodes d'études des montages de base à fonctionnements linéaires ou non linéaires alors que le chapitre 7 présente, de manière générale, le champ d'applications des amplificateurs opérationnels. L'idéalisation du composant a été présentée au paragraphe 2.3.

### 3.1. JUSTIFICATION QUALITATIVE DE LA CONTRE-RÉACTION ET DE LA RÉACTION

En prenant le montage inverseur présenté plus loin, nous allons suivre l'évolution de la tension différentielle à partir de l'application d'un signal positif à l'entrée de ce montage.

#### 3.1.1. RETOUR SUR L'ENTRÉE (+)

La figure 3.1 représente un montage où la sortie revient sur l'entrée (+). Les conditions initiales étant  $e = 0$  et  $s = 0$ , en appliquant une tension positive à l'entrée du montage, la tension différentielle  $e$  devient positive donc

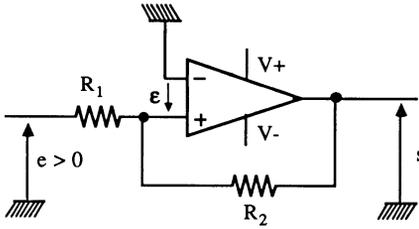


Figure 3.1.

$e_+$ , donc  $s$ . L'effet cumulatif entraîne la sortie vers la saturation. L'évolution « transitoire » de ces tensions, est indiquée sur la figure 3.2. En régime établi, nous avons

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$$

donc une tension différentielle  $\varepsilon$  très différente de zéro. Ce fonctionnement correspond à celui du trigger non inverseur.

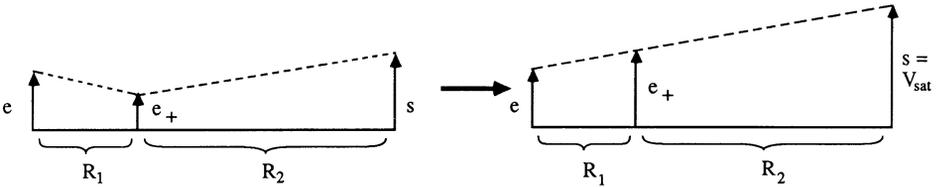


Figure 3.2.

### 3.1.2. RETOUR SUR L'ENTRÉE (-)

Nous faisons l'analyse de fonctionnement de la figure 3.3. A partir des conditions initiales,  $e = 0$  et  $s = 0$ , on applique une tension  $e$  positive (figure 3.4). La tension  $e_-$  est alors positive et fait évoluer la sortie en négatif jusqu'à ce qu'il y ait équilibre, c'est-à-dire  $e_- \approx 0$ . Alors, en utilisant la relation des triangles semblables, nous avons

$$+ e R_1 \approx - s R_2$$

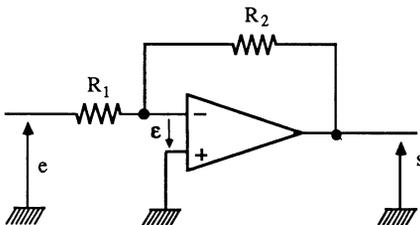


Figure 3.3.

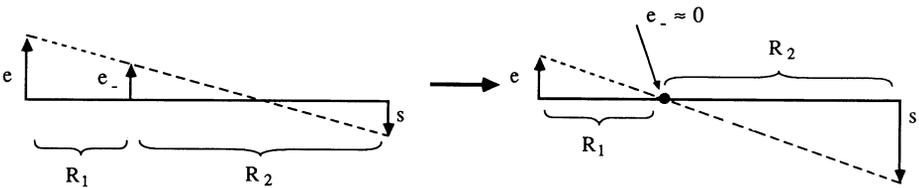


Figure 3.4.

soit 
$$s = -e \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ou encore} \quad \frac{s}{e} = G_{v_0} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Ce fonctionnement est celui de l'amplificateur inverseur. Une imagination féconde permettrait de prévoir l'instabilité de ce montage, en supposant que la tension  $e_-$  oscille autour de zéro, à cause d'un certain retard de l'évolution de la tension  $s$ , phénomène propre aux fonctionnements linéaires et étudié au chapitre 5.

### 3.2. FONCTIONS LINÉAIRES A ÉLÉMENTS RÉSIDIFS

Ce paragraphe définit les méthodes d'étude de la plupart des montages amplificateurs, additionneurs et soustracteurs.

#### 3.2.1. MONTAGE SUIVEUR (figure 3.5)

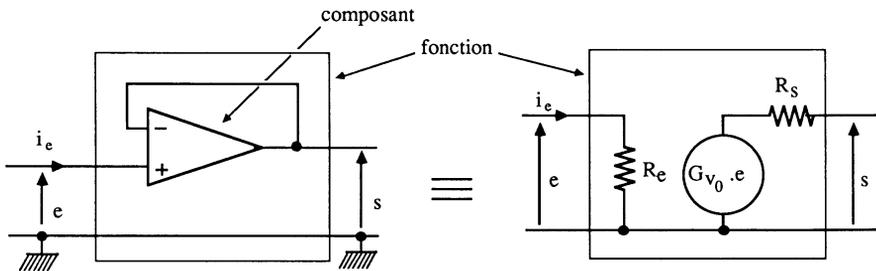


Figure 3.5.

### 3.2.1.1. Valeur des paramètres fondamentaux

**Méthode de la loi d'Ohm.** Le gain en tension est obtenu en déterminant les expressions de  $e_-$  et  $e_+$

$$e_- = s, \quad e_+ = e$$

Puis en écrivant  $e_- = e_+$  (sous entendu  $e_- \simeq e_+$ ), alors

$$s = e \quad \text{ou} \quad \frac{s}{e} = G_{v0} = + 1$$

La résistance d'entrée est définie à partir de la relation

$$R_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{e}{i_e} = \frac{e}{i_+} \simeq \frac{e}{0}$$

soit

$$R_e \simeq \infty$$

La résistance de sortie, par définition, est voisine de zéro

$$R_s \simeq 0$$

Ces valeurs approchées sont justifiées au paragraphe suivant.

**Méthode des schémas-blocs.** Les relations de la loi d'Ohm précédentes nous fournissent l'expression des atténuations d'entrée  $\alpha$  et de retour  $B$

$$e_+ = 1 \times e = \alpha e, \quad \alpha = 1$$

et

$$e_- = 1 \times s = Bs, \quad B = 1$$

Le schéma-bloc correspondant est celui de la figure 3.6. Il permet d'obtenir

$$G_{v0} = \frac{S}{E} = + \alpha \frac{A}{1 + AB} = + \frac{A}{1 + A}$$

où  $A$  représente le gain de l'amplificateur opérationnel à la fréquence de travail et  $AB$ , le gain de boucle. Comme en électronique, on s'arrange toujours pour que  $AB \gg \gg 1$ , il vient

$$\frac{S}{E} = + \frac{\alpha}{B} = + 1$$

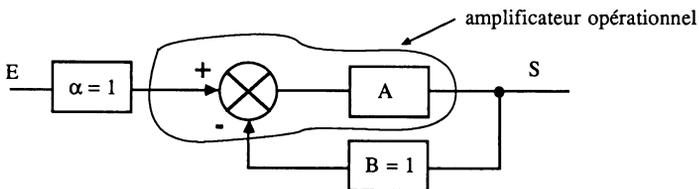


Figure 3.6.

### 3.2.1.2. Justification des impédances idéalisées

A partir du schéma réel de l'amplificateur opérationnel (figure 3.7), on détermine les paramètres  $R_e$ ,  $R_s$  et  $G_{v_0}$  du montage, en utilisant les relations

$$s = G_{v_0} \cdot e - R_s i_s \quad \text{et} \quad R_e = \frac{e}{i_e}$$

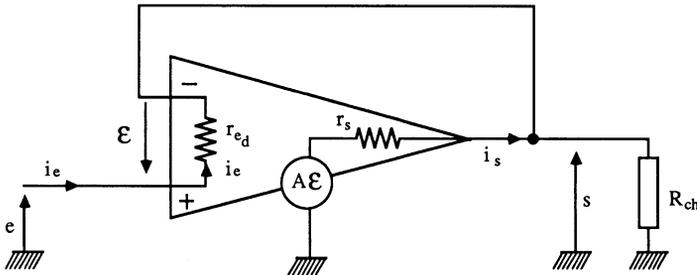


Figure 3.7.

La première équation est obtenue à partir de la maille de sortie

$$A\varepsilon = r_s i_s + s$$

avec  $\varepsilon = e_+ - e_-$ ,  $e_+ = e$  et  $e_- = s$

soit  $A(e - s) = r_s i_s + s$

En regroupant les termes en  $s$  nous avons

$$s(1 + A) = Ae - r_s i_s$$

et  $s = \frac{A}{1 + A} e - \frac{r_s}{1 + A} i_s$

A partir de l'application numérique

$$A = 10^5 \quad \text{et} \quad r_s = 100 \, \Omega$$

nous obtenons

$$G_{v_0} = \frac{A}{1 + A} = \frac{10^5}{1 + 10^5} \simeq 1$$

$$R_s = \frac{r_s}{1 + A} \simeq \frac{100}{10^5} = 10^{-3} \, \Omega$$

Ceci justifie la très faible résistance de sortie d'un montage à fonctionnement linéaire (contre-réactionné ou asservi). Ce résultat s'explique de la manière suivante : lorsque la résistance de charge varie, le courant de sortie  $i_s$  crée une chute de tension dans  $r_s$ , donc une variation du potentiel de  $e_-$ . Alors l'amplificateur opérationnel réagit en augmentant le fem  $A\varepsilon$  afin de retrouver la relation  $e_- \simeq e_+$ . Comme la tension de sortie est rendue constante, quelles que soient les variations du courant, il en résulte que nous sommes en présence d'un générateur de tension parfait,  $R_e \simeq 0$ .

Pour obtenir la résistance d'entrée  $R_e$  du montage, on écrit l'équation de la maille globale

$$e = \varepsilon + s$$

En négligeant la chute de tension dans  $r_s$ , il vient

$$e = \varepsilon + A\varepsilon = \varepsilon(1 + A)$$

Comme  $\varepsilon = r_{ed} i_e$ , nous avons

$$e = i_e r_{ed} (1 + A)$$

et

$$R_e = \frac{e}{i_e} = (1 + A) r_{ed}$$

A partir de l'application numérique :  $A = 10^5$  et  $r_{ed} = 10^6$ , nous obtenons

$$R_e \simeq 10^{11} \Omega$$

Au vu de cette forte valeur obtenue, il faudrait tenir compte, en plus, de la résistance de mode commun entre l'entrée (+) et la masse. Il n'empêche que la résistance équivalente, située autour de  $10^{10} \Omega$  à  $10^{11} \Omega$  reste d'influence négligeable soit

$$R_e \simeq \infty$$

### 3.2.2. AMPLIFICATEUR NON INVERSEUR (figure 3.8)

#### 3.2.2.1. Valeur des paramètres fondamentaux

**Méthode de la loi d'Ohm.** Les expressions de  $e_-$  et  $e_+$  sont

$$e_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} s$$

$$e_+ = e$$

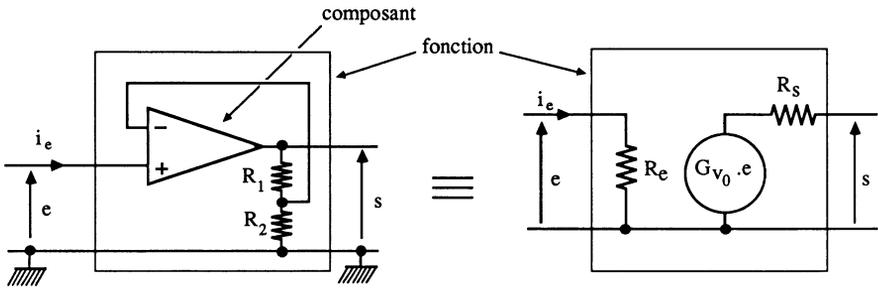


Figure 3.8.

Comme  $e_- = e_+$  (sous entendu  $e_- \simeq e_+$ ), nous obtenons

$$s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = e$$

soit

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = + \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

La résistance d'entrée vaut

$$R_e = \frac{e}{i_e} = \frac{e}{i_+} \simeq \frac{e}{0} \simeq \infty$$

et la résistance de sortie, par définition

$$R_s \simeq 0 \quad (\text{à cause de la contre-réaction})$$

**Méthode des schémas-blocs.** Les relations précédentes nous fournissent les expressions des atténuations d'entrée  $\alpha$  et de retour  $B$

$$e_+ = 1 \times e = \alpha \cdot e, \quad \alpha = 1$$

et

$$e_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot s = Bs, \quad B = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Le schéma-bloc correspondant est celui de la figure 3.9. Il permet d'obtenir

$$G_{v_0} = \frac{S}{E} = + \alpha \frac{A}{1 + AB} = + \frac{A}{1 + A \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Comme en idéalisation,  $1 \lll AB$ , nous obtenons

$$G_{v_0} \simeq \frac{\alpha}{B} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

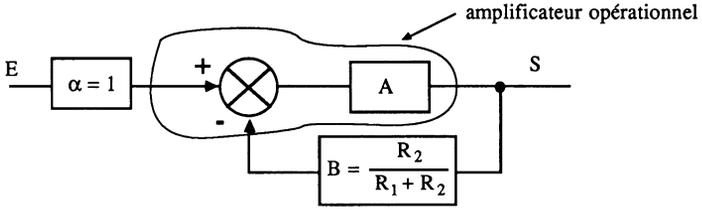


Figure 3.9.

3.2.2.2. Justification des impédances idéalisées

A partir du schéma réel de l'amplificateur opérationnel (figure 3.10), on détermine les paramètres  $R_e$ ,  $R_s$  et  $G_{v_0}$ .

L'équation du générateur de Thévenin de sortie est obtenue à partir de la relation

$$A\varepsilon = r_s i_s + s$$

avec 
$$\varepsilon = e_+ - e_- = e - \frac{R_2}{R_1 + R_2} s = e - B s$$

soit 
$$A (e - B s) = r_s i_s + s$$

et 
$$s (1 + AB) = A e - r_s i_s$$

ou encore 
$$s = \frac{A}{1 + AB} e - \frac{r_s}{1 + AB} i_s$$

En prenant comme application numérique

$A = 10^5$ ,  $R_1 = 9 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$  et  $r_s = 100 \Omega$ , nous obtenons

$$G_{v_0} = \frac{A}{1 + AB} = \frac{10^5}{1 + 10^4} \approx 10 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{1}{B}$$

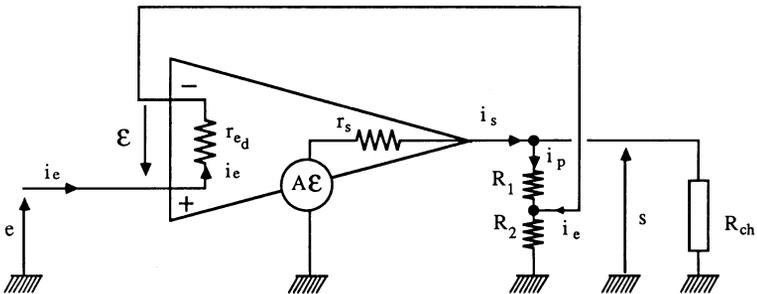


Figure 3.10.

et

$$R_s = \frac{r_s}{1 + AB} \simeq \frac{r_s}{AB} = \frac{100}{10^4} = 10^{-2} \Omega$$

La résistance de sortie  $R_s$  du montage représente la résistance de sortie de l'amplificateur opérationnel divisée par le gain de boucle  $AB$ .

La résistance d'entrée  $R_e$  est obtenue en écrivant l'équation de la maille globale et en négligeant  $i_e$  devant  $i_p$

$$e = \varepsilon + s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \varepsilon + s B$$

A partir de cette relation, et en négligeant la chute de tension dans la résistance  $r_s$ , il vient

$$e = \varepsilon + AB\varepsilon = \varepsilon(1 + AB)$$

Comme  $\varepsilon = r_{ed} i_e$ , nous avons

$$e = i_e r_{ed} (1 + AB)$$

et

$$R_e = \frac{e}{i_e} = (1 + AB) r_{ed}$$

En prenant comme application numérique  $A = 10^5$ ,  $r_{ed} = 10^6$  et  $B = 1/10$  (valeur précédente), nous obtenons

$$R_e \simeq 10^{10} \Omega$$

valeur éventuellement modifiée par l'influence de la résistance de mode commun. Malgré cela, on considère que

$$R_e \simeq \infty$$

### Remarques fondamentales

— La résistance de sortie d'une fonction électronique asservie est égale à la résistance de sortie du dernier étage divisée par le gain de boucle à la fréquence de travail.

— La résistance d'entrée d'un montage où le signal est appliqué sur l'entrée (+), est égale à la résistance différentielle  $r_{ed}$  multipliée par le gain de boucle, en parallèle avec la résistance de mode commun de cette entrée (+) par rapport à la masse.

### 3.2.2.3. Valeur pratique des résistances (figure 3.11)

Le réseau série de résistances  $R_1 - R_2$  est alimenté par la sortie de l'amplificateur opérationnel et parcouru par le courant  $i_p$ . Ce réseau étant un capteur d'asservissement, il doit alors, d'une part, absorber un courant petit devant le courant principal  $i_s$  et, d'autre part, fournir un courant d'utilisation

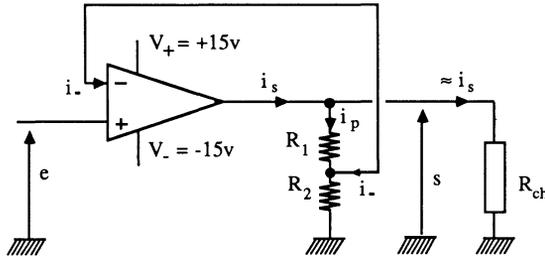


Figure 3.11.

$i_-$  très faible devant  $i_p$ , afin de ne pas modifier la valeur du coefficient de retour B

$$i_- \ll i_p \ll i_{s_{max}}$$

En prenant comme exemple l'amplificateur 741, où  $i_{s_{max}} = 20 \text{ mA}$  et  $i_- \approx 500 \text{ nA}$ , on prend en pratique un courant  $i_p = \frac{s_{max}}{R_1 + R_2}$  compris entre 0,1 mA et 1 mA, ce qui conduit à des valeurs de résistances comprises entre **10 kΩ et 100 kΩ**. Ces valeurs sont classiques mais, dans certains cas particuliers, on peut trouver des valeurs inférieures à 10 kΩ ou supérieures à 100 kΩ.

### 3.2.3. AMPLIFICATEUR INVERSEUR (figure 3.12)

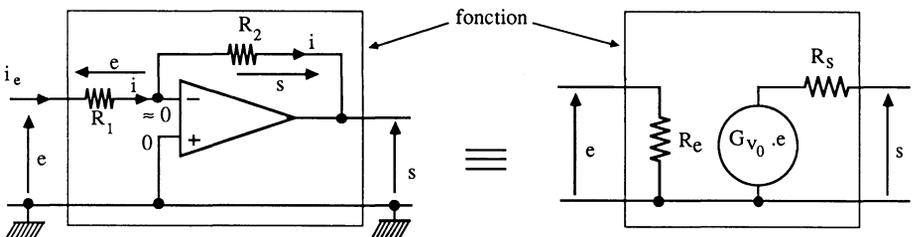


Figure 3.12.

#### 3.2.3.1. Valeur des paramètres fondamentaux

**Méthodes de la loi d'Ohm.** Nous pouvons utiliser deux méthodes pour obtenir le gain en tension.

— **Première méthode.** Elle consiste à déterminer les expressions de  $e_-$  et  $e_+$

$$e_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

$$e_+ = 0$$

(application du théorème de superposition)

Comme  $e_- = e_+$  (sous-entendu  $e_- \simeq e_+$ ), il vient

$$s \frac{R_1}{R_1 + R_2} = - e \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

puis 
$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = - \frac{R_2}{R_1}$$

— **Deuxième méthode.** En fonctionnement linéaire, comme  $e_- \simeq e_+$  et que, dans cet exemple  $e_+ = 0$ , le potentiel de l'entrée ( $-$ ) est sensiblement à zéro. On dit qu'il est à la masse virtuelle. On en déduit les relations élémentaires

$$e = R_1 i \quad \text{et} \quad s = - R_2 i$$

donc 
$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = - \frac{R_2 i}{R_1 i} = - \frac{R_2}{R_1}$$

La résistance d'entrée, faisant obligatoirement intervenir le courant d'entrée  $i_e$ , ne peut être déduite qu'à partir de la deuxième méthode précitée avec  $i_e = i$ . Ainsi

$$R_e = \frac{e}{i_e} = R_1$$

La faible résistance d'entrée  $R_1$  de ce montage est liée au fait qu'il existe un courant de circulation  $i$  entre le générateur d'attaque  $v_e$  et la sortie  $v_s$  de l'amplificateur opérationnel. La résistance de sortie, à cause de la contre-réaction est très faible

$$R_s \simeq 0$$

**Méthode des schémas-blocs.** Les atténuations d'entrée  $\alpha$  et de retour  $B$  ne peuvent être définies qu'à partir des expressions de  $e_-$  et  $e_+$  de la première méthode de la loi d'Ohm

$$e_- = \alpha e + B s \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$e_+ = 0$$

On en déduit le schéma-bloc de la figure 3.13 qui devient celui de la figure 3.14 après glissement des blocs (ce dernier n'a plus rien à voir avec la réalité physique du montage). L'expression du gain en tension s'écrit

$$G_{v_0} = \frac{S}{E} = -\alpha \frac{A}{1 + AB}$$

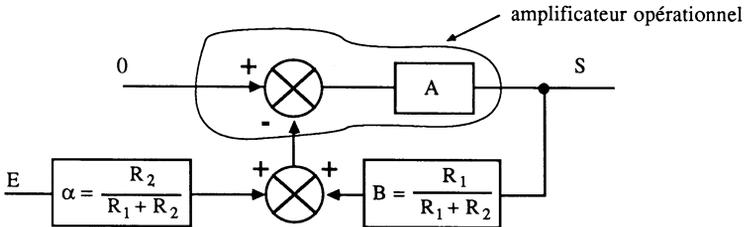


Figure 3.13.

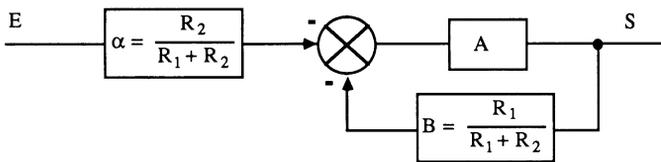


Figure 3.14.

Comme, dans le domaine d'utilisation du montage,  $AB \gg 1$ , nous avons

$$G_{v_0} = -\alpha \frac{1}{B} = -\frac{\alpha}{B} = -\frac{R_2}{R_1}$$

**Remarque.** En prenant comme exemple d'application, l'inverseur de gain en tension  $-1$ , nous aurons  $R_1 = R_2$ . Mais comme l'atténuation d'entrée  $\alpha$  est de 0,5, la « partie amplificateur »  $\frac{1}{B}$  doit travailler avec un gain en tension de 2.

### 3.2.3.2. Justification des impédances idéalisées

A partir du schéma réel de la figure 3.15, on obtient l'expression du gain en tension  $G_{v_0}$  et de la résistance de sortie  $R_s$  par la relation

$$A\varepsilon = r_s i_s + s$$

avec

$$\varepsilon = e_+ - e_- = 0 - (\alpha e + B s)$$

en négligeant l'influence de la résistance d'entrée différentielle  $r_{ed}$ . Ainsi

$$A (-\alpha e - B s) = r_s i_s + s$$

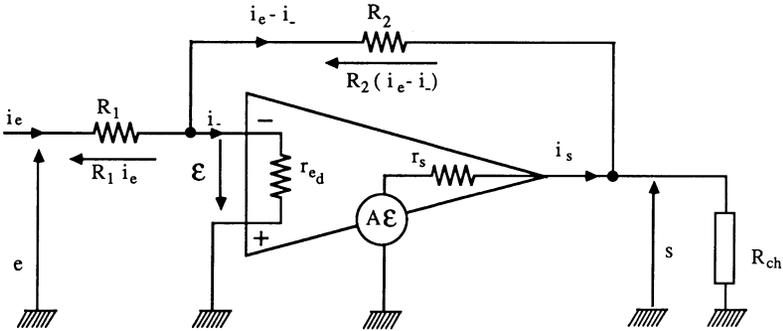


Figure 3.15.

En regroupant les termes en  $s$ , nous obtenons

$$s (1 + AB) = -\alpha A e - r_s i_s$$

et enfin

$$s = -\alpha \frac{A}{1 + AB} e - \frac{r_s}{1 + AB} i_s$$

Prenons comme application numérique  $A = 10^5$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $r_s = 100 \Omega$

$$G_{v0} = -\alpha \frac{A}{1 + AB} = -\frac{10}{11} \frac{10^5}{1 + \frac{10^5}{11}} \approx -\frac{\alpha}{B} = -\frac{\frac{10}{11}}{\frac{1}{11}} = -10$$

et

$$R_s = \frac{r_s}{1 + AB} \approx \frac{100}{\frac{10^5}{11}} = 1,1 \cdot 10^{-2} \Omega$$

**Remarque.** Pour cet exemple numérique, l'atténuation d'entrée de  $\frac{1}{11}$ ,

impose un gain  $\frac{1}{B} = 11$ .

Le calcul de la résistance d'entrée réelle et obtenu à partir des équations

$$\begin{aligned} e - R_1 i_e + \varepsilon &= 0 \\ \varepsilon &= -r_{ed} i_- \\ -\varepsilon - R_2 (i_e - i_-) - s &= 0 \\ s &= A \varepsilon \end{aligned}$$

(en négligeant le terme  $r_s i_s$ )

La résolution de ce système d'équations aboutit à la relation

$$e = i_e \left( R_1 + \frac{R_2}{1 + A + \frac{R_2}{r_{ed}}} \right)$$

En négligeant les termes, 1 puis  $R_2/r_{ed}$  devant A, il vient

$$R_e = \frac{e}{i_e} \simeq R_1 + \frac{R_2}{A}$$

Relation fondamentale qui indique que l'on n'a jamais intérêt à travailler avec une résistance  $R_2$  de valeur trop importante. En pratique, on essaie de ne pas dépasser le mégohm. Alors, dans ces conditions,

$$R_e \simeq R_1$$

### 3.2.3.3. Valeur pratique des résistances

Indépendamment de l'influence des erreurs statiques ou dynamiques présentées aux chapitres 4 et 5, on détermine la valeur des résistances  $R_1$  et  $R_2$  à partir des deux relations

$$G_{v_0} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad R_e = R_1$$

Il est évident qu'il faut aussi s'inquiéter de la valeur maximale du courant devant circuler dans ces résistances car il est fourni par l'amplificateur opérationnel (et le générateur d'attaque).

Si le cahier des charges réclame une grande résistance d'entrée  $R_e$  et un grand gain en tension  $G_{v_0}$ , il s'ensuit que la valeur de  $R_2$  risque d'être très importante et de dépasser le mégohm. On a alors recours à deux solutions :

- soit utiliser deux amplificateurs opérationnels l'un fonctionnant en amplificateur non inverseur et l'autre en inverseur, en partageant les gains,
- soit utiliser un montage inverseur, en connectant la résistance  $R_2$ , non pas à la sortie directe de l'amplificateur opérationnel, mais à une sortie partielle sur diviseur de tension : ces deux solutions sont présentées sous forme d'exercice au paragraphe suivant (exercice n° 3).

## 3.2.4. EXERCICES A PARTIR DE MONTAGES A UNE ENTRÉE

**Exercice 1** (figure 3.16). On réalise une fonction électronique à l'aide d'un amplificateur opérationnel et de quatre résistances.

Déterminer les paramètres électriques de cet amplificateur (présence de contre-réaction).

Indiquer les valeurs numériques à partir de  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 18 \text{ k}\Omega$  et  $R_4 = 2 \text{ k}\Omega$ .

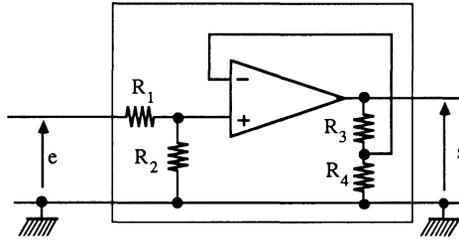


Figure 3.16.

**Solution**

Le gain en tension est obtenu en écrivant les relations de  $e_-$  et  $e_+$

$$e_- = \frac{R_4}{R_3 + R_4} s \quad B = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Comme  $e_- = e_+$  (sous-entendu  $e_- \simeq e_+$ ), il vient

$$s \frac{R_4}{R_3 + R_4} = e \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

puis

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4 + R_3}{R_4} = + \alpha \cdot \frac{1}{B}$$

La résistance d'entrée correspond au diviseur de tension constitué de  $R_1$  et  $R_2$ . Ainsi

$$R_e = R_1 + R_2$$

A cause de la contre-réaction, la résistance de sortie est très faible

$$R_s \simeq 0$$

L'application numérique nous donne

$$G_{v_0} = + \frac{1}{2} \cdot 10 = + 5$$

$$R_e = 10^5 + 10^5 = 2 \cdot 10^5 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_s \approx 0$$

**Exercice 2.** Le schéma d'un montage didactique utilisant deux amplificateurs opérationnels est présenté sur la figure 3.17.

Déterminer les paramètres électrique de l'ensemble.

Représenter un schéma de montage simplifié ayant les mêmes caractéristiques électriques que le précédent. On justifiera le choix de la valeur des résistances.

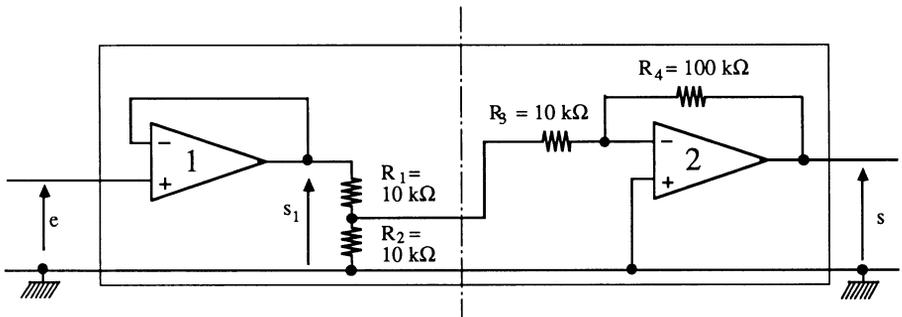


Figure 3.17.

### Solution

En ce qui concerne la valeur des résistances d'entrée et de sortie, une approximation évidente permet d'écrire

$$R_e \approx \infty$$

$$R_s \approx 0$$

Par contre, la valeur du gain en tension  $G_{v_0}$  est plus difficile à définir. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées.

**Première méthode.** On sépare le montage en deux, et on définit les paramètres de chaque partie (figure 3.18). Le premier « bloc » est caractérisé par une résistance d'entrée infinie et le générateur de Thévenin du diviseur de tension  $R_1 + R_2$ . Le deuxième bloc est celui de l'amplificateur inverseur de résistance d'entrée  $R_3$  et de gain  $- R_4/R_3$ .

L'association de ces deux blocs nous fournit un gain total qui est le produit des gains et des atténuations soit

$$G_{v_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot (-10) = - 3,33$$

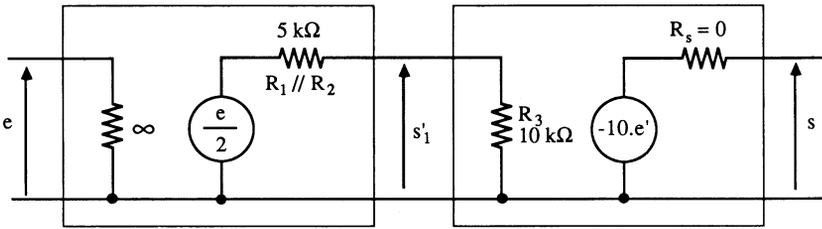


Figure 3.18.

Notons que l'atténuation de  $2/3$  est due à la résistance de Thévenin du diviseur de tension  $R_1//R_2$  et de la résistance d'entrée  $R_3$  du montage inverseur.

**Deuxième méthode.** En revenant à la figure 3.17, on définit les tensions successives

$$s_1 = e$$

$$u_{R_2} = s_1 \frac{R_2//R_3}{R_1 + R_2//R_3} = \frac{s_1}{3} = \frac{e}{3}$$

et

$$s = -10 \cdot u_{R_2} = -\frac{10}{3} e = -3,33 e$$

En effet, la résistance d'entrée  $R_3$  du montage inverseur est bien en parallèle avec  $R_2$ .

Réaliser un montage de gain en tension  $G_{v_0} = -3,33$  et de résistance d'entrée infinie, impose d'utiliser deux amplificateurs opérationnels, l'un inverseur et l'autre adaptateur d'impédance. La figure 3.19 représente un tel montage. L'amplificateur opérationnel 1 travaille en suiveur. Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  du deuxième étage sont choisies, d'une part, à partir des considérations technologiques (résistance d'entrée  $R_1$  et courant maximum circulant dans  $R_2$ ), d'autre part, en fonction des valeurs disponibles dans la série E 12 des résistances normalisées soit  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$  (l'erreur sur la gain en tension en est aussi minimisée et maximale à 10 % en prenant une tolérance de  $\pm 5 \%$  sur ces résistances).

Si le gain en tension total avait été plus important, on aurait équilibré les gains partiels  $G_{v_0} = G_{v_1} \cdot G_{v_2}$ . Ces considérations seront retrouvées pour des problèmes de bande passante et de stabilité.

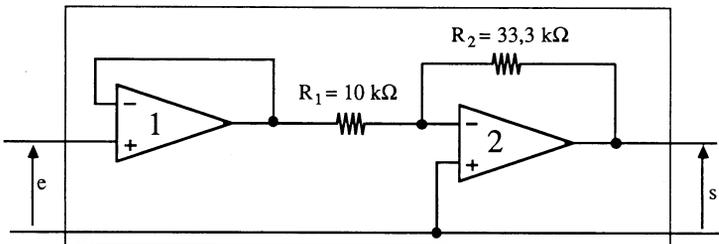


Figure 3.19.

**Exercice 3.** On souhaite obtenir un montage à un seul amplificateur opérationnel ayant les caractéristiques électriques suivantes

$$R_e = 100 \text{ k}\Omega, R_s \approx 0 \text{ et } G_{v_0} = -100$$

Une contrainte technologique est qu'aucune résistance ne soit supérieure à 100 k $\Omega$ .

Quel doit être le montage utilisé et justifier le choix des valeurs des résistances ?

**Solution**

L'amplificateur inverseur classique de la figure 3.12 imposerait  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 10 \text{ M}\Omega$ . Cette solution n'est pas valable. En réalité, on connecte la résistance  $R_2$ , non pas à la sortie directe de l'amplificateur opérationnel, mais en un point du diviseur de tension constitué des résistances  $R_3$  et  $R_4$  (figure 3.20). Plusieurs méthodes de calcul sont possibles.

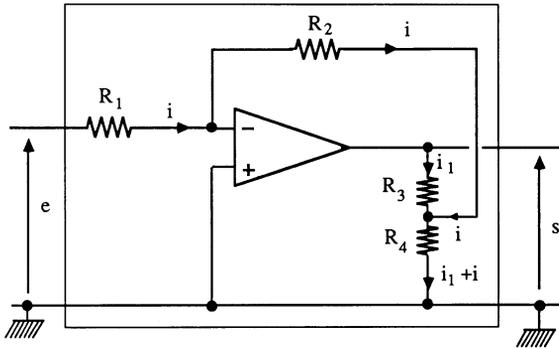


Figure 3.20.

**Première méthode.** A partir des lois de Kirchoff, nous écrivons les équations

$$\begin{aligned} e &= R_1 i \\ s &= R_3 i_1 + R_4 (i + i_1) \\ R_4 (i_1 + i) + R_2 i &= 0 \end{aligned}$$

La résolution de ce système d'équation aboutit à

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = - \frac{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{R_1 R_4}$$

Bien sûr, nous obtenons aussi  $R_e = R_1$  et  $R_s \approx 0$  à cause de la contre-réaction.

**Deuxième méthode.** On transforme le diviseur de tension de sortie en générateur de Thévenin équivalent (figure 3.21). Le gain en tension est alors défini à partir de la relation

$$G_{v_0} = - \frac{e_{Th}}{e} = - \frac{X_2}{X_1}$$

soit

$$\frac{s \frac{R_4}{R_3 + R_4}}{e} = - \frac{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{R_1}$$

On obtient la même relation de gain que précédemment.

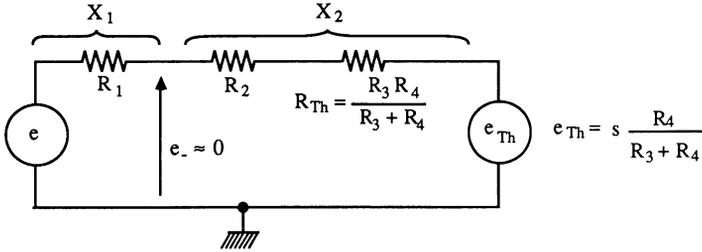


Figure 3.21.

**Remarque.** Comme, en pratique, la résistance  $R_2$  est de forte valeur par rapport à  $R_{Th}$  et que  $R_4 \ll R_3$ , on peut ramener l'expression du gain en tension à

$$G_{v_0} \simeq - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4}$$

et encore plus simplement

$$G_{v_0} \simeq - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

Pour notre application numérique, nous prendrons

$$R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega, R_3 = 10 \text{ k}\Omega \text{ et } R_4 = 100 \text{ }\Omega$$

Aucune résistance n'a de valeur supérieure à 100 k $\Omega$  et la valeur de  $R_3$  limite le courant fourni par l'amplificateur opérationnel. Un calcul d'erreur fournirait, pour la dernière relation une erreur voisine de 1 % et pour la précédente une valeur voisine de 1 %.

**Exercice 4.** Deux atténuateurs, l'un actif et utilisant deux amplificateurs opérationnels et l'autre passif constitué de deux résistances sont représentés sur la figure 3.22. Déterminer les caractéristiques électriques de chaque montage ( $R_e$ ,  $R_s$  et  $G_{v_0}$ ).

**Solution**

**Atténuateur actif.** Les résistances d'entrée et de sortie sont relativement faciles à définir :  $R_e \simeq \infty$  et  $R_s \simeq 0$  à cause de la contre-réaction.

Pour déterminer le gain en tension  $G_{v_0}$ , il faut voir que la contre-réaction de l'amplificateur opérationnel 1 est assurée par un amplificateur non inverseur

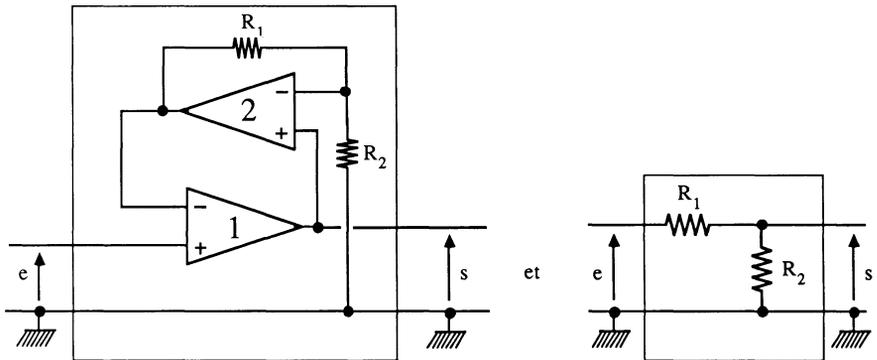


Figure 3.22.

de gain  $+ \frac{R_1 + R_2}{R_2}$ . Ainsi

$$e_{-1} = s_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$e_{+1} = e$$

Comme  $e_- = e_+$  (sous-entendu  $e_- \simeq e_+$ ), il vient

$$\frac{s_1}{e} = \frac{s}{e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Atténuateur passif.** C'est le diviseur de tension classique avec comme caractéristiques :

$R_e = R_1 + R_2$ , pour une charge d'influence négligeable,  $R_s = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , pour un générateur d'attaque parfait

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

**Remarques.** L'atténuateur actif est parfait au sens des impédances. Il est rarement utilisé à cause de son risque d'instabilité. Toutefois ce genre de montage, à contre-réaction active, est rencontré pour maintenir un déphasage constant dans une large bande passante de fonctionnement (voir chapitre 5).

**Exercice 5.** Définir le schéma et les éléments d'un montage permettant d'obtenir les caractéristiques électriques suivantes :

$$R_e = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_s \simeq 0$$

$$0 \leq |G_{v_0}| \leq 10$$

**Solution**

Le signe de la phase étant sans importance ( $\varphi = 0$  ou  $\varphi = -\pi$ ), deux solutions sont alors possibles.

**Amplificateur inverseur** (figure 3.23). Le gain en tension défini par la relation

$$G_{v_0} = -\frac{R_2}{R_1},$$

il suffit de faire varier la résistance  $R_2$  de zéro à sa valeur maximale (100 k $\Omega$ ). La résistance d'entrée est égale à  $R_1$  et la résistance de sortie, voisine de zéro, à cause de la contre-réaction.

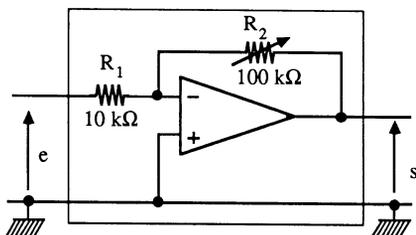


Figure 3.23.

**Amplificateur non inverseur** (figure 3.24). Le gain en tension d'un amplificateur non inverseur ne peut être que supérieur ou égal à un. Faire varier celui-ci, à partir de zéro, impose d'utiliser un potentiomètre linéaire en entrée. Ainsi obtient-on

$$R_e = P = 10 \text{ k}\Omega$$

$$G_{v_0} = \alpha \frac{R_3 + R_4}{R_4} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

et

$$R_s \simeq 0$$

Pour que le gain en tension maximum soit de 10, il faut

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 10$$

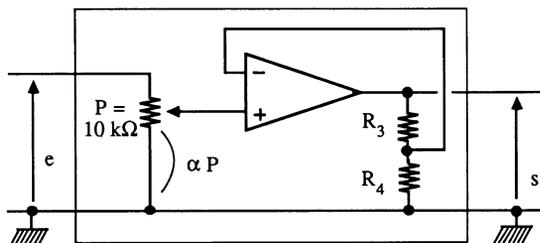


Figure 3.24.

En supposant que la tension de sortie évolue au maximum autour de 10 V et en prenant un courant de 1 mA circulant dans le pont de résistances  $R_3 - R_4$ , nous obtenons l'équation technologique

$$R_3 + R_4 = \frac{10}{10^{-3}} = 10^4 = 10 \text{ k}\Omega$$

Ainsi  $R_3 = 9 \text{ k}\Omega$  et  $R_4 = 1 \text{ k}\Omega$

**Remarque.** En réalité ces deux montages sont utilisés. Leur choix dépend surtout de la stabilité. On montrera que le deuxième montage a plus de « chance » d'être stable que le premier.

**Exercice 6.** Le schéma de la figure 3.25 représente un amplificateur à gain tension variable.

Déterminer l'expression de ce gain  $G_{v_0}$  en fonction de la position  $\alpha$ .

Comment la résistance d'entrée évolue-t-elle en fonction de  $\alpha$  ; donner une valeur à la résistance  $R$ , sachant que l'on veut une résistance d'entrée minimale de 10 k $\Omega$ .

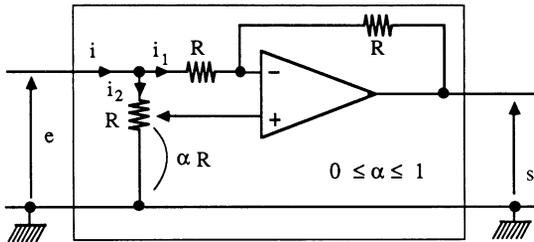


Figure 3.25.

### Solution

Le gain en tension est facilement obtenu à partir des expressions de  $e_-$  et de  $e_+$

$$e_- = \frac{e}{2} + \frac{s}{2} \quad (\text{application du théorème de superposition})$$

$$e_+ = \alpha e$$

Comme  $e_- = e_+$  (sous entendu  $e_- \simeq e_+$ ), on obtient

$$G_{v_0} = \frac{s}{e} = 2\alpha - 1$$

En prenant trois valeurs particulières, on situe ce montage

$$\alpha = 1, \quad G_{v_0} = +1, \quad \text{amplificateur non inverseur,}$$

$$\alpha = 0,5, \quad G_{v_0} = 0, \quad \text{amplification nulle,}$$

$$\alpha = 0, \quad G_{v_0} = -1, \quad \text{amplificateur inverseur.}$$

Nous pouvons positionner la résistance d'entrée simplement pour ces trois valeurs de  $\alpha$

$$\alpha = 1, \quad R_e = R // \infty = R$$

$$\alpha = 0,5, \quad R_e = R // 2R = \frac{2R}{3}$$

$$\alpha = 0, \quad R_e = R // R = \frac{R}{2}$$

La relation mathématique  $R_e(\alpha)$  est obtenue en écrivant les équations de Kirchoff

$$i = i_1 + i_2, \quad \text{avec} \quad i_2 = e/R$$

$$e = 2R i_1 + s$$

$$s = (2\alpha - 1)e$$

Nous obtenons après résolution

$$R_e = \frac{R}{2 - \alpha}$$

relation qui justifie les quelques valeurs particulières précédentes.

Pour que la résistance d'entrée minimale du montage soit de 10 k $\Omega$ , il faut

$$R = 20 \text{ k}\Omega$$

### 3.2.5. MONTAGE ADDITIONNEUR PUR A DEUX ENTRÉES (figure 3.26)

Les paramètres électriques sont obtenus à partir des mêmes considérations que pour les montages précédents. Nous ne démontrons plus que la résistance de sortie  $R_s$  est très faible, donc négligeable (voir montages à une entrée). La méthode de la loi d'Ohm permet d'obtenir l'ensemble des paramètres alors que celle des schémas-blocs ne fournit que la fonction de transfert.

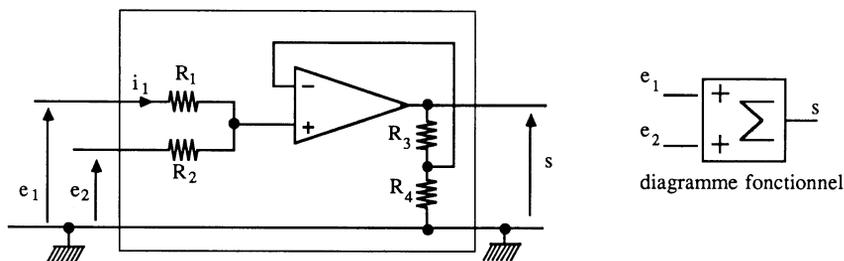


Figure 3.26.

**Méthode de la loi d'Ohm.** On écrit les relations de  $e_-$  et  $e_+$  puis on égalise

$$e_- = \frac{R_4}{R_3 + R_4} s$$

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} e_2$$

et 
$$s \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} e_2$$

soit 
$$s = + \frac{R_3 + R_4}{R_4} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1 + \frac{R_3 + R_4}{R_4} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} e_2$$

relation générale qui permettra de définir n'importe quel montage identique à celui-ci. Si toutes les résistances sont égales, alors

$$s = + e_1 + e_2$$

Ce montage à deux entrées présente deux résistances d'entrée  $R_{e_1}$  et  $R_{e_2}$ . Déterminons l'expression de la première à partir de la relation

$$e_1 = (R_1 + R_2) i_1 + e_2$$

Nous voyons que  $R_{e_1}$  dépend de  $e_2$ . Un cas particulier indique que  $R_{e_1} = \infty$  si  $e_1 = e_2$ . Ainsi  $R_{e_1}$  évolue et peut être positive ou négative. En ne considérant que sa valeur absolue, cette résistance sera minimale lorsque le courant  $i$  sera maximum soit pour  $e_2 = -e_1$  (sauf cas particulier). La relation précédente devient

$$e_1 = (R_1 + R_2) i_{1max} - e_1$$

et 
$$R_{e_{1min}} = \frac{e_1}{i_{1max}} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

La résistance d'entrée  $R_{e_2}$  est symétrique de  $R_{e_1}$ . En valeur absolue nous avons

$$R_{e_{1min}} = R_{e_{2min}} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

**Méthode des schémas-blocs.** Les expressions précédentes de  $e_-$  et  $e_+$  fournissent les atténuations d'entrée et de retour

$$B = \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \quad \alpha_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Le schéma-bloc correspondant est celui de la figure 3.27 et l'expression de la sortie en fonction des entrées s'écrit

$$S = (+ \alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2) \frac{A}{1 + AB}$$

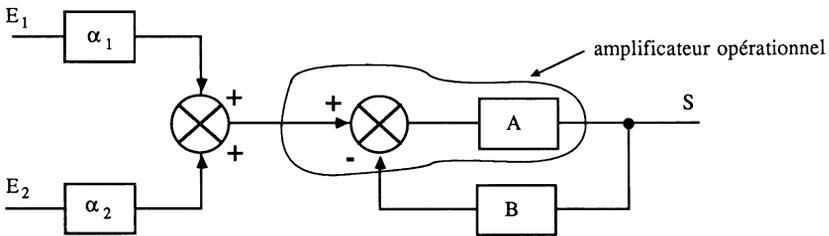


Figure 3.27.

Comme le gain de boucle AB est très grand devant l'unité, nous obtenons

$$S = \frac{\alpha_1}{B} E_1 + \frac{\alpha_2}{B} E_2$$

expression équivalente à celle obtenue par la méthode de la loi d'Ohm.

### 3.2.6. MONTAGE ADDITIONNEUR INVERSEUR A DEUX ENTRÉES (figure 3.28)

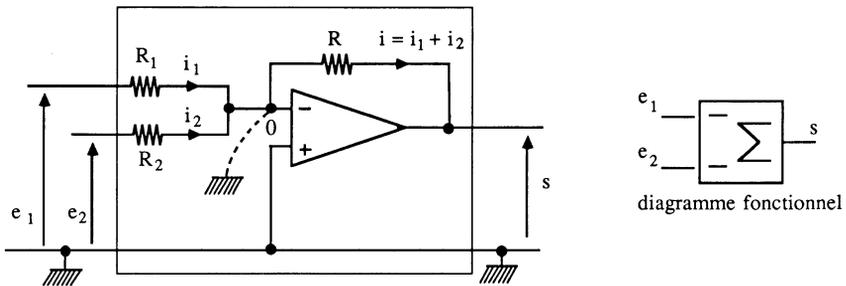


Figure 3.28.

**Méthode de la loi d'Ohm.** On pourrait définir les expressions de  $e_-$  et  $e_+$  puis les équaler. Mais comme nous sommes en présence d'un montage où l'entrée (+) est à la masse, il est plus simple d'écrire les expressions des tensions aux bornes des résistances. Ainsi

$$\begin{aligned} e_1 &= R_1 i_1 \\ e_2 &= R_2 i_2 \\ s &= -R i = -R (i_1 + i_2) \end{aligned}$$

On en déduit

$$s = - \left( \frac{R}{R_1} e_1 + \frac{R}{R_2} e_2 \right)$$

et

$$Re_1 = R_1 \quad Re_2 = R_2$$

**Méthode des schémas-blocs.** Il nous faut déterminer les atténuations d'entrées et de sortie. L'application du théorème de superposition nous donne

$$e_- = \frac{R_1//R_2}{R + R_1//R_2} s + \frac{R//R_1}{R_2 + R//R_1} e_2 + \frac{R//R_2}{R_1 + R//R_2} e_1$$

$$e_- = B s + \alpha_2 e_2 + \alpha_1 e_1$$

soit  $B = \frac{R_1 R_2}{RR_1 + RR_2 + R_1 R_2}$ ,  $\alpha_2 = \frac{RR_1}{D}$  et  $\alpha_1 = \frac{RR_2}{D}$

avec le dénominateur commun  $D = RR_1 + RR_2 + R_1 R_2$ . Le schéma-bloc associé à ce montage est celui de la figure 3.29. Après déplacement des blocs, on obtient la relation

$$S = (-\alpha_1 E_1 - \alpha_2 E_2) \frac{A}{1 + AB}$$

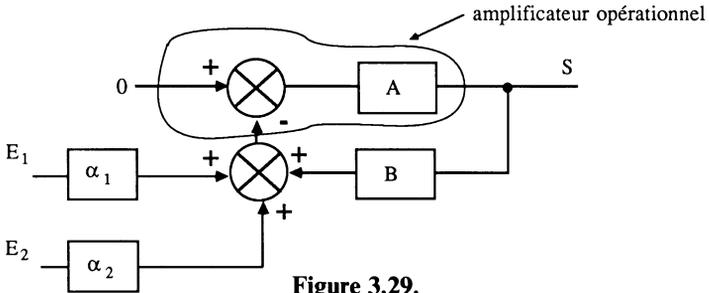


Figure 3.29.

Comme  $AB \gg 1$ , il vient

$$S = - \left( + \frac{\alpha_1}{B} E_1 + \frac{\alpha_2}{B} E_2 \right)$$

expression qui, après simplification, se ramène à celle obtenue par la méthode de la loi d'Ohm.

### 3.2.7. MONTAGE SOUSTRACTEUR (figure 3.30)

**Méthode de la loi d'Ohm.** Les expressions de  $e_-$  et  $e_+$  sont

$$e_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

$$e_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_2$$

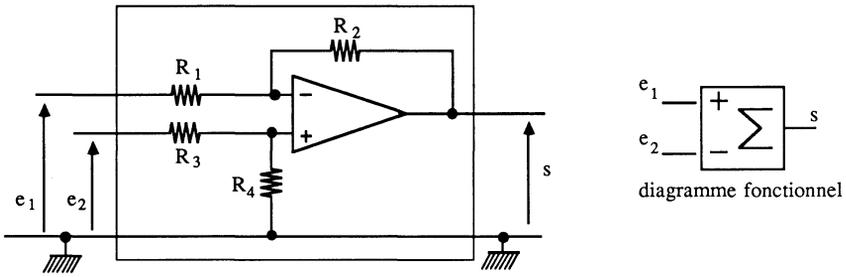


Figure 3.30.

En égalisant  $e_- = e_+$ , on obtient

$$s = + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot e_2 - \frac{R_2}{R_1} e_1$$

expression générale qui devient

$$s = + e_2 - e_1$$

lorsque toutes les résistances sont égales.

Deux résistances d'entrée sont à définir. Pour  $R_{e2}$ , la valeur est constante

$$R_{e2} = R_3 + R_4$$

Pour  $R_{e1}$ , comme dans le cas de l'additionneur pur, sa valeur évolue et dépend de  $s$ . A l'extrême, nous obtenons

$$R_{e1\min} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

(si on prend  $s = - e_1$ )

**Méthode des schémas-blocs.** Les atténuations d'entrée et de sortie, définies par les relations

$$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad \alpha_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

permettent, à partir du schéma-bloc de la figure 3.31, et après glissement des

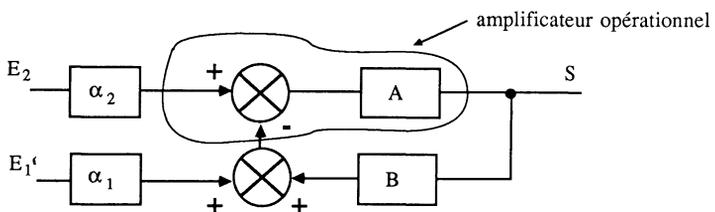


Figure 3.31.

blocs, d'obtenir l'expression de la sortie en fonction des entrées

$$S = (+ \alpha_2 E_2 - \alpha_1 E_1) \frac{A}{1 + AB}$$

En supposant  $AB \gg 1$ , cette expression devient

$$S \simeq + \frac{\alpha_2}{B} E_2 - \frac{\alpha_1}{B} E_1$$

### 3.2.8. EXERCICES A PARTIR DE MONTAGES A DEUX ENTRÉES

**Exercice 1.** On désire réaliser le montage additionneur de la figure 3.26 avec, comme caractéristiques électriques,

$$s = 10 (e_1 + e_2)$$

et

$$R_{e1} = R_{e2} = 10 \text{ k}\Omega,$$

valeur minimale

Déterminer la valeur des éléments

**Solution**

L'expression de la sortie en fonction des entrées

$$s = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_1 + \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{R_1}{R_1 + R_2} e_2$$

permet d'écrire la relation

$$\frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10$$

On en déduit

$$R_1 = R_2 \quad \text{et} \quad R_3 = 19 R_4$$

Il manque deux équations permettant de déterminer la valeur des résistances. La première est celle de la résistance minimale d'entrée

$$R_{e1_{\min}} = R_{e2_{\min}} = \frac{R_1 + R_2}{2} = R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

La seconde est une équation technologique obtenue à partir du courant maximum que doit fournir l'amplificateur opérationnel au pont de résistances  $R_3$  et  $R_4$ . En première approximation, pour un courant de l'ordre du milliampère, on peut prendre  $R_3 + R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ , ce qui aboutit à

$$R_4 = 500 \Omega \quad \text{et} \quad R_3 = 9500 \Omega$$

Ce résultat est satisfaisant si on ne tient pas compte de l'influence des courants de polarisation (voir chapitre 4).

**Exercice 2.** Le montage de la figure 3.30 est réalisé avec des résistances dont les valeurs sont

$$R_1 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

et

$$R_2 = R_4 = 100 \text{ k}\Omega$$

Déterminer l'expression de la sortie en fonction des deux entrées. Quelles sont les valeurs des résistances d'entrées ?

**Solution**

A partir de la relation

$$s = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot e_2 - \frac{R_2}{R_1} e_1$$

et des valeurs numériques, on obtient

$$s = 10 (e_2 - e_1)$$

Les résistances d'entrées sont définies par

$$R_{e_2} = R_3 + R_4 = 110 \text{ k}\Omega$$

$$R_{e_{1\min}} = \frac{R_1 + R_2}{2} = 55 \text{ k}\Omega$$

### 3.2.9. MONTAGES A n ENTRÉES

#### 3.2.9.1 Montages additionneurs

Il est intéressant de généraliser les montages additionneurs à n entrées.

**Additionneur pur** (figure 3.32). Pour une addition pure, les résistances vues par les générateurs d'entrée doivent être égales. Dans ces conditions

$$e_+ = \frac{e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n}{n}$$

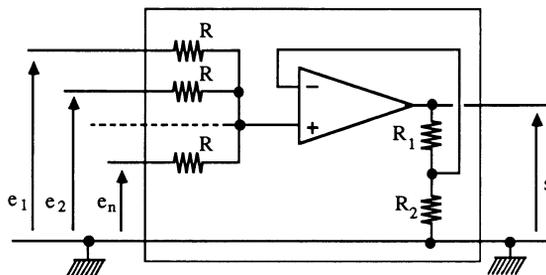


Figure 3.32.

Il faut alors que la « partie amplification » fournisse un gain en tension de valeur  $n$  si on souhaite obtenir

$$s = + e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n$$

soit

$$R_1 = (n - 1) R_2$$

**Additionneur inverseur** (figure 3.33). La relation de la sortie en fonction des entrées est aisée à obtenir

$$s = - \frac{R'}{R} (e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n)$$

et si  $R' = R$ , l'expression précédente devient

$$s = - (e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n)$$

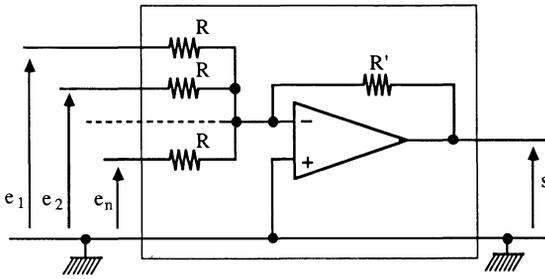


Figure 3.33.

### Remarques

— Le montage additionneur pur n'accepte une modification du nombre d'entrées, qu'après avoir rectifié la valeur des résistances  $R_1$  ou  $R_2$ .

— L'additionneur inverseur est tout à fait adapté à une constance de gain et de résistance d'entrée quelque soit le nombre des entrées (mais attention au courant maximum imposé dans  $R'$ ).

### 3.2.9.2 Construction de montages

A partir d'une relation imposée du type

$$s = k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3 + \dots + k_n e_n$$

où les coefficients  $k_i$  peuvent être positifs ou négatifs, il est toujours possible de définir un schéma, sachant que :

- il faut une contre-réaction,
- si  $k_i$  positif, l'entrée  $e_i$  va vers l'entrée (+),
- si  $k_j$  négatif, l'entrée  $e_j$  va vers l'entrée (-).

Après écriture des expressions de  $e_-$  et  $e_+$ , puis égalisation, on vérifie l'opportunité du montage. S'il y a impossibilité avec un seul amplificateur opérationnel, on repart avec deux et ainsi de suite. Des exemples sont traités sous forme d'exercices dans le paragraphe suivant.

### 3.2.10. EXERCICES A PARTIR DE MONTAGES A n ENTRÉES

**Exercice 1.** Le schéma de la figure 3.34 représente un moyenneur.

Définir la relation  $s(e_1 \text{ et } e_2)$ , pour seulement deux entrées, puis généraliser pour  $n$  entrées.

Que deviennent les résistances d'entrées, sachant que les sources de tension d'entrée sont toutes issues de montages à alimentations symétriques.

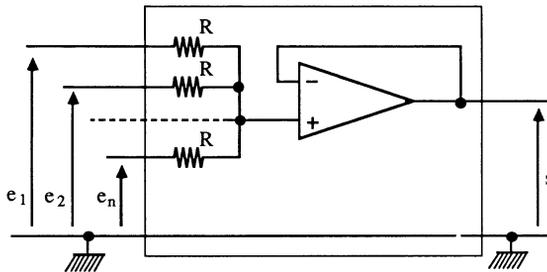


Figure 3.34.

**Solution**

Pour deux entrées, nous avons

$$e_+ = \frac{e_1 + e_2}{2} \quad \text{et} \quad e_- = s$$

on obtient

$$s = \frac{e_1 + e_2}{2}$$

La résistance d'entrée vue par une source dépend de l'autre source. En valeur absolue, elle évolue entre l'infini et la valeur minimale qui est

$$R_{e_{\min}} = \frac{R + R}{2} = R$$

définie lorsque  $e_2 = -e_1$  (valeurs extrêmes).

Pour  $n$  entrées, les relations deviennent

$$e_+ = \frac{e_1 + e_2 + \dots + e_n}{n} \quad \text{et} \quad e_- = s$$

soit 
$$s = \frac{e_1 + e_2 + \dots + e_n}{2}$$

Sans nous occuper de l'évolution de la sortie du montage, la résistance d'entrée (toujours en valeur absolue) évolue entre :

— l'infini lorsque toutes les sources sont égales

$$e_1 = e_2 = e_3 = \dots = e_n$$

$$- R_{e_{\min}} \quad \text{pour} \quad \frac{e_2 + \dots + e_n}{n-1} = -e_1$$

alors

$$R_{e_{\min}} = \frac{R + \frac{R}{n-1}}{2}$$

et si  $n$  est très important devant l'unité, nous avons

$$R_{e_{\min}} \rightarrow \frac{R}{2}$$

**Exercice 2.** Le montage de la figure 3.35 présente quatre entrées. Déterminer l'expression  $s$  ( $e_1, e_2, e_3, e_4$ ) pour :

$$R' = R$$

$$R' \neq R$$

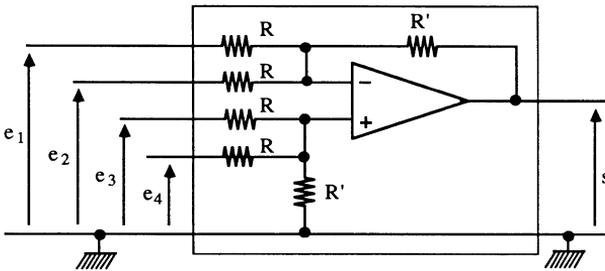


Figure 3.35.

### Solution

Lorsque toutes les résistances sont égales, les expressions de  $e_-$  et  $e_+$  sont

$$e_- = \frac{e_1 + e_2 + s}{3}$$

$$e_+ = \frac{e_3 + e_4}{3}$$

En faisant  $e_- = e_+$ , nous obtenons

$$s = (e_3 + e_4) - (e_1 + e_2)$$

Pour  $R'$  différent de  $R$ , ces expressions se compliquent

$$e_- = e_1 \frac{R'R}{D} + e_2 \frac{R'R}{D} + s \frac{RR}{D}$$

$$e_+ = e_3 \frac{R'R}{D} + e_4 \frac{R'R}{D}$$

avec  $D = RR + 2 R'R$ .

L'égalisation des entrées  $e_- = e_+$  nous donne

$$s = \frac{R'}{R} [(e_3 + e_4) - (e_1 + e_2)]$$

résultat que l'on aurait pu prévoir à partir de l'exercice 2 du paragraphe 3.2.8.

### Exercice 3. On désire obtenir la fonction

$$s = + e_1 + e_2 - e_3$$

Prévoir le schéma ainsi que la valeur des éléments.

Que devient ce schéma pour

$$s = e_1 + e_2 - 2 e_3$$

### Solution

La fonction  $s = + e_1 + e_2 - e_3$  est linéaire. Il faut un contrôle de la sortie, donc un asservissement ou contre-réaction ( $s$  vers  $e_-$ ). De plus, le signe d'affectation des entrées est « moins » pour  $e_3$ , soit l'entrée (-), « plus » pour  $e_2$  et  $e_1$ , soit l'entrée (+).

Enfin, lorsque deux générateurs (ou plus) « vont » vers un même point, chacun d'entre eux doit être accompagné d'une résistance. A partir de ces considérations, on représente le schéma de la figure 3.36 dont il faut définir la relation de la sortie en fonction des entrées. Ainsi

$$e_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_3 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

$$e_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_2 + \frac{R_3}{R_3 + R_4} e_1$$

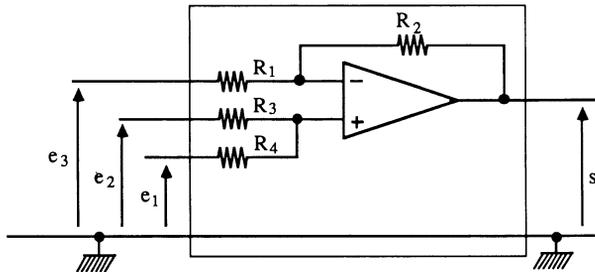


Figure 3.36.

Soit, après égalisation des entrées (-) et (+)

$$s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} e_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_2 - \frac{R_2}{R_1} s$$

relation que l'on aurait pu déterminer à partir de l'application du théorème de superposition sur l'ensemble

$$s(e_1), \quad s(e_2) \quad \text{puis} \quad s(e_3)$$

La relation de départ impose

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 1$$

soit

$$R_3 = R_4$$

et

$$\frac{R_2}{R_1} = 1, \quad \text{donc} \quad R_1 = R_2$$

Nous avons quatre inconnues et seulement deux équations de fonction. Il faut en trouver deux autres appelées « technologiques » et obtenues à partir des résistances d'entrée souhaitées et de la minimisation de l'influence des erreurs présentées aux chapitres 4 et 5.

Lorsque « rien » est précisé, il est de bon ton de prendre

$$10 \text{ k}\Omega \leq R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \leq 100 \text{ k}\Omega$$

Pour obtenir la nouvelles fonction définie par

$$s = + e_1 + e_2 - 2 e_3$$

il faut

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 \quad \text{soit} \quad R_2 = 2 R_1$$

Cette nouvelle relation entre les résistances  $R_1$ , et  $R_2$  doit être « injectée » dans celle déjà définie

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 1$$

soit

$$\frac{3 R_3}{R_3 + R_4} = \frac{3 R_4}{R_3 + R_4} = 1$$

Comme de toute évidence,  $R_3 = R_4$ , la résolution de ces deux équations aboutit à une impossibilité.

Dans ce cas de figure, deux éventualités se présentent :

— soit on ajoute une résistance entre l'entrée (+) ou l'entrée (-) du montage,

— soit on utilise deux amplificateurs opérationnels.

Pour cet exemple, la première solution est valable. En effet, comme  $R_2 = 2 R_1$ , et  $R_3 = R_4$ , on voit (avec une certaine habitude) qu'il faut rajouter une résistance  $R_5$  entre l'entrée (+) et la masse. Nous obtenons alors

$$s = \frac{R_3 R_5}{R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_3 R_5} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} e_1 + \frac{R_4 R_5}{R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_3 R_5} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} e_2 - \frac{R_2}{R_1} e_3$$

Il est clair que la relation demandée est obtenue en prenant

$$R_2 = 2 R_1 \quad \text{et} \quad R_3 = R_4 = R_5$$

**Exercice 4.** Toujours dans le sens de la construction des montages, et à partir des résultats précédents, nous voulons maintenant obtenir la fonction

$$s = e_1 + 2 e_2 - e_3$$

**Définir le montage.**

#### Solution

Le schéma de départ est encore celui de la figure 3.36 avec la relation de la sortie en fonction des entrées

$$s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot e_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot e_2 - \frac{R_2}{R_1} e_3$$

Comme  $R_1 = R_2$ , il faut

$$\frac{2 R_3}{R_3 + R_4} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{2 R_4}{R_3 + R_4} = 2$$

ce qui est impossible car la relation liant les résistances  $R_3$  et  $R_4$  ne sera pas la même pour les deux équations. Dans ce cas, il faut utiliser deux amplificateurs opérationnels, et la solution qui semble être la plus directe est celle de la figure 3.37 (d'autres solutions pourraient éventuellement se présenter).

En prenant toutes les résistances  $R$  égales, on obtient la bonne relation. Au point de vue technologique, nous prendrons

$$10 \text{ k}\Omega \leq R \leq 100 \text{ k}\Omega$$

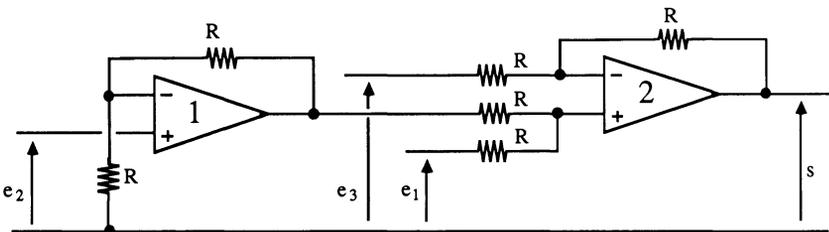


Figure 3.37.

### 3.3. FONCTIONS LINÉAIRES A ÉLÉMENTS RÉSIDTIFS ET CAPACITIFS

Les très nombreuses fonctions rencontrées, sont classées dans la rubrique filtres actifs et oscillateurs (quoique cette dernière présente une non-linéarité en fonctionnement normal — voir l'ouvrage *Oscillateurs et Horloges*). Nous n'étudierons, dans ce paragraphe, que les montages intégrateurs et dérivateurs simplifiés, les autres montages étant présentés au chapitre 7.

#### 3.3.1. INTÉGRATEUR (figure 3.38)

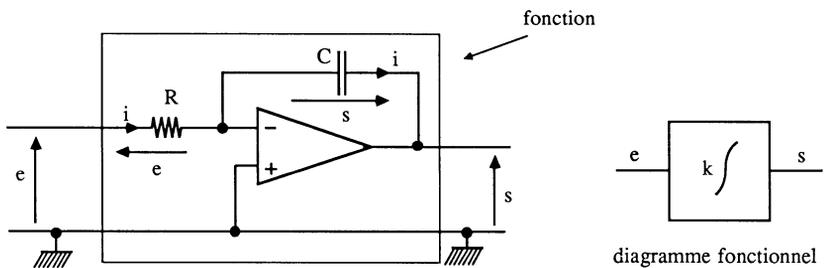


Figure 3.38.

##### 3.3.1.1. Etude de la fonction

Plusieurs méthodes d'études sont possibles.

**Méthode de la loi d'Ohm.** On utilise, soit la variable temporelle, soit la variable de Laplace.

— **Variable temporelle.** A partir de la relation tension-courant du condensateur

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

considéré comme un récepteur et en supposant

$$e_- \simeq 0, \quad \text{car} \quad e_+ = 0$$

il vient 
$$e(t) = R i(t) \quad \text{et} \quad s(t) = -\frac{1}{C} \int i(t) dt$$

soit

$$s(t) = - \frac{1}{RC} \int e(t) dt$$

A une constante  $-\frac{1}{RC}$  près, la sortie du montage représente l'intégrale de l'entrée.

— **Variable de Laplace.** On utilise la configuration « inverseur » de la figure 3.39 avec des conditions initiales nulles. Si cela n'était pas le cas, il faudrait écrire les équations de Kirchoff. Nous avons alors

$$\frac{S(p)}{E(p)} = - \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)}$$

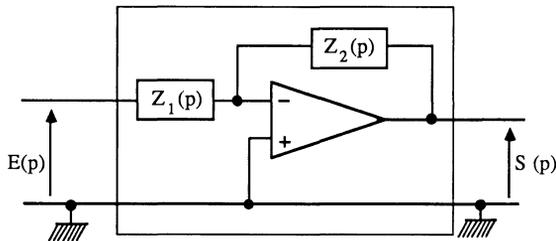


Figure 3.39.

avec

$$Z_1(p) = R \quad \text{et} \quad Z_2(p) = \frac{1}{Cp}$$

Il vient

$$S(p) = - \frac{1}{RC} \frac{E(p)}{p}$$

Sachant que diviser  $E(p)$  par  $p$  revient à intégrer  $e(t)$ , la transformée inverse de  $S(p)$  devient

$$\mathcal{L}^{-1}[S(p)] = s(t) = - \frac{1}{RC} \int e(t) dt$$

**Méthode des schémas-blocs.** Il faut nous inspirer du montage inverseur à résistances. Après déplacement des blocs, nous obtenons le schéma de la figure 3.40. L'expression de  $E_-(p)$  étant

$$E_-(p) = E(p) \cdot \frac{1}{1 + RCp} + S(p) \frac{RCp}{1 + RCp}$$

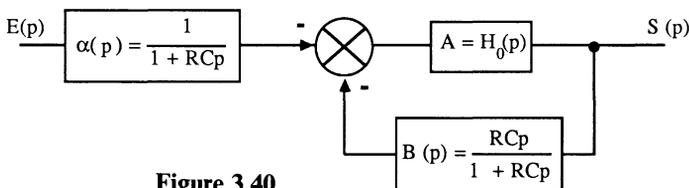


Figure 3.40.

nous en déduisons

$$\alpha(p) = \frac{1}{1 + RCp} \quad \text{et} \quad B(p) = \frac{RCp}{1 + RCp}$$

Comme les atténuations ne sont pas des valeurs constantes, le gain  $A$  de l'amplificateur opérationnel est remplacé par sa fonction de transfert  $H_0(p)$  (voir chapitre 5). Ainsi nous avons

$$S(p) = -\alpha(p) \cdot E(p) \frac{H_0(p)}{1 + H_0(p) B(p)}$$

Si on considère qu'en fonctionnement normal, le « gain de boucle »  $H_0(p) \cdot B(p)$  est très grand devant 1, il vient

$$S(p) = -\frac{\alpha(p)}{B(p)} \cdot E(p) = -\frac{1}{RC} \frac{E(p)}{p}$$

soit

$$s(t) = -\frac{1}{RC} \int e(t) dt$$

### 3.3.1.2. Détermination des impédances d'entrée et de sortie

La configuration inverseur nous fournit

$$Z_e(p) = R = R_s$$

valeur constante.

Pour obtenir l'impédance de sortie  $Z_s(p)$ , nous utilisons l'équation de maille de la sortie de l'amplificateur opérationnel, en supposant un gain en tension  $H_0(p) = A$ , constant. Les relations déjà utilisées

$$A \varepsilon(p) = r_s I_s(p) + S(p)$$

$$\text{et} \quad \varepsilon(p) = 0 - \left( S(p) \frac{RCp}{1 + RCp} + E(p) \cdot \frac{1}{1 + RCp} \right) = E_+(p) + E_-(p)$$

nous permettent d'écrire (en considérant  $A \gg 1$ )

$$S(p) = -E(p) \cdot \frac{A}{1 + ARCp} - \frac{r_s}{1 + ARCp} I_s(p)$$

Cette relation montre que le montage est identique à un réseau  $R - AC$  (capacité  $C$  multipliée par le gain  $A$  par effet Miller) et que la résistance  $R_s(p)$  est égale à celle de l'amplificateur opérationnel ( $r_s$ ) en statique et tend vers zéro en dynamique. Un calcul complet avec  $H_0(p) = S(p)/\varepsilon(p)$  est effectué au chapitre 5.

### 3.3.2. DÉRIVATEUR (figure 3.41)

#### Méthode de la loi d'Ohm

— **Variable temporelle.** Nous avons les relations

$$e = \frac{1}{C} \int i \, dt \quad \text{et} \quad s = -Ri$$

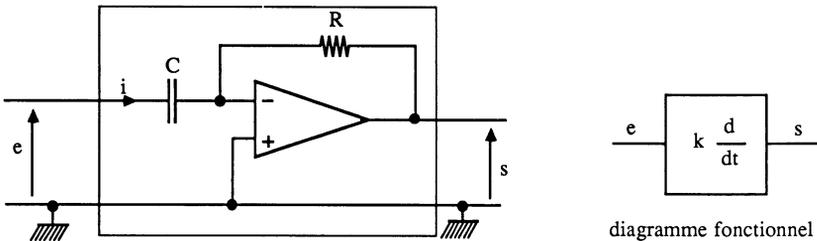


Figure 3.41.

Extraire de la première équation l'expression du courant, cela revient à dériver celle-ci

$$\frac{d}{dt} e(t) = \frac{1}{C} i(t)$$

Ainsi 
$$s(t) = -RC \frac{d}{dt} e(t)$$

— **Variable de Laplace.** La configuration « inverseur » nous permet d'écrire

$$S(p) = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} \cdot E(p) = -\frac{R}{1/Cp} \cdot E(p) = -RC \cdot p E(p)$$

Sachant que multiplier  $E(p)$  par  $p$  revient à dériver  $e(t)$ , nous obtenons

$$s(t) = -RC \frac{d}{dt} e(t)$$

**Méthode des schémas-blocs.** Le schéma-bloc du dérivateur est de même forme que celui de l'intégrateur à cause de la configuration « inverseur ». Les atténuations d'entrée  $\alpha(p)$  et de retour  $B(p)$  sont obtenues à partir de

$$E_-(p) = \frac{RCp}{1 + RCp} E(p) + \frac{1}{1 + RCp} S(p) = \alpha(p) \cdot E(p) + B(p) S(p)$$

L'expression de la sortie est alors

$$S(p) = -\alpha(p) E(p) \frac{H_0(p)}{1 + H_0(p) \cdot B(p)}$$

et après simplification

$$(H_0(p) \cdot B(p) \ll 1)$$

$$S(p) = -\frac{\alpha(p)}{B(p)} E(p) = -RC_p E(p)$$

**Impédance d'entrée.** Elle correspond à

$$Z_e(p) = Z_1(p) = \frac{1}{C_p}$$

Elle est infinie en statique et diminue en fonction de la fréquence.

**Impédance de sortie.** Les expressions

$$A \varepsilon(p) = r_s I_s(p) + S(p)$$

et 
$$\varepsilon(p) = 0 - \left( S(p) \frac{1}{1 + RC_p} + E(p) \frac{RC_p}{1 + RC_p} \right)$$

permettent d'obtenir

$$S(p) = -E(p) \cdot RC_p \frac{1}{1 + \frac{RC}{A} p} - \frac{r_s}{A} \frac{1 + RC_p}{1 + \frac{RC}{A} p}$$

en considérant le gain de l'amplificateur opérationnel  $A$  constant. L'impédance de sortie évolue en fonction de la fréquence. Elle vaut  $r_s/A$  en statique et tend vers  $r_s$  en haute fréquence.

**Remarque.** Ce montage est purement théorique car il est, en pratique, instable. Le rendre stable revient à connecter une résistance en série avec le condensateur (voir chapitre 5).

### 3.3.3. EXERCICES

**Exercice 1.** Le réseau intégrateur de la figure 3.42 présente comme conditions initiales :  $e = 0$  et  $s = 0$  (position 1 du commutateur). Au temps  $t = 0^+$ , on applique une tension continue  $E = 2$  volts à son entrée (position 2 du commutateur). Déterminer l'expression  $s(t)$ , de quatre manières différentes :

— par la relation temporelle,

- par le calcul symbolique et variable de Laplace,
- par le « bon sens physique »,
- à partir de la relation de Miller.

Au bout de quel temps la sortie est-elle saturée ? Représenter, à partir de  $t = 0$ , les tensions  $e(t)$ ,  $s(t)$  et  $e_-(t)$ .

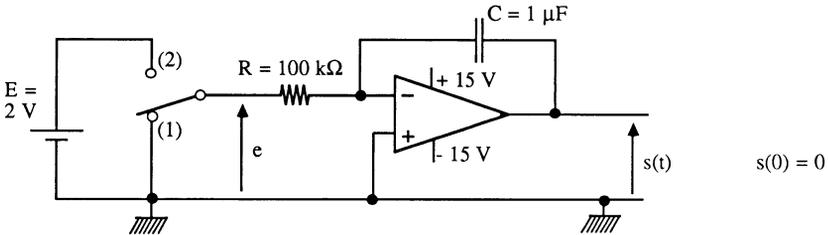


Figure 3.42.

### Solution

**Relation temporelle.** Cette relation s'écrit

$$s(t) = - \frac{1}{RC} \int e(t) dt$$

avec  $RC = 10^5 \cdot 10^{-6} = 10^{-1}$  et  $e(t) = 2$

soit  $s(t) = -10 \int 2 dt = -20 \int dt$

et  $s(t) = -20t + K$

où  $K$  représente la constante d'intégration définie à partir des conditions initiales

$$s(0) = -20 \cdot 0 + K = 0 \quad \text{donc} \quad K = 0$$

Ainsi

$$s(t) = -20t$$

**Variable de Laplace.** Il faut utiliser la relation de la fonction de transfert sans condition initiale

$$S(p) = H(p) E(p)$$

où  $H(p) = - \frac{1}{RCp} = - \frac{10}{p}$

fonction de transfert de l'intégrateur et

$$E(p) = \mathcal{L} [e(t)] = \frac{2}{p}$$

Donc 
$$S(p) = -\frac{10}{p} \cdot \frac{2}{p} = -\frac{20}{p^2}$$

et 
$$\mathcal{L}^{-1}[S(p)] = s(t) = -20 t$$

**Sens physique.** Comme  $e_- \approx 0$ , tant que l'amplificateur opérationnel n'est pas saturé, la tension aux bornes de la résistance R est constante ainsi que le courant qui la parcourt. Le condensateur est alors chargé à courant constant

$$u = -s = \frac{1}{C} \int \frac{E}{R} dt = \frac{1}{C} \int I dt$$

$$u = \frac{1}{C} \int 2 \cdot 10^{-5} dt$$

et 
$$s = -\frac{I}{C} t + K \quad \text{avec} \quad K = 0$$

soit 
$$s = -\frac{2 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}} t = -20 t$$

**Relation de Miller.** Le paragraphe 1.1.2.5 présente le théorème de Miller. Un condensateur, connecté entre les deux bornes « actives » d'entrée et de sortie d'un amplificateur de gain en tension  $-A$ , se trouve déplacé ainsi que l'indique la figure 3.43. Le condensateur connecté en sortie C est d'influence négligeable à cause de la faible impédance de sortie du montage. On peut ainsi écrire les relations

$$e(t) = 2$$

$$u(t) = 2 \left( 1 - e^{-\frac{t}{ARC}} \right)$$

et 
$$s(t) = -2 A \left( 1 - e^{-\frac{t}{ARC}} \right)$$

car la fonction de transfert globale est

$$\frac{S(p)}{E(p)} = -\frac{A}{1 + ARCp}$$

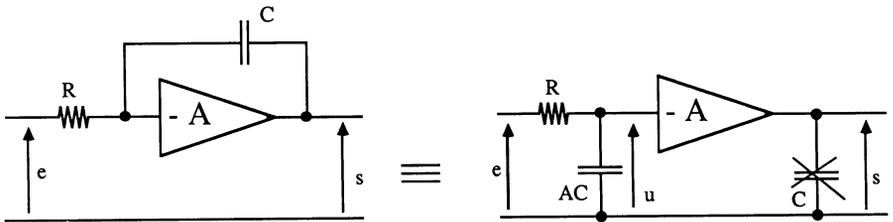


Figure 3.43.

Elle correspond à celle rencontrée au paragraphe 3.3.1.2. La représentation des tensions  $e(t)$  et  $s(t)$  définies par les relations

$$e = 2 \quad \text{et} \quad s = -20 t$$

se situe sur la figure 3.44. La saturation de l'amplificateur opérationnel a lieu au bout de 0,75 secondes.

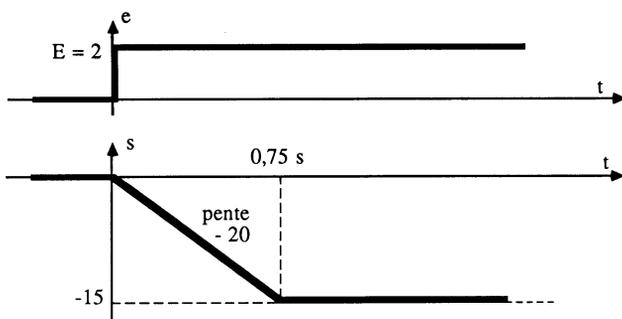


Figure 3.44.

Dans le cas où on utilise la relation de Miller, la représentation de  $s(t)$  est obtenue à partir de la tangente à l'origine de la variation exponentielle (figure 3.45). Cette tangente définie par

$$s(t) = -20 t$$

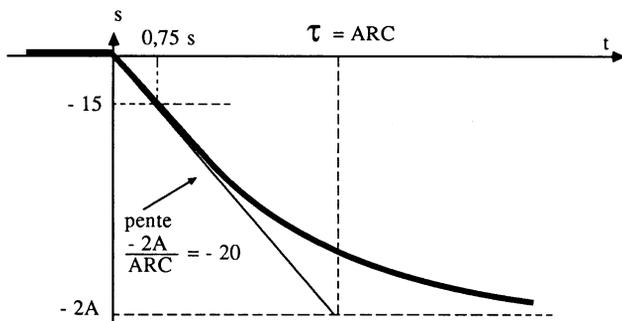


Figure 3.45.

est confondue avec la fonction, sachant que la tension de saturation de 15 V est très faible par rapport à la valeur  $2A$  (avec  $A \approx 10^5$  en statique).

L'évolution de la tension  $e_- = -\varepsilon$  est représentée sur la figure 3.46. Tant que l'amplificateur opérationnel n'est pas saturé, nous avons  $e_- = 0$ . Lorsque  $s = -V_{\text{sat}} = -15$  V, la contre-réaction n'est plus assurée, alors  $e_-$  évolue

exponentiellement vers la valeur  $E = 2$  volts « portée » par la tangente à l'origine définie par  $e_- = E$  et  $\tau = RC = 0,1$  s.

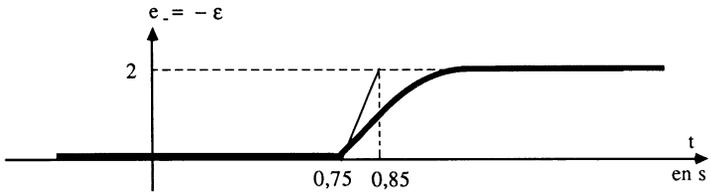


Figure 3.46.

**Exercice 2.** L'intégrateur de la figure 3.47 est sollicité par un signal « carré »  $e(t)$ . Représenter  $s(t)$  à partir des fonctions mathématiques définies dans les intervalles de temps

$$0 - t_1, t_1 - t_2, t_2 - t_3, \dots$$

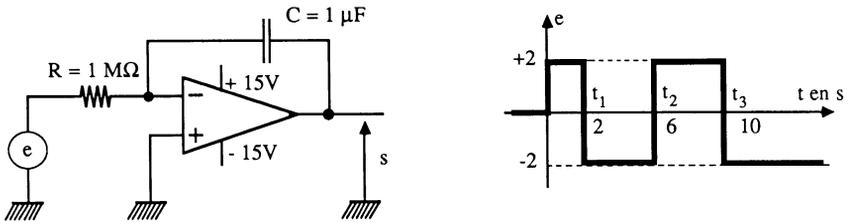


Figure 3.47.

### Solution

Dans tous les cas la relation de la sortie de l'intégrateur est

$$s = -\frac{1}{RC} \int e dt = -\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-6}} \int e dt = -\int e dt$$

**Pour l'intervalle  $0 - t_1$ ,** l'entrée est  $e = 2$  volts et la condition initiale  $s = 0$ . Ainsi

$$s = -2t + K \quad \text{avec} \quad K = 0$$

La représentation de la tension  $s(t)$  est positionnée sur la figure 3.48 avec d'abord

$$s_1 = -2t$$

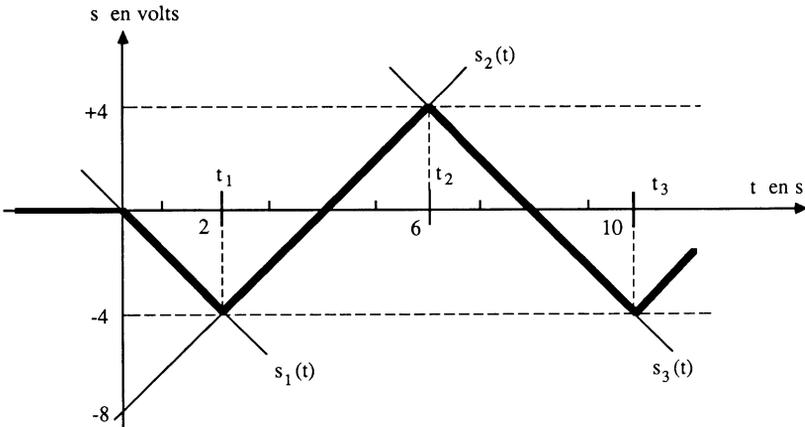


Figure 3.48.

Pour l'intervalle  $t_1 - t_2$ , l'entrée est  $e = -2$  volts. Il vient

$$s = - \int -2 dt = +2t + K$$

La constante d'intégration  $K$  est obtenue à partir de la valeur particulière définie au temps  $t_1$

$$-4 = +2 \times 2 + K \quad \text{soit} \quad K = -8$$

Ainsi

$$s_2 = +2t - 8$$

Pour l'intervalle  $t_2 - t_3$ , nous avons  $e = +2$  volts, ce qui fournit

$$s = - \int 2 dt$$

soit  $s = -2t + K$

avec  $+4 = -2 \times 6 + K$  donc  $K = +16$

et  $s_3 = -2t + 16$

**Remarque fondamentale.** Un signal triangulaire est toujours obtenu à partir de l'intégration d'une tension constante ou d'un courant constant.

**Exercice 3.** Le montage de la figure 3.47 travaille avec de nouvelles valeurs de  $R$  et  $C$  :  $R = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$ . Déterminer, puis représenter l'évolution de  $s(t)$  pour deux fonctions sinusoïdales d'entrée :

●  $e = 10 \sin \omega t$  appliquée au temps  $t = 0$ ,

●  $e = 10 \sin \omega t + \frac{\pi}{2} = 10 \cos \omega t$  appliquée au temps  $t = 0$ , pour des

conditions initiales nulles et une fréquence de fonctionnement égale à 100 Hz.

**Solution**

**Entrée,  $e = 10 \sin \omega t$ .** Ce montage représente une fonction intégrale définie par

$$s = -\frac{1}{RC} \int e \, dt = -100 \int \sin \omega t \, dt$$

soit 
$$s = -1000 \left( -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right) + K$$

avec  $\omega = 2 \pi f = 628 \text{ rad/s}$

La constante d'intégration  $K$  s'obtient à partir des conditions initiales  $s = 0$  au temps  $t = 0$

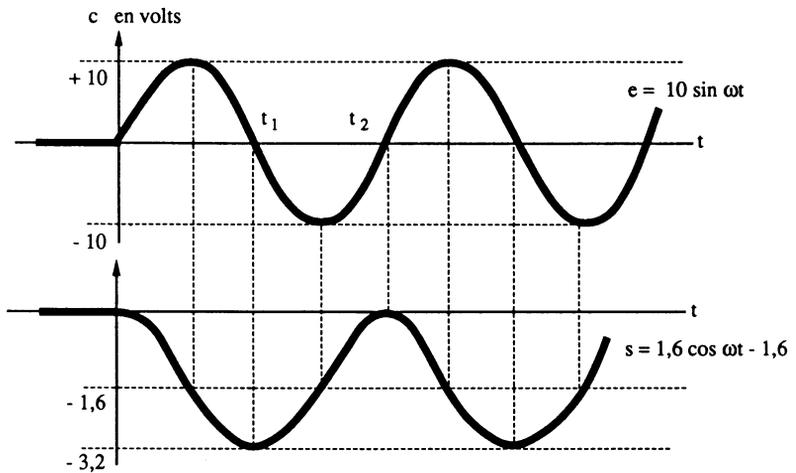
$$0 = +1,6 \cos 0 + K$$

donc 
$$K = -1,6$$

La fonction  $s$  s'écrit alors

$$s = +1,6 \cos \omega t - 1,6$$

et est représentée sur la figure 3.49.



**Figure 3.49.**

**Entrée,  $e = 10 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = 10 \cos \omega t$ .** La tension de sortie  $s$  est définie par la relation

$$s = -\frac{1}{RC} \int e \, dt = -100 \int 10 \cos \omega t \, dt$$

soit 
$$s = -1000 \left( + \frac{1}{\omega} \sin \omega t + K \right)$$

au temps  $t = 0$ ,  $s = 0$ , alors

$$0 = -1,6 \sin 0 + K$$

il vient 
$$s = -1,6 \sin \omega t$$

Cette fonction est représentée sur la figure 3.50.

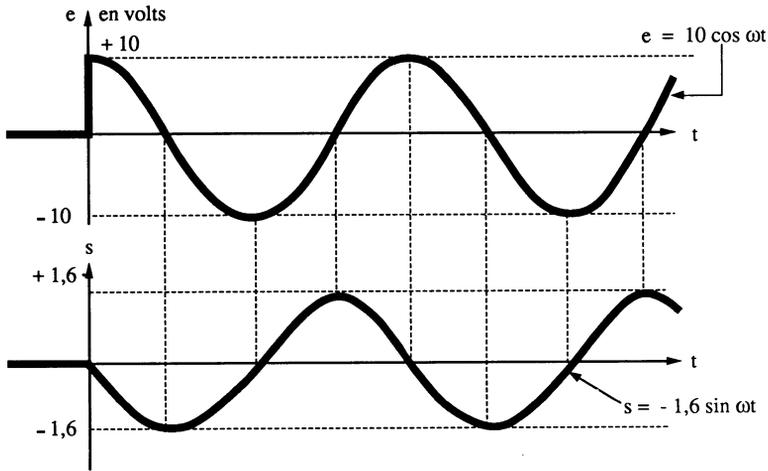


Figure 3.50.

**Remarque.** Pour les deux cas, l'évolution de la sortie est « physiquement » prévisible. En effet, comme  $e^- = 0$ , lorsque l'entrée  $e$  est positive, la sortie évolue négativement (dérivée négative) et inversement ; tout ceci à partir de la condition initiale  $s = 0$  au temps  $t = 0$ .

**Exercice 4.** Toujours pour le montage de la figure 3.47 avec les mêmes éléments que précédemment, le signal d'entrée est défini par

$$e(t) = 10 \cos \omega t + 10^{-3}$$

Déterminer et représenter  $s(t)$ .

**Solution**

Le signal d'entrée présente une composante continue (tension d'offset de 1 mV) et une composante variable sinusoïdale. L'expression de la sortie s'écrit

$$s = \frac{1}{RC} \int e \, dt = -100 \int (10 \cos \omega t + 10^{-3}) \, dt$$

$$s = -1000 \int \cos \omega t - 0,1 \int dt$$

soit

$$s = -1,6 \sin \omega t - 0,1 t + K$$

La constante d'intégration  $K$  est nulle pour les deux intégrales à cause des conditions initiales. La représentation de la fonction

$$s = -1,6 \sin \omega t + 0,1 t$$

est celle de la figure 3.51.

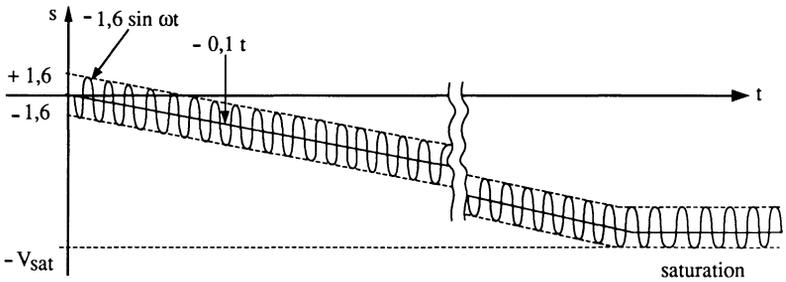


Figure 3.51.

**Remarque.** Cet exercice montre que le montage d'intégrateur tel qu'il vient d'être présenté « dérive » inéluctablement vers la saturation à cause des tensions parasites d'offset internes ou externes à l'amplificateur opérationnel. Ceci est lié à l'inexistence de la contre-réaction statique. Les différentes méthodes permettant de stabiliser le point de repos de la sortie sont présentées aux chapitres 6 et 7.

**Exercice 5.** Le montage dérivateur (théorique) de la figure 3.52 est utilisée pour transformer un signal triangulaire en un signal carré (figure 3.53). Déterminer la valeur du condensateur afin d'obtenir en sortie une amplitude de 2 volts. La fréquence de fonctionnement est 100 Hz.

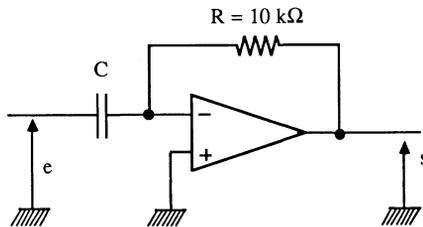
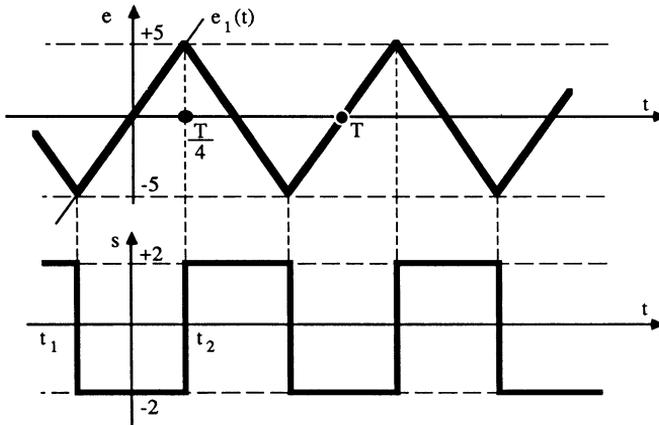


Figure 3.52.

**Solution**

Le signal triangulaire d'entrée est symétrique en amplitude et en pente. On obtient alors un signal carré lui-même symétrique. Dans l'intervalle de temps  $t_1 - t_2$ ,  $e(t)$  est définie par la droite  $e_1(t) = At$ . La pente  $A$  s'obtient à partir de l'amplitude de 5 volts et du temps  $T/4$ . Ainsi

$$A = \frac{5}{T/4} = \frac{20}{T} = 20 f = 2\,000 \text{ V/s}$$



**Figure 3.53.**

La relation de la sortie s'écrit

$$s = -RC \frac{d}{dt} e(t) = -10^4 C \frac{d}{dt} e(t)$$

La dérivée

$$\frac{d}{dt} e(t) = \frac{d}{dt} e_1(t)$$

vaut

$$\frac{d}{dt} At = A = 2\,000$$

Nous avons alors

$$s = -10^4 C \cdot 2\,000 = -2$$

d'où

$$C = 10^{-7} = 0,1 \mu\text{F}$$

**Remarque.** Nous verrons au chapitre 5 que ce montage devra subir une modification afin qu'il puisse travailler dans de bonnes conditions de stabilité (résistance  $R'$  de faible valeur en série avec le condensateur).

### 3.4. FONCTIONS NON LINÉAIRES

A l'origine, l'amplificateur opérationnel fut réalisé pour être utilisé dans les calculateurs analogiques, donc des fonctions linéaires du type : addition, soustraction, multiplication par un coefficient K, intégration et plus rarement dérivation. L'intégration de ce « composant » a permis de l'utiliser dans beaucoup d'autres applications tant linéaires que non linéaires. Dans ce dernier domaine on trouve les quatre grandes rubriques :

- les comparateurs en « tout ou rien »,
- les bascules,
- les montages à diodes grands signaux ou générateurs de fonctions,
- les montages à diodes petits signaux ou amplificateurs logarithmiques et exponentiels.

Les oscillateurs quasi sinusoidaux seront présentés au chapitre 7.

#### 3.4.1. COMPARETEURS

Ce sont des montages où la sortie est toujours saturée et égale à  $\pm V_{\text{sat}}$ . Deux types peuvent être rencontrés :

- les comparateurs simples, ne présentant ni contre-réaction ni réaction,
- les comparateurs à hystérésis ou trigger de Schmitt pourvus d'une réaction.

Leur méthode d'étude se fait en deux étapes :

- représentation sur le même système d'axes de  $e_+$  et  $e_-$ , leur point de rencontre correspond au changement de signe de la tension différentielle d'entrée  $\varepsilon = e_+ - e_-$ , donc au changement de l'état de saturation de la sortie,
- représentation de la sortie à partir des considérations précédentes.

##### 3.4.1.1. Compareurs simples

Ce sont les montages à amplificateurs opérationnels les plus simples à utiliser. Le schéma de la figure 3.54 en donne un exemple. Aucun élément n'est présent autour de l'amplificateur opérationnel. A partir de la relation linéaire (hors saturation)

$$s = A \varepsilon = A (e_+ - e_-)$$

nous définissons simplement l'état de la sortie en comparant le signal d'entrée à celui de la référence. En effet

$$s = A (e_+ - e_-) = A (e - V_{\text{Ref}})$$

$$\text{si } e > V_{\text{Ref}} \quad s > 0 \quad \text{et} \quad s = + V_{\text{sat}}$$

$$\text{si } e < V_{\text{Ref}} \quad s < 0 \quad \text{et} \quad s = - V_{\text{sat}}$$

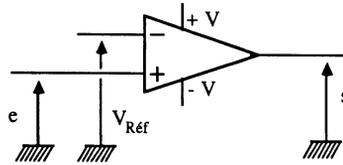


Figure 3.54.

Ce résultat se positionne sous la forme d'un graphe représenté sur la figure 3.55. La tension de saturation est voisine de celle de l'alimentation pour des valeurs supérieures à 10 V. Dans l'exemple de la figure 3.54, le signal d'entrée est appliqué sur l'entrée (+) et la référence sur l'entrée (-). Rien n'empêche de faire l'inverse ou même d'appliquer un signal variable sur chaque entrée de l'amplificateur opérationnel.

Les résistances d'entrée et de sortie du montage sont faciles à définir

$$R_e \simeq \infty$$

$$R_s = r_s$$

(absence de contre-réaction)

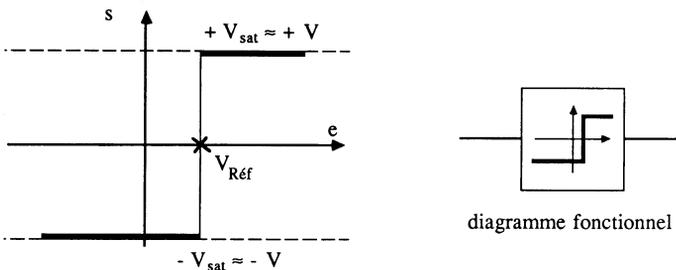


Figure 3.55.

*bascules*

### 3.4.1.2. Compérateurs à hystérésis ou triggers de Schmitt

Deux montages sont utilisés :

— le comparateur négatif où le signal d'entrée est appliqué sur l'entrée (-),

— le comparateur positif où le signal d'entrée est appliqué sur l'entrée (+).

**Comparateur négatif** (figure 3.56). Il faut tout d'abord, déterminer les valeurs de  $e$  pour lesquelles la sortie change d'état (pour  $e_- = e_+$  ou changement de signe de la tension différentielle). On écrit les relations

$$\begin{aligned} e_- &= e \\ e_+ &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} s \end{aligned}$$

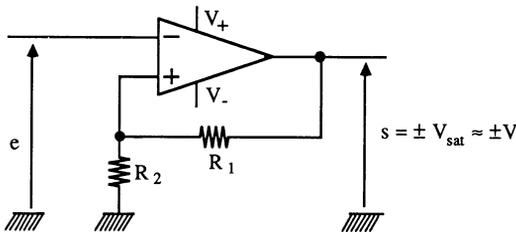


Figure 3.56.

Le « basculement » de la sortie a lieu lorsque

$$e_- = e_+$$

soit 
$$e = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} s = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (\pm V_{\text{sat}})$$

Comme il y a deux valeurs de basculement, il faut considérer les variations positives, puis négatives de la tension d'entrée en remarquant que, pour  $e = 0$  (et plus exactement  $-\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < e < +\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$ ) la sortie est non définie entre les deux valeurs possibles  $\pm V_{\text{sat}}$ . L'analyse de fonctionnement est effectuée sur la figure 3.57. Nous partons d'un signal négatif par rapport aux deux valeurs de basculement. Ce signal étant appliqué sur l'entrée (-), la sortie est obligatoirement saturée en positif,  $s = +V_{\text{sat}}$  donc

$$e_+ = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (+V_{\text{sat}})$$

L'évolution positive de  $e$ , impose un changement d'état de la sortie à partir de la valeur que nous venons de définir

$$e \nearrow, s \downarrow \begin{matrix} +V_{\text{sat}} \\ -V_{\text{sat}} \end{matrix} \quad \text{pour} \quad e = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$$

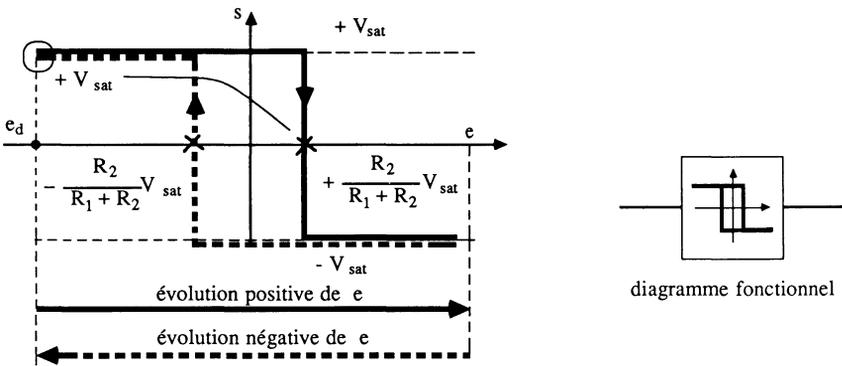


Figure 3.57.

Comme  $s = -V_{\text{sat}}$ , la nouvelle valeur de basculement de la sortie s'effectue pour

$$e = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (-V_{\text{sat}})$$

et une évolution négative du signal d'entrée

$$e \searrow, s \uparrow \begin{matrix} +V_{\text{sat}} \\ -V_{\text{sat}} \end{matrix} \quad \text{pour} \quad e = - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$$

**Remarquons que, lorsque la tension de sortie change d'état, elle entraîne la modification de  $e_+$ , accentuant la nouvelle valeur de la tension différentielle par réaction [sortie vers entrée (+)]. Dans ces conditions l'évolution de  $s$  est sans retour à la valeur initiale sauf cas spécifiques (voir exercices de fin de paragraphe).**

Comme pour les comparateurs simples on définit

$$R_e = \infty \quad \text{et} \quad R_s = r_s$$

**Comparateur positif** (figure 3.58). Si, dans le cas des comparateurs simples, l'inversion de la fonction  $s(e)$  se fait en permutant les bornes des entrées (-) et (+) de l'amplificateur opérationnel, il n'en est pas de même pour le montage à hystérésis. En effet, après inversion des bornes (-) et (+) du schéma de la figure 3.56, nous obtiendrions un amplificateur non inverseur (la réaction deviendrait une contre-réaction). Il faut alors raisonner dans le sens de la construction des montages. Entrée et retour s'effectuant obligatoirement sur l'entrée (+) de l'amplificateur opérationnel la présence des résistances  $R_1$  et  $R_2$  est nécessaire. Pour un fonctionnement symétrique, l'entrée (-) est reliée au potentiel zéro (masse). Avant d'analyser le fonctionnement de ce montage, il faut définir les valeurs de  $e$  qui permettent le

basculement de la sortie (changement de signe de la tension différentielle).  
 Nous écrivons

$$e_- = 0$$

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

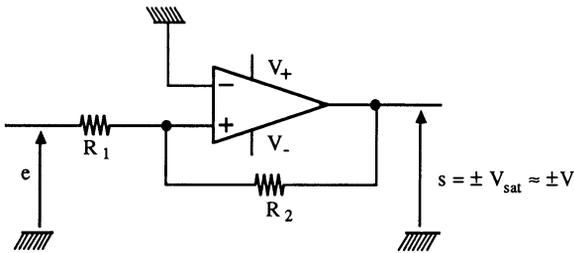


Figure 3.58.

Le changement d'état de la sortie s'effectue pour

$$e_- = e_+$$

soit

$$0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$$

et enfin

$$e = - \frac{R_1}{R_2} (\pm V_{sat})$$

Ces deux valeurs sont symétriques par rapport au zéro. L'analyse de fonctionnement peut être faite à partir des variations positives puis négatives de  $e$ . En partant de  $e = e_d$  (figure 3.59), nous avons  $s = -V_{sat}$  (car  $e$ , très négatif, est appliquée indirectement sur l'entrée (+) de l'amplificateur

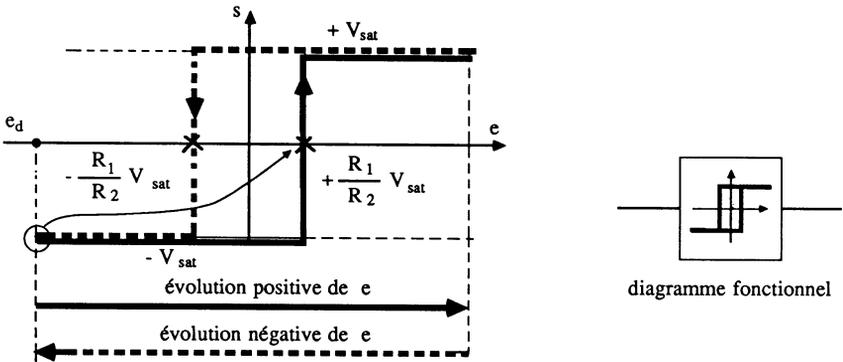


Figure 3.59.

opérationnel). La valeur de basculement, physiquement moins évidente à prévoir que dans le cas du comparateur à hystérésis négatif, vaut

$$e = - \frac{R_1}{R_2} (-V_{\text{sat}})$$

Ainsi

$$e \nearrow, s \uparrow \begin{matrix} +V_{\text{sat}} \\ -V_{\text{sat}} \end{matrix} \quad \text{pour} \quad e = + \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$$

$$\text{et} \quad e \searrow, s \downarrow \begin{matrix} +V_{\text{sat}} \\ -V_{\text{sat}} \end{matrix} \quad \text{pour} \quad e = - \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$$

L'évolution  $s(e)$ , définie à partir des deux relations précédentes, est représentée sur le graphe de la figure 3.59. **Comme pour le comparateur à hystérésis négatif, à la mise sous tension, lorsque  $e = 0$ , nous avons un état de saturation indéfini pour la sortie.**

Les résistances d'entrée et de sortie sont

$$R_{e_{\text{min}}} = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (\text{cas où } e \text{ est opposé à } s)$$

et

$$R_s = r_s$$

### 3.4.1.3. Champ d'applications des comparateurs

Le champ d'applications des comparateurs simples et à hystérésis (trigger) est très vaste. Quoique rencontrés aux chapitres 6 et 7, il nous faut les situer en quelques lignes.

#### Comparateurs simples

- Fourniture d'un signal numérique à partir de signaux analogiques « rapides » d'entrée.
- Commande de relais dynamiques (électromagnétiques) ou statiques (transistors en commutation).
- Génération de signaux en modulation de largeur d'impulsion MLI dans les amplificateurs à découpage (voir *Amplificateurs de puissance*).
- Extension en numérique, etc.

#### Comparateurs à hystérésis ou triggers

- Fourniture d'un signal numérique à partir de signaux analogiques « lents » d'entrée.
- Eléments de générateurs de fonctions.
- Eléments de régulation en « tout ou rien ».

**Remarques.** Les comparateurs travaillant en commutation imposent l'utilisation d'amplificateurs opérationnels rapides à très fort slew rate. Le fonctionne-

ment étant non linéaire, aucun élément de compensation en fréquence et de réglage d'offset n'est nécessaire.

### 3.4.1.4. Exercices

**Exercice 1.** On suppose que l'amplificateur opérationnel de la figure 3.60 se sature à la valeur des alimentations ( $\pm V_{\text{sat}} = \pm 15 \text{ V}$ ). Le signal d'entrée étant défini par  $e = 10 \sin \omega t$ .

Représenter  $e(t)$  et  $s(t)$ .

Quelle est la valeur du rapport cyclique ?

Quel doit être la valeur de slew rate, si on veut que les temps de montée et descente soient le centième de la période pour une fréquence de fonctionnement de 1 000 Hz, puis 10 kHz ?

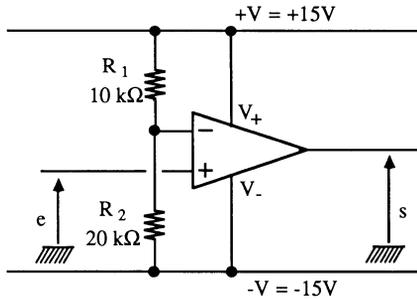


Figure 3.60.

#### Solution

La représentation de  $s(t)$  impose de positionner sur un même graphe,  $e_+ = e(t)$  et  $e_- = V_{\text{Ref}}$ .

La tension de référence  $V_{\text{Ref}}$  est fournie par le pont résistif  $R_1 - R_2$  alimenté entre  $+15 \text{ V}$  et  $-15 \text{ V}$ . La relation du diviseur de tension nous donne

$$V_{R_1} = 10 \text{ V} \quad \text{et} \quad V_{R_2} = 20 \text{ V}$$

La tension de référence est alors de 5 volts. La figure 3.61 correspond aux graphes de  $e_-(t)$ ,  $e_+(t)$  et  $s(t)$ . La sortie est définie par les relations

$$s = + V_{\text{sat}} \quad \text{pour} \quad e > V_{\text{Ref}}$$

$$\text{et} \quad s = - V_{\text{sat}} \quad \text{pour} \quad e < V_{\text{Ref}}$$

Comme le changement de signe de la tension différentielle, donc le basculement de la sortie, a lieu pour les temps  $T/12$  et  $5 T/12$  ( $\sin \theta = \frac{5}{10} = 0,5$  et  $\theta = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$ ) le rapport cyclique du signal en sortie est

$$\eta = \frac{t_1}{T} = \frac{5 T/12 - T/12}{T} = \frac{1}{3}$$

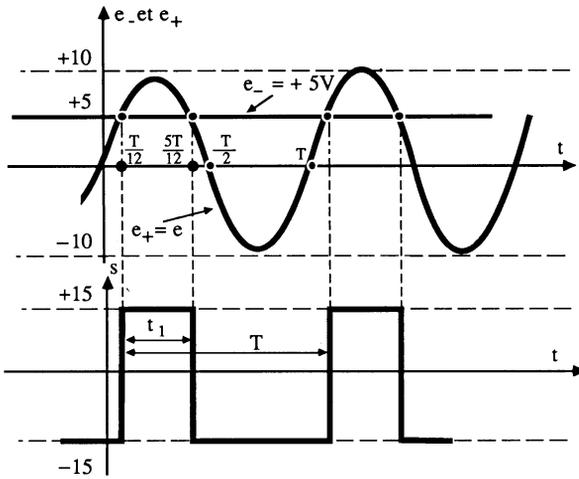


Figure 3.61.

Le slew rate représente la pente maximale du signal de sortie.

Pour  $f = 1\,000\text{ Hz}$ ,  $T = 1\text{ ms}$ . Il faut que les temps de montée ou de descente soient de  $10\text{ }\mu\text{s}$  pour une évolution totale de tension de  $30\text{ V}$ , soit un slew rate de  $3\text{ V}/\mu\text{s}$ . Il est évident que pour un signal de fréquence de  $10\text{ kHz}$ , il faut un slew rate de  $30\text{ V}/\mu\text{s}$ .

**Exercice 2.** On réalise un modulateur de largeur d'impulsions (MLI ou PWM) à partir du schéma de la figure 3.62. Le signal de référence est de forme triangulaire, symétrique en pente et en amplitude ( $\pm 10\text{ V}$ ), de fréquence  $10\text{ kHz}$ . Le signal modulant est  $e_1$ . Lorsque  $e_1 = 0$ , la sortie présente un signal carré de rapport cyclique égal à  $0,5$ . Lorsque  $e_1$  varie en amplitude, le rapport cyclique de la sortie évolue.

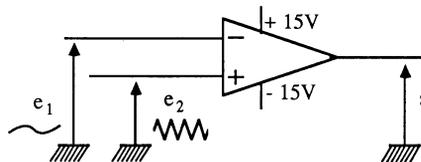


Figure 3.62.

Représenter  $e_2(t)$ ,  $e_1(t)$  et  $s(t)$  pour

$$e_1(t) = 5 \sin \omega t \quad \text{avec} \quad f = 1\text{ kHz}$$

Quelle doit être la valeur du slew rate de l'amplificateur opérationnel afin que les temps de montée et de descente soient le dixième de la plus faible largeur des impulsions en sortie du modulateur ?

**Solution**

Représenter  $s(t)$ , impose de positionner sur un même graphe  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$ . Leur point de rencontre correspond au changement d'état de la sortie avec, comme condition,

$$\begin{aligned} e_2 > e_1 & \quad s = + V_{\text{sat}} \\ e_2 < e_1 & \quad s = - V_{\text{sat}} \end{aligned}$$

La figure 3.63 représente  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$  puis  $s(t)$ . On voit bien l'évolution du signal impulsionnel de sortie en fonction du niveau de l'entrée  $e_2$ .

Pour que ce signal de sortie reste représentatif, il faut que les temps de montée et descente soient brefs par rapport à la largeur la plus faible. Celle-ci est obtenue lorsque  $e_2 = + 5 \text{ V}$ , alors  $t_1 = T/4 = 25 \mu\text{s}$ . En prenant le dixième de ce temps, il faut que l'évolution de  $30 \text{ V}$  s'effectue en  $2,5 \mu\text{s}$ , soit un slew rate de  $12 \text{ V}/\mu\text{s}$ .

**Remarquons que, plus l'amplitude de  $e_2$  augmente, plus la largeur des impulsions est brève et plus le slew rate de l'amplificateur opérationnel doit être important.**

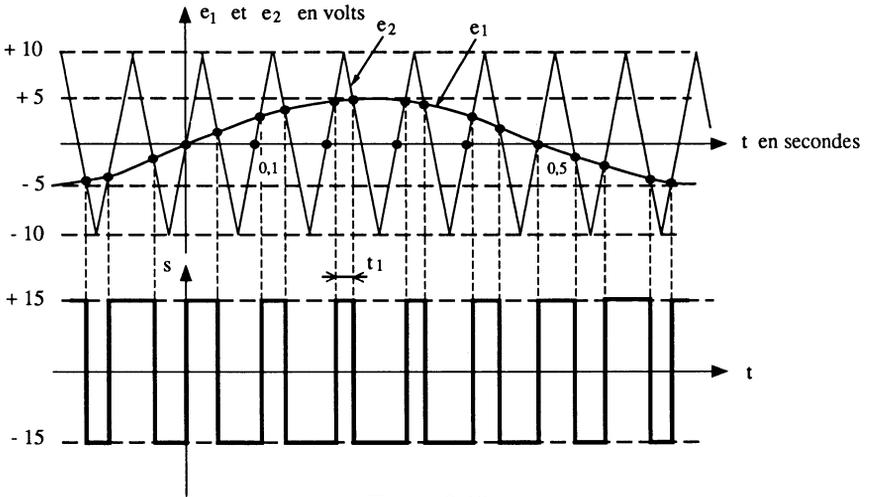


Figure 3.63.

**Exercice 3.** Un comparateur à hystérésis positif, ou trigger, est dissymétrisé ainsi que l'indique la figure 3.64. Déterminer les valeurs de basculement pour  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 90 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 18 \text{ k}\Omega$  et  $R_4 = 12 \text{ k}\Omega$ .

**Solution**

Les valeurs de la tension d'entrée  $e$ , permettant le basculement, sont définies à partir du changement de signe de la tension différentielle d'entrée de l'amplificateur opérationnel. Nous avons alors

$$e_- = 15 - U_{R_3} = 15 - 18 = -3\text{V}$$

$$e_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} s = \frac{9}{10} e + \frac{1}{10} s$$

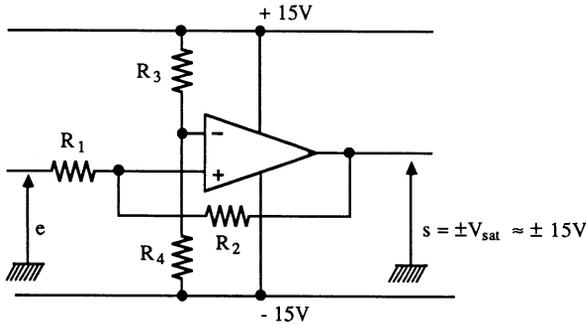


Figure 3.64.

Le basculement de la sortie ayant lieu pour  $e_- = e_+$ , il vient

$$\frac{9}{10} e = -3 - \frac{1}{10} s = -\frac{30}{10} - \frac{1}{10} s$$

et 
$$e = -\frac{30}{9} - \frac{s}{10} \quad \text{avec} \quad s = \pm 15\text{V}$$

Soit, comme valeurs de basculement :

$$e_1 = -3,33 - 1,5 = -4,83\text{V}$$

et 
$$e_2 = -3,33 + 1,5 = -1,83\text{V}$$

valeurs symétriques, par rapport à  $-3,33$  et non, par rapport à  $e_- = -3\text{V}$ .

**Exercice 4.** Un signal  $e(t)$  est appliqué à l'entrée de deux comparateurs l'un simple et l'autre à hystérésis ainsi que l'indique la figure 3.65. Ce signal  $e(t)$ , théoriquement défini par  $e(t) = At$  est, en fait, « bruité ». On l'assimile alors à une fonction  $e(t) = At + A' \sin \omega t$ . Représenter  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , sachant que les valeurs de basculement du trigger sont  $\pm 1\text{V}$  et que l'amplitude du bruit est  $A' = 0,8\text{V}$ .

**Solution**

La représentation des graphes est située sur la figure 3.66, en trait fort pour le comparateur simple et en trait pointillé long pour le trigger.

**Comparateur simple.** C'est un comparateur de zéro. Chaque fois que  $e = 0$ , il y a basculement.

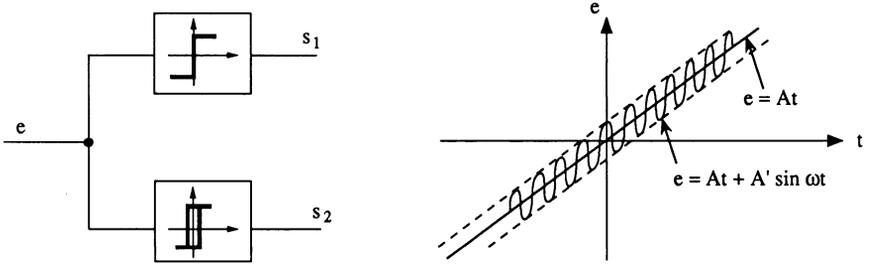


Figure 3.65.

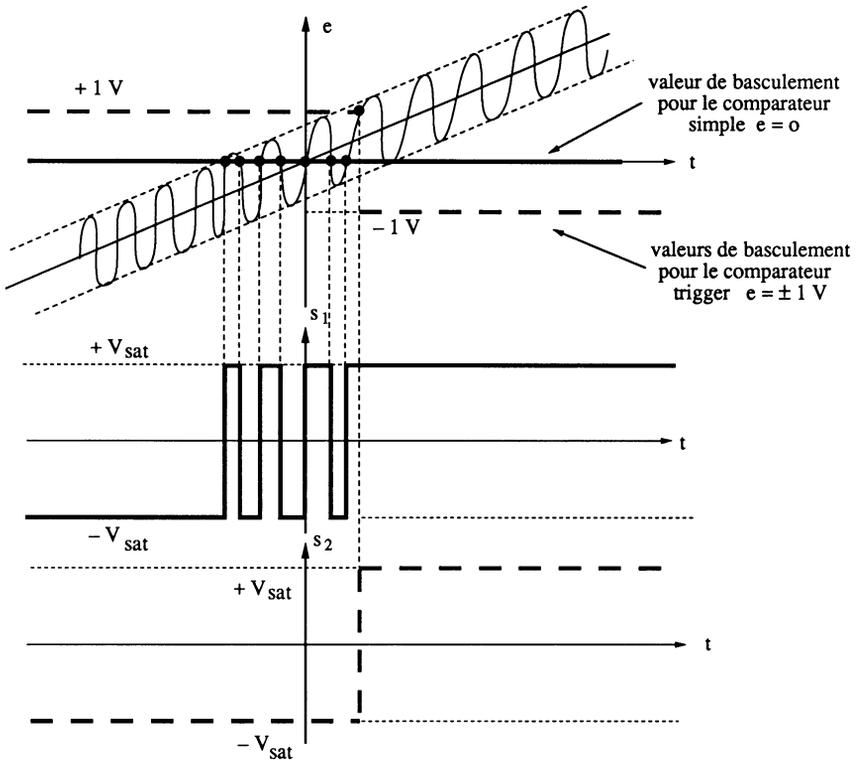


Figure 3.66.

**Comparateur trigger.** Pour l'évolution positive de  $e$ , la valeur de basculement est  $+1\text{ V}$ . Lorsque  $e$  atteint cette valeur, le changement d'étape de la sortie a lieu, entraînant la nouvelle valeur de basculement  $-1\text{ V}$ .

**Remarque fondamentale.** Partout en électronique, quand on veut un seul et « franc » changement de la sortie d'un comparateur, on utilisera un trigger. Ce sera le cas en analogique pour les régulations en « tout ou rien » de tout ordre, et en numérique pour transmettre des signaux « propre » à front raides.

### 3.4.2. BASCULES

La famille des bascules comporte quatre types de fonctions.

**Le bistable**, présentant deux états stables, est excité par des impulsions. On le rencontre comme diviseur de fréquence ou comme élément de mémoire.

**Le monostable**, où un seul état instable est atteint après excitation par une impulsion. Au bout d'un certain temps il revient à son état stable. Il est utilisé pour générer des impulsions « calibrées ».

**L'astable** qui oscille en permanence et fournit des signaux carrés. C'est une horloge dans le sens numérique.

**Le trigger de Schmitt**, faisant partie de la famille des comparateurs déjà étudiés, bascule pour deux niveaux différents d'un signal analogique d'entrée.

Les deux montages à amplificateurs opérationnels couramment rencontrés, à part les triggers, sont : le monostable et l'astable que nous allons présenter.

#### 3.4.2.1. Méthode d'étude des bascules

Les bascules utilisent les fonctions comparateurs simples ou à hystérésis, sollicitées par des tensions impulsionnelles ou évoluant exponentiellement. La méthode d'étude utilisée, quels que soient les composants actifs de base est toujours la même :

- présentation du schéma de base,
- tracé des graphes du signal d'entrée, des entrées (-) et (+) et de  $s$ ,
- isolation de la, ou des variations exponentielles permettant le calcul des temps,
- mise en équation de cette ou de ces variations, puis résolution.

La variation exponentielle d'une tension correspond toujours à la charge ou décharge d'un condensateur au travers une résistance, l'ensemble étant soumis à **un régime impulsionnel**. Lorsque l'on connaît la constante de temps  $\tau$  du réseau, l'expression de la tension recherchée se met sous la forme

$$u(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

avec les conditions initiales et finales :

$$\begin{aligned} \text{au temps } t = 0, & \quad u(0) = A + B \\ \text{au temps } t = \infty, & \quad u(\infty) = 0 + B \end{aligned}$$

(voir ouvrage *Eléments passifs*).

3.4.2.2. Monostable (figure 3.67)

Ce montage présente l'état stable  $s = -V_{sat}$  grâce à la source de tension  $V_{Ref}$  transmise par  $R'$  sur l'entrée (-), avec  $e_+ = 0$  en régime permanent.

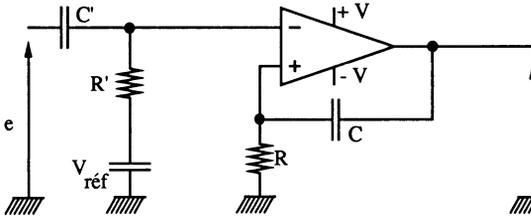


Figure 3.67.

Les graphes de  $e$ ,  $e_-$ ,  $e_+$  et  $s$  sont représentés sur la figure 3.68. Le signal d'entrée  $e(t)$  est transformé en impulsions grâce au réseau dérivateur  $C' R'$ . Les graphes de  $e_-$  et  $e_+$ , positionnés sur le même système d'axes, permettent de définir le signe de la tension différentielle d'entrée  $\epsilon$  de l'amplificateur opérationnel. Pour que celui-ci bascule, il faut un changement de signe de  $\epsilon$ , donc une impulsion négative sur l'entrée (-) d'amplitude supérieure à  $V_{Ref}$ .

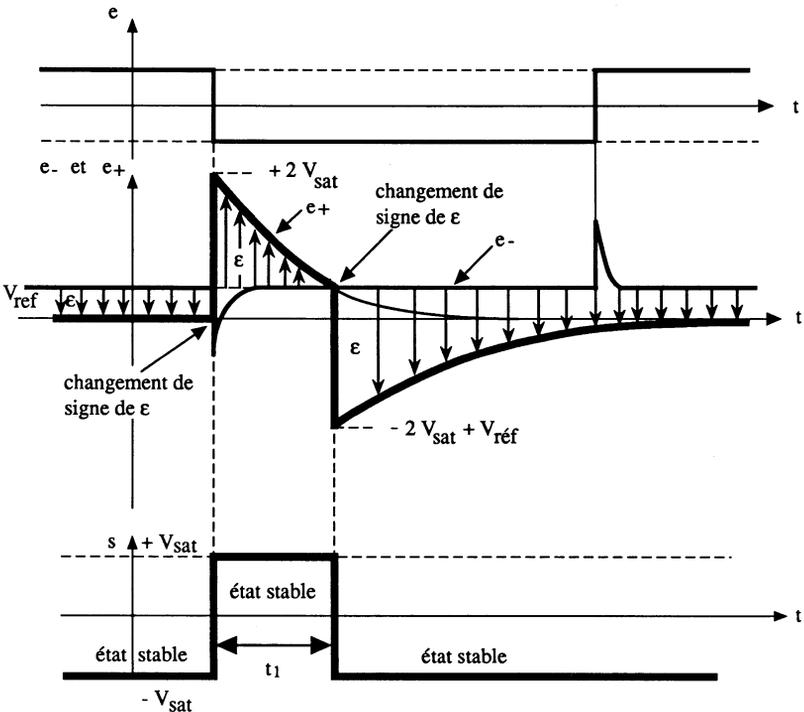


Figure 3.68.

Alors la sortie bascule et transmet sa variation de  $2 V_{\text{sat}}$  sur l'entrée (+) grâce au condensateur C de réaction. La tension  $e_+$ , à l'image du courant de charge ou décharge du condensateur C, diminue. Lorsqu'elle est égale à  $V_{\text{Ref}}$ , il y a de nouveau un changement de signe de  $\varepsilon$ , et retour à l'état stable de la sortie.

Le calcul du temps  $t_1$  s'effectue à partir de la relation mathématique de la variation de  $e_+$ , isolée sur le graphe de la figure 3.69. Nous avons

$$e_+ = A e^{-\frac{t}{RC}} + B$$

avec  $+ 2 V_{\text{sat}} = A + B$  au temps  $t = 0$  (nouvelle origine)

et  $0 = 0 + B$  au temps  $t = \infty$

Il vient

$$e_+ = 2 V_{\text{sat}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Au temps  $t_1$ ,  $e_+ = V_{\text{Ref}}$ , alors

$$V_{\text{Ref}} = 2 V_{\text{sat}} e^{-\frac{t_1}{RC}}$$

soit  $\frac{V_{\text{Ref}}}{2 V_{\text{sat}}} = e^{-\frac{t_1}{RC}}$  puis  $\frac{2 V_{\text{sat}}}{V_{\text{Ref}}} = e^{+\frac{t_1}{RC}}$

et en prenant le logarithme népérien de chaque membre, nous obtenons

$$t_1 = RC \text{Ln} \frac{2 V_{\text{sat}}}{V_{\text{Ref}}}$$

Cette relation indique la seconde nécessité de la présence de la tension de référence.

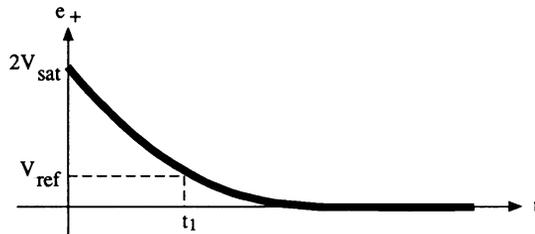


Figure 3.69.

### Remarques

● La constante de temps  $R' C'$  du réseau dérivateur doit être brève devant  $t_1$ . En général on prend le dixième :  $R' C' = \frac{t_1}{10}$  ou  $R' C' = \frac{RC}{10}$ .

● Il faut que la translation positive de  $e$  apparaisse après  $t_1$  sinon la largeur de l'impulsion de sortie n'est plus significative. Ainsi, lorsque  $e$  est un signal carré à rapport cyclique de 0,5, il faudra  $T/2 > t_1$  (relation permettant d'obtenir la fréquence maximale de fonctionnement).

● L'amplificateur opérationnel voit une tension de  $2 V_{\text{sat}}$  sur son entrée (+), au moment du basculement. Il faut alors vérifier que celui-ci peut supporter une telle tension différentielle, sinon une protection extérieure est nécessaire.

● La fonction fournit une équation à deux inconnues (RC). Il faut alors choisir la valeur de la résistance  $R$  à partir du courant de sortie de l'amplificateur opérationnel (équation technologique).

● Le choix de la tension de référence dépend de la précision de  $t_1$ . Il faut que cette valeur, soit suffisamment grande devant les erreurs d'offset de l'amplificateur opérationnel et suffisamment faible devant la tension de saturation dont la valeur, en pratique, n'est pas égale à l'alimentation  $V$ .

● La résistance d'entrée minimale du montage est  $R'$ .

### 3.4.2.3. Astable (figure 3.70)

C'est un montage auto-oscillatoire utilisant un trigger de Schmitt négatif et un réseau RC. La représentation des graphes de  $e_-$ ,  $e_+$  et  $s$  est positionnée sur la figure 3.71. Les flèches représentent le sens de la tension différentielle, donc le signe de la sortie. A la mise sous tension,  $e_- = 0$  (pas de variation instantanée de tension aux bornes d'un condensateur). La sortie de l'amplificateur opérationnel est indifféremment saturée en positif ou en négatif. Dans notre cas nous considérons  $s = -V_{\text{sat}}$ . La tension  $e_+$  est égale à

$$e_+ = - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{\text{sat}} = - k V_{\text{sat}}$$

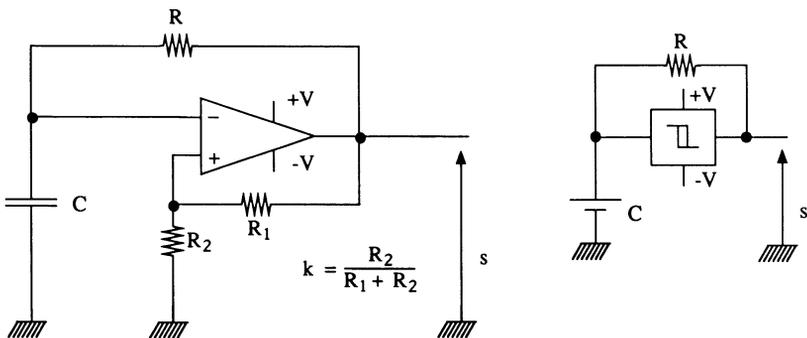


Figure 3.70.

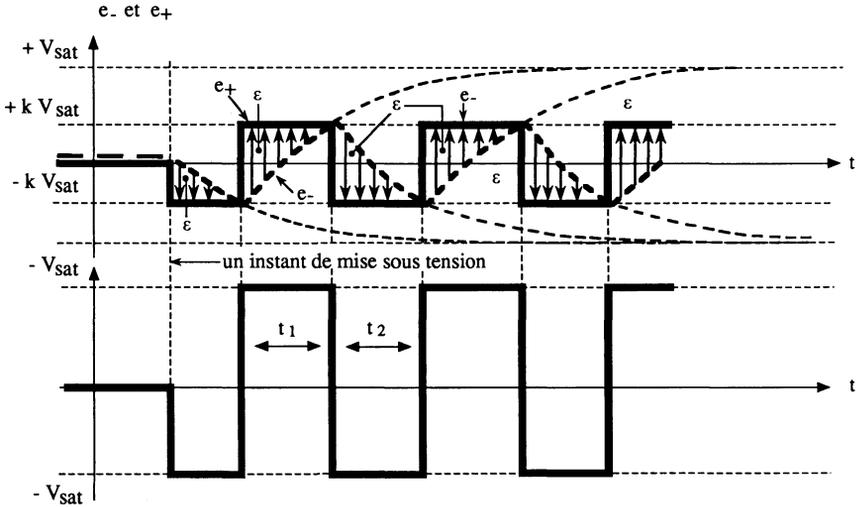


Figure 3.71.

et  $e_-$  évolue exponentiellement vers  $-V_{\text{sat}}$ . Lorsque  $e_- = e_+$ , il y a changement de signe de la tension différentielle et basculement de la sortie.

Alors  $e_+ = + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$  et  $e_-$  évolue vers  $+V_{\text{sat}}$ . Lorsque  $e_- = e_+$ , il y a, de nouveau, basculement de la sortie et ainsi de suite.

Le fonctionnement est symétrique,  $t_1 = t_2$ . Déterminer la valeur de  $t_1$ , revient à isoler la variation exponentielle de la figure 3.72, qu'il faut mettre en équation. La relation généralisée

$$e_- = A e^{-\frac{t}{RC}} + B$$

avec

$$-KV_{\text{sat}} = A + B$$

et

$$+V_{\text{sat}} = 0 + B$$

permet d'obtenir

$$e_- = -(1 + K)V_{\text{sat}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + V_{\text{sat}}$$

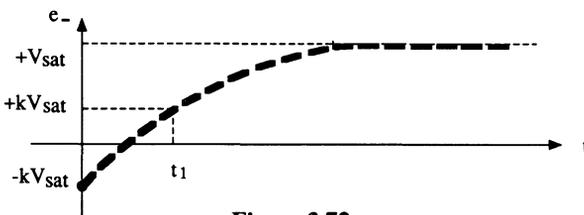


Figure 3.72.

Au temps  $t_1$ ,  $e_-$  vaut  $+KV_{\text{sat}}$

$$+KV_{\text{sat}} = -(1+K)V_{\text{sat}}e^{-\frac{t_1}{RC}} + V_{\text{sat}}$$

Après simplification par  $+V_{\text{sat}}$  qui montre que  $t_1$  est indépendant de l'alimentation, nous obtenons

$$\frac{1-K}{1+K} = e^{-\frac{t_1}{RC}} \quad \text{ou} \quad \frac{1+K}{1-K} = e^{+\frac{t_1}{RC}}$$

alors

$$t_1 = RC \operatorname{Ln} \frac{1+K}{1-K}$$

#### 3.4.2.4. Exercices

**Exercice 1.** Le schéma d'un monostable est représenté sur la figure 3.73. Le signal d'entrée est un signal carré de fréquence 1 kHz, de rapport cyclique 0,5, et d'amplitude 5 V crête à crête. Déterminer la valeur des éléments autour de l'amplificateur opérationnel, sachant que l'on veut obtenir un signal de même fréquence que celui de l'entrée, mais de rapport cyclique  $\eta = 0,25 = \tau_1/T$ . Donner un ordre de grandeur de la valeur du slew rate.

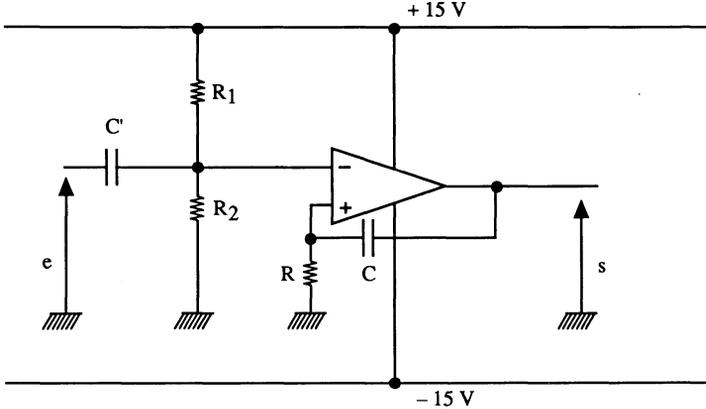


Figure 3.73.

#### Solution

Déterminons d'abord les éléments du réseau dérivateur d'entrée. Il est constitué d'un condensateur  $C'$  et d'un diviseur de tension  $R_1 - R_2$  représenté par ses éléments de Thévenin

$$E_{\text{Th}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 15 \quad \text{et} \quad R_{\text{Th}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Nous sommes en présence de trois inconnues qui peuvent être définies par trois équations du type :

- constante de temps  $R_{Th} C' \ll t_1$  (intervalle de temps d'instabilité),
- $\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 15 < 5$  volts (amplitude du signal carré d'entrée),
- $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R_{Th}$ , suffisamment importante, car cette résistance représente

l'impédance d'entrée minimale en dynamique. Ainsi, si on prend

$$R_{Th} = 10 \text{ k}\Omega \quad , \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 15 = 4 \quad \text{et} \quad R_{Th} C' = \frac{T/4}{10}$$

il vient

$$15 R_2 = 4 (R_1 + R_2) \quad , \quad \text{soit} \quad R_1 = \frac{11}{4} R_2 \quad \text{et} \quad R_1 = 2,75 R_2,$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10^4 \quad \text{soit} \quad \frac{2,75 R_2^2}{3,75 R_2} = 10^4 \quad \text{et} \quad R_2 = 13,6 \text{ k}\Omega, \quad R_1 = 37,5 \text{ k}\Omega$$

$$C' \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10^{-3}}{40} \quad \text{soit} \quad C' = \frac{10^{-3}}{40} \cdot \frac{1}{10^4} = 2,5 \cdot 10^{-9} = 2,5 \text{ nF}$$

Le réseau RC de réaction est défini par la relation

$$t_1 = RC \text{ Ln} \frac{2 V_{sat}}{V_{Ref}}$$

avec  $t_1 = \frac{T}{4}, V_{Ref} = 4 \text{ V} \quad \text{et} \quad V_{sat} = 15 \text{ V}$

Ainsi  $RC = \frac{t_1}{\text{Ln} 7,5} = \frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{2} = 1,25 \cdot 10^{-4}$

En prenant  $R = 10 \text{ k}\Omega$  afin de limiter le courant fourni par l'amplificateur opérationnel, on trouve

$$C = \frac{1,25 \cdot 10^{-4}}{10^{-4}} = 1,25 \cdot 10^{-8} = 12,5 \text{ nF}$$

Pour obtenir un ordre de grandeur du slew rate, on prend un temps de montée égal au dixième de temps le plus court du signal de sortie soit  $t_1/10$ . Ainsi

$$\left( \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)_{\max} \geq \frac{30}{t_1/10} = \frac{30}{2,5 \cdot 10^{-5}} = 1,2 \text{ V}/\mu\text{s}$$

**Exercice 2.** L'astable de la figure 3.74 est rendu dissymétrique en rapport cyclique, à cause des deux diodes  $D_1$  et  $D_2$ . En supposant celles-ci parfaites, déterminer le rapport cyclique du signal de sortie ainsi que la fréquence d'oscillation. Donner un ordre de grandeur de la valeur du slew rate.

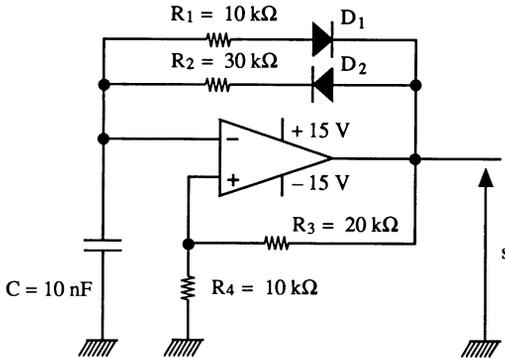


Figure 3.74.

**Solution**

Lorsque  $s = +V_{\text{sat}}$ ,  $D_2$  conduit et la constante de temps est  $R_2 C$ . Lorsque  $s = -V_{\text{sat}}$ ,  $D_1$  conduit, la nouvelle constante de temps devient  $R_1 C$ . Le temps « haut »  $t_1$  est alors trois fois plus grand que le temps « bas »  $t_2$  ce qui donne un rapport cyclique de 0,75. Déterminons la valeur de  $t_1$  à partir de la relation vue au paragraphe 3.4.2.3.

$$t_1 = R_2 C \operatorname{Ln} \frac{1 + K}{1 - K} \quad \text{avec} \quad K = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{1}{3}$$

$$t_1 = 3 \cdot 10^4 \cdot 10^{-8} \operatorname{Ln} \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \operatorname{Ln} 2 \simeq 2,1 \cdot 10^{-4}$$

donc 
$$t_2 = \frac{t_1}{3} = 0,7 \cdot 10^{-4}$$

et 
$$T = t_1 + t_2 = 2,8 \cdot 10^{-4}$$

soit 
$$f = \frac{1}{T} = 3\,570 \text{ Hz}$$

Pour que le signal ne soit pas trop déformé, on adoptera un temps de montée égal au dixième de  $t_2$  soit

$$\left( \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)_{\max} \geq \frac{30}{0,7 \cdot 10^{-5}} = 4,3 \text{ V}/\mu\text{s}$$

### 3.4.3. FONCTIONS NON LINÉAIRES A DIODES EN GRANDS SIGNAUX

Ce sont des montages contre-réactionnés utilisant des éléments non linéaires tels que des diodes ou diodes « Zener » dans leurs circuits d'entrée

ou de retour. Ce principe est utilisé dans les générateurs de fonctions spéciales (sinus, racine carrée...) et dans les redressements sans seuil.

### 3.4.3.1. Méthode d'étude des montages à diodes

Comme pour toute fonction bien spécifique, il faut opérer par étapes qui sont, dans ce cas :

— détermination des bornes de conduction ou non conduction des diodes,

— représenter le schéma électrique équivalent pour chaque zone des caractéristiques des composants,

— déterminer les expressions  $s(e)$  qui sont des droites,

— représenter le graphe global  $s(e)$ .

Les diodes et diodes Zener pourront être considérées parfaites puis réelles. Donnons un exemple à partir du schéma de la figure 3.75. Il faut considérer 3 schémas électriques équivalents, pour  $e < 0$ ,  $0 < e < V_z$  et  $e > V_z$  (diode parfaite). Ces schémas sont représentés sur la figure 3.76 et les relations associées sont

$$e < 0, \quad s = -e$$

$$0 < e < V_z, \quad s = 0$$

$$e > V_z, \quad s = -e + V_z \quad (\text{car } e = V_z + Ri \quad \text{et} \quad s = -Ri)$$

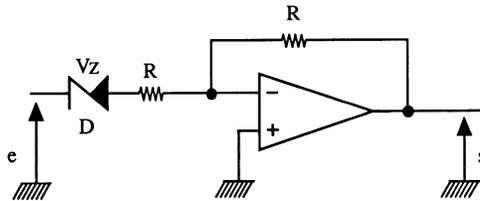


Figure 3.75.

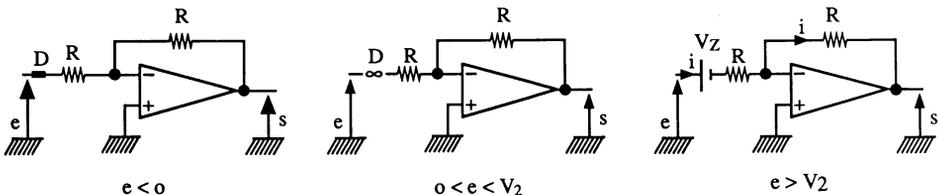


Figure 3.76.

Le graphe général  $s(e)$  est celui de la figure 3.77.

**Remarque.** Cet exemple n'a rien de pratique, mais il permet de situer les problèmes correspondant à ce genre de montage.

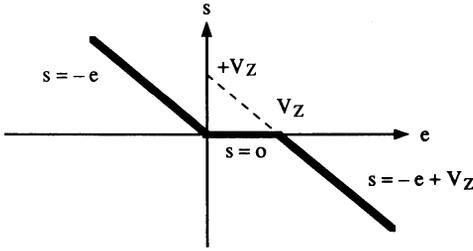


Figure 3.77.

3.4.3.2. Générateurs de fonctions

Citons comme exemples la fonction sinusoïdale, obtenue à partir d'un signal triangulaire et les fonctions  $s = e^n$  avec  $n > 1$  ou  $n < 1$ . Dans tous les cas, on utilise des diodes polarisées par des sources de tension constantes ajustables. Analysons le schéma de la figure 3.78. Une symétrie apparaît, ce qui permet de ne raisonner que dans un seul sens de variation de  $e$ . Pour  $e \approx 0$ , aucune diode ne conduit. Le schéma se ramène à celui de la figure 3.79 où on a

$$s = - \frac{R'}{R} e$$

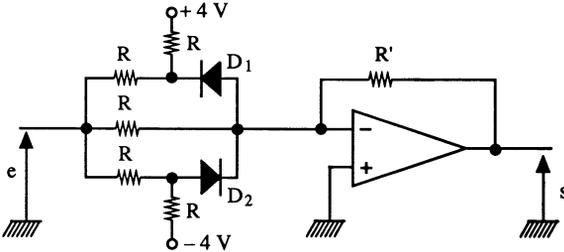


Figure 3.78.

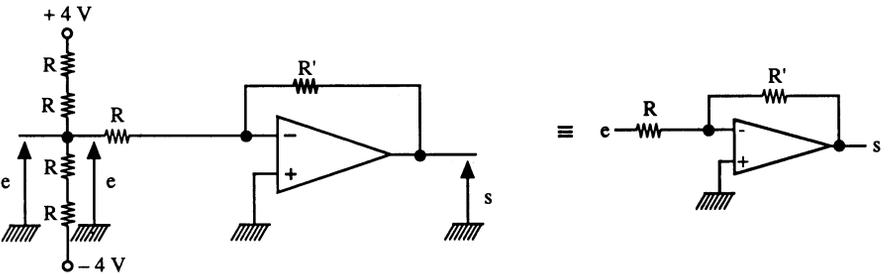


Figure 3.79.

Lorsque  $e$  évolue en positif,  $D_1$  reste bloquée. Par contre  $D_2$  conduit pour  $e = +4\text{ V}$  car  $e_- \simeq 0$  (diode parfaite). Dans ces conditions le schéma équivalent devient celui de la figure 3.80 et l'amplificateur opérationnel travaille en additionneur

$$s = -2 \frac{R'}{R} e + 4 \frac{R'}{R}$$

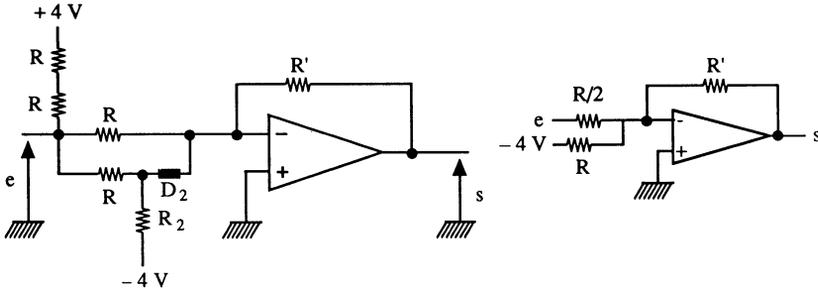


Figure 3.80.

L'évolution de la sortie en fonction de l'entrée est représentée sur la figure 3.81. Une branche supplémentaire (symétriquement), permettrait d'obtenir la réponse en pointillés.

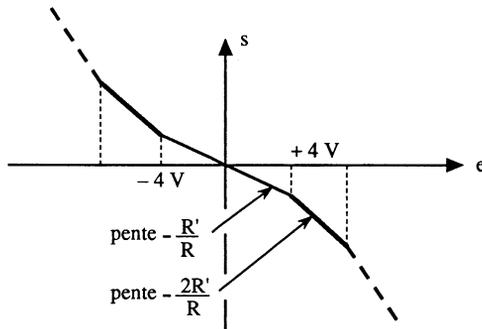


Figure 3.81.

**Remarques.** Une disposition différente des diodes fournit une réponse à « courbure » interne. Après réglage fin des potentiels de référence, on peut obtenir des fonctions très précises à moins de 1 % de linéarité. C'est ce principe qui est utilisé dans les conformateurs à diodes fournissant un signal sinusoïdal à partir d'un signal triangulaire d'entrée (voir ouvrage *Oscillateurs et horloges*).

La résistance d'entrée de ce montage évolue en fonction de l'état de conduction des diodes.

- $R_e = R/2$  dans le cas de la figure 3.79,
- $R_e = 0,4 R$  dans le cas de la figure 3.80.

La résistance de sortie est voisine du zéro à cause de la contre-réaction.

### 3.4.3.3. Redressement sans seuil

Dans les appareils mesurant la valeur efficace d'un signal sinusoïdal, on utilise, dans la plupart des cas, un redressement parfait (sans seuil). La valeur moyenne du résultat est alors convertie en valeur efficace par multiplication d'un coefficient constant. Le schéma d'un tel principe est représenté sur la figure 3.82. On en fait l'analyse, à partir des variations de l'entrée, et les graphes des tensions sont représentés sur la figure 3.83.

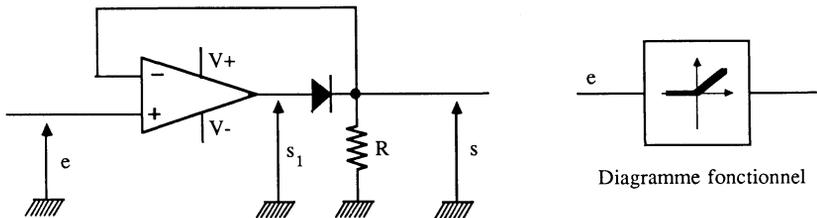


Figure 3.82.

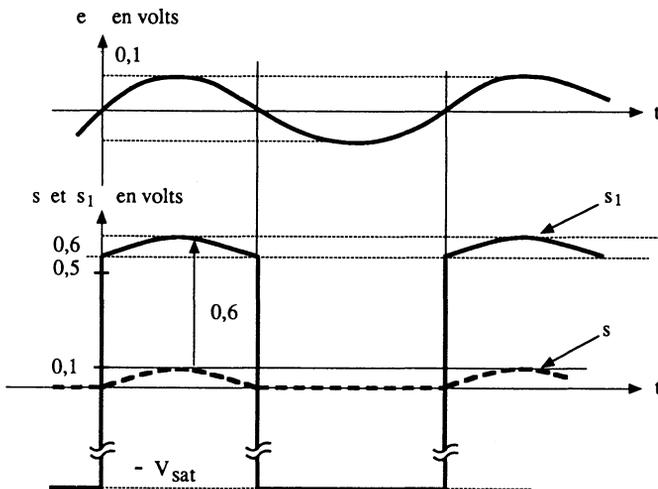


Figure 3.83.

**Pour  $e$  positif.** La sortie évolue en positif. La diode conduit et la tension aux bornes de  $R$  (qui est la tension de sortie), revient sur l'entrée ( $-$ ) de l'amplificateur opérationnel assurant la contre-réaction. Comme  $e_- \simeq e_+$  et que  $e_- = s$  et  $e_+ = e$ , il vient,  $s = e$ , quelque soit la valeur positive de  $e$ .

**Pour  $e$  négatif.** La sortie  $s_1$  évolue en négatif. La diode ne pouvant conduire, nous avons  $s_1 = -V_{\text{sat}}$  et  $s = 0$  quelle que soit la valeur négative de  $e$ .

Nous sommes bien en présence d'un redressement parfait, simple alternance. La contre-réaction n'est assurée que pour les variations positives de la tension d'entrée.

On peut définir les paramètres électriques de la manière suivante

$$\begin{aligned} e > 0, & \quad G_{v_0} = 1 \\ & \quad R_e = \infty \\ & \quad R_s = 0 \quad (\text{à cause de la contre-réaction}) \\ e < 0, & \quad G_{v_0} = 0 \\ & \quad R_e = \infty \\ & \quad R_s = R \end{aligned}$$

**Remarque.** Dans le cas où la sortie est saturée en négatif, il lui faut un certain temps pour revenir à la valeur de  $+0,6$  volt à cause du slew rate. La solution consistant à prendre un amplificateur opérationnel rapide et non compensé en fréquence n'est plus valable, car le fonctionnement en régime contre-réactionné laisserait apparaître des oscillations parasites. En pratique, on modifie le schéma en ajoutant une ou plusieurs diodes, celles-ci ayant pour rôle de limiter l'excursion de la sortie à  $-0,6$  V au lieu de  $-V_{\text{sat}}$  (voir chapitre 7).

### 3.4.3.4. Exercices

**Exercice 1.** Le générateur de fonction de la figure 3.84 utilise des diodes Zener appariées.

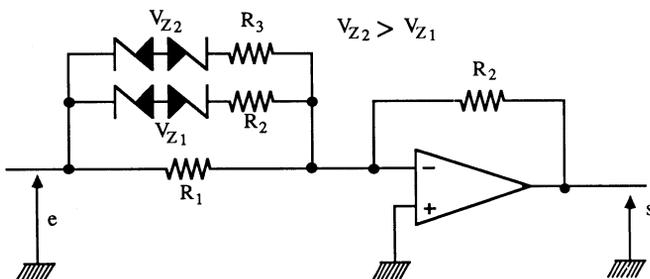


Figure 3.84.

Définir, dans les intervalles de conduction, les différentes pentes de la fonction obtenue en sortie.

Représenter  $s(e)$ .

### Solution

Le montage étant symétrique, on peut en faire l'analyse pour uniquement la variation positive de la tension d'entrée. Comme  $e_+ = 0 \simeq e_-$ , les bornes de conduction sont faciles à définir. Elles correspondent aux valeurs des tensions « Zener » plus 0,6 V (conduction en tête-bêche série). Ainsi

$$0 \leq e \leq V_{z_1} + 0,6 : \text{la pente de la sortie est } -\frac{R}{R_1}$$

$$V_{z_1} + 0,6 \leq e \leq V_{z_2} + 0,6 : \text{la pente est } -\frac{R}{R_1 // R_2}$$

$$V_{z_2} + 0,6 \leq e : \text{la pente est } -\frac{R}{R_1 // R_2 // R_3}$$

La représentation de  $s(e)$  est située sur la figure 3.85.

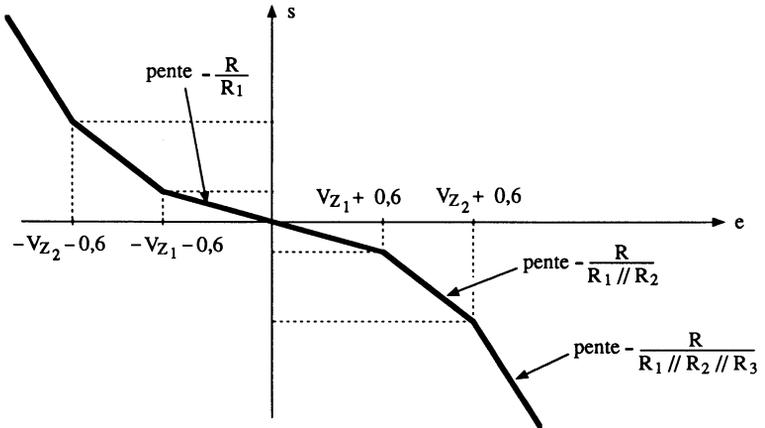


Figure 3.85.

### Remarques

- En ajustant correctement les valeurs des résistances, et en choisissant des tensions « Zener » normalisées, on obtient des fonctions mathématiques correctes à condition de travailler avec une dynamique de plusieurs volts en entrée.

- Lorsque les diodes Zener sont dans le circuit de retour (contre-réaction), l'évolution de la sortie présente une courbure inverse (pente de plus en plus faible).

- Pour un meilleur réglage des seuils, il est préférable d'utiliser des diodes polarisées par des sources continues ajustables.

**Exercice 2.** On représente sur la figure 3.86 un générateur de fonction à diodes, symétrique à celui de la figure 3.78. En supposant les diodes parfaites (sans seuil)

- définir les pentes des segments de droites de la fonction de la sortie,
- représenter  $s(e)$ .

**Solution**

Ce montage symétrique nous permet de raisonner pour un seul sens de variations de l'entrée. Ainsi :

$0 \leq e \leq 4 \text{ V}$ , aucune diode ne conduit. Le montage travaille en inverseur pur avec, comme résistance équivalente d'entrée

$$(R/2 + R/2) // R // (R/2 + R/2) = R/3$$

L'expression de la sortie vaut alors

$$s = - \frac{R'}{R/3} e = - \frac{3 R'}{R} e$$

$4 \text{ V} \leq e$ , la diode  $D_1$  conduit. Le point A est au potentiel  $+ 2 \text{ V}$  ( $D_1$  parfaite). Le montage devient additionneur, avec comme entrée,  $e$  et  $+ 2 \text{ V}$ . Nous obtenons alors

$$s = - \frac{2 R'}{R} e - \frac{4 R'}{R}$$

La fonction  $s(e)$  ainsi obtenue est représentée sur la figure 3.87.

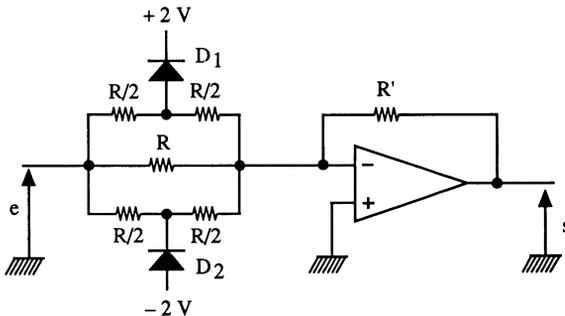


Figure 3.86.

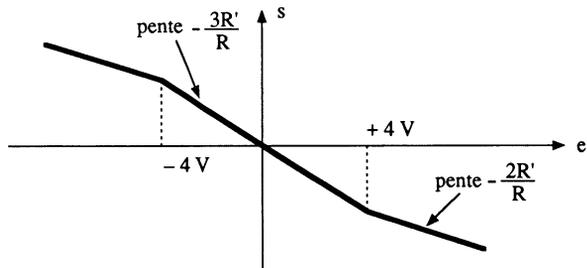


Figure 3.87.

### 3.4.4. FONCTIONS LINÉAIRES A DIODES EN PETITS SIGNAUX

Ce sont les montages utilisant la relation exponentielle de la caractéristique statique d'une diode. On obtient ainsi les modules logarithmiques et exponentiels qui représentent la base de certains circuits multiplieurs. La méthode d'étude est celle des fonctions linéaires ( $e^- \simeq e^+$ ), à condition de respecter le signe des entrées ou sorties.

#### 3.4.4.1. Rappel diode petits signaux

La caractéristique courant-tension d'une diode en petits signaux est définie, en physique du solide, par la relation

$$i = I_s \left[ \exp \left( \frac{1}{a} \frac{q}{kT} \cdot v_{AK} \right) - 1 \right]$$

avec

$I_s$  = courant de saturation inverse,

$k$  = constante de Boltzman,

$T$  = température absolue,

$q$  = charge de l'électron,

$a$  = constante dépendant de la nature du matériau, soit  $1 < a < 2$  pour le silicium.

Pour une température voisine de 25 °C, on obtient

$$i \simeq I_s \left[ \exp \left( \frac{1}{25 \text{ mV}} \cdot v_{AK} \right) - 1 \right] = I_s (\exp 40 v_{AK} - 1)$$

et comme on travaille en direct avec  $v_{AK} \simeq 0,6$ , la valeur du terme exponentiel devient très grande devant l'unité, alors l'expression du courant s'écrit

$$i \simeq I_s \exp 40 v_{AK}$$

#### 3.4.4.2. Module logarithmique (figure 3.88)

C'est un montage où la contre-réaction est assurée par une diode ou un transistor (courant plus important). En travaillant dans des conditions raisonnables de courant ( $i < i_{s_{max}}$ ), nous avons, dans les deux cas de figure

$$e = Ri \quad \text{et} \quad i = I_s \exp 40 v_{AK} = I_s \exp (-40 s)$$

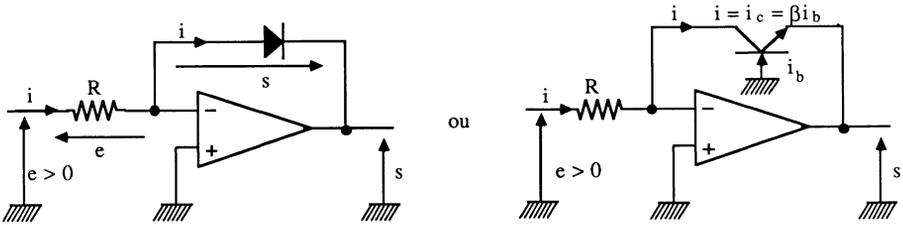


Figure 3.88.

La combinaison de ces deux relations nous donne

$$\frac{e}{R} = I_s \exp(-40 s)$$

soit 
$$\frac{e}{RI_s} = \exp(-40 s)$$

En prenant le logarithme népérien de chaque terme, nous obtenons

$$-40 s = \text{Ln} \frac{e}{RI_s}$$

donc 
$$s = K_1 \text{Ln} K_2 e \quad \text{pour } e > 0$$

### 3.4.4.3. Module exponentiel (figure 3.89)

Dans ce cas, la diode est située dans le circuit d'entrée et les relations s'écrivent

$$e = -v_{AK} \quad \text{et} \quad s = Ri = RI_s \exp(-40 \cdot e)$$

soit 
$$s = K'_1 \exp K'_2 e \quad \text{pour } e < 0$$

**Remarque.** La représentation en diagrammes fonctionnels des fonctions logarithmiques et exponentielles est indiquée sur la figure 3.90.

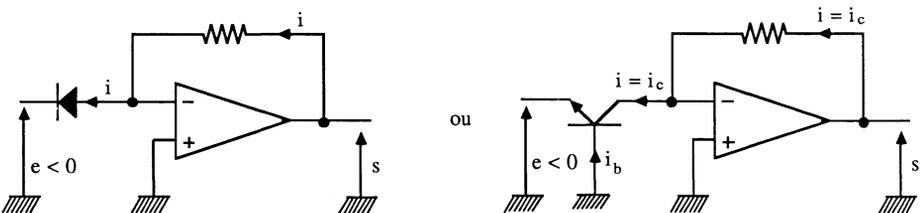


Figure 3.89.

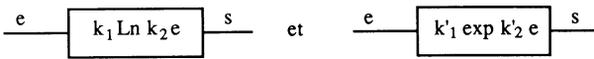


Figure 3.90.

3.4.4.4. Application des modules logarithmiques et exponentiels

**Opérations mathématiques.** Rappelons quelques relations

$$\text{Ln } (a \cdot b) = \text{Ln } a + \text{Ln } b \quad \text{Ln } a = 2,3 \log_{10} a$$

$$\text{Ln } \frac{a}{b} = \text{Ln } a - \text{Ln } b \quad \text{Ln} \cdot \exp a = a$$

$$\text{Ln } a^n = n \text{Ln } a \quad \exp \cdot \text{Ln } a = a$$

**Multiplieurs.** En pratique, ces fonctions intégrées utilisent deux principes dont le premier correspond au diagramme fonctionnel de la figure 3.91. Une analyse rapide de ce diagramme permet de déterminer les sorties successives :

$$\begin{aligned} s_1 &= \text{Ln } e_1 & s_3 &= \text{Ln } e_1 + \text{Ln } e_2 = \text{Ln } (e_1 \cdot e_2) \\ s_2 &= \text{Ln } e_2 & s_4 &= \exp \cdot \text{Ln } (e_1 \cdot e_2) = e_1 \cdot e_2 \end{aligned}$$

et tout ceci en supposant les constantes unitaires.

Si nous avions à réaliser le module multiplieur avec des amplificateurs, opérationnels, nous serions obligé de stabiliser en température les fonctions logarithmes et exponentielles. Nous n'indiquons pas les schémas à cause de leur faible intérêt\*.

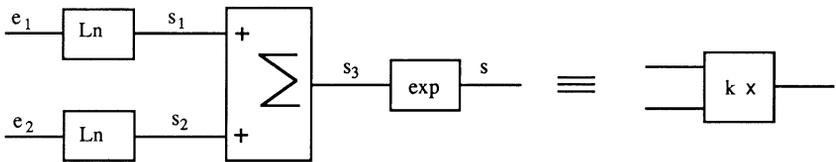


Figure 3.91.

3.4.4.5. Exercices

**Exercice 1.** Montrer que le montage correspondant au schéma de principe de la figure 3.92 fournit  $s = k e^n$  avec  $n > 0$ .

\* Consulter la documentation Burr-Brown citée en bibliographie.

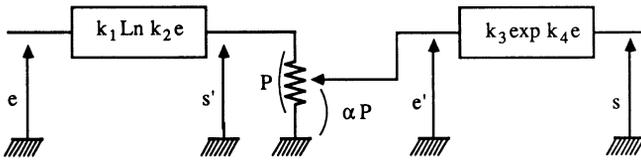


Figure 3.92.

**Solution**

Les expressions successives des tensions rencontrées sont :

$$s' = k_1 \text{Ln}(k_2 e)$$

$$e' = \alpha s' = \alpha k_1 \text{Ln}(k_2 e)$$

$$s = k_3 \exp k_4 e' = k_3 \exp [k_4 \alpha k_1 \text{Ln}(k_2 e)]$$

A partir des relations mathématiques précédentes où

$$n \text{Ln} a = \text{Ln} a^n$$

nous obtenons

$$s = k_3 \exp . \text{Ln}(k_2 e)^{k_4 \alpha k_1}$$

soit

$$s = k_2 k_3 e^{k_1 \alpha k_4} = k e^n$$

avec  $n \geq 0$  dépendant de  $k_1 k_4$  et de l'évolution de  $\alpha$ .

**Exercice 2.** Montrer que le montage de la figure 3.93 fournit le quotient des deux entrées.

**Solution**

C'est un montage inverseur à amplificateur opérationnel utilisant en retour un multiplicateur.

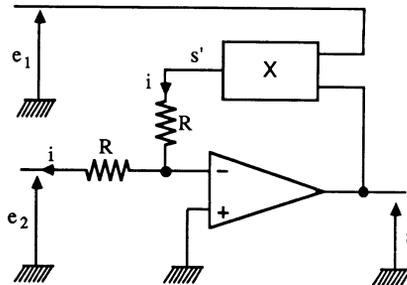


Figure 3.93.

Nous avons

$$\text{et } \left. \begin{array}{l} s' = s \cdot e_1 = Ri \\ e_2 = - Ri \end{array} \right\} \text{ car } e_+ = 0 \quad \text{et} \quad e_- \simeq 0$$

En extrayant l'expression du courant  $i$  de la première équation et en la réintégrant dans la seconde, on obtient

$$i = \frac{s e_1}{R}$$

et 
$$e_2 = -R \cdot \frac{s e_1}{R} = -s e_1$$

soit 
$$s = -\frac{e_2}{e_1}$$

Remarquons que, si les deux entrées du multiplicateur avaient été connectées à la sortie de l'amplificateur opérationnel, on aurait obtenu

$$s = \sqrt{e} \quad \text{avec} \quad e = e_2$$

**Exercice 3.** Définir la fonction  $s(e_1, e_2)$  du montage représenté sur la figure 3.94.

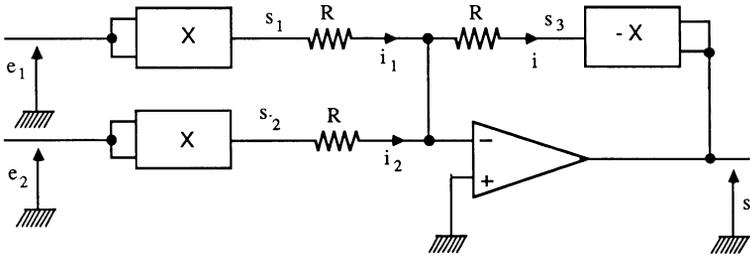


Figure 3.94.

### Solution

C'est la configuration de l'additionneur inverseur avec, dans chaque branche, un multiplicateur. Comme  $e_+ = 0$  et  $e_- \simeq 0$ , nous obtenons les relations

$$s_1 = R i_1 = e_1^2$$

$$s_2 = R i_2 = e_2^2$$

et 
$$s_3 = -s^2 = -R i$$

sachant que 
$$i = i_1 + i_2$$

nous obtenons 
$$\frac{s^2}{R} = \frac{e_1^2}{R} + \frac{e_2^2}{R}$$

soit 
$$s = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$$

**Remarque.** Ces exercices correspondant à des montages théoriques, indiquent que le champ d'application des multiplicateurs est illimité.

## Bibliographie

- Data Books, circuits linéaires et notes d'applications des fabricants : Analog Devices, Burr-Brown, Harris, Intersil, Linear Technology, Motorola, National Semiconductor Corporation, Precision Monolithics Inc., Radiotechnique Compelec, RCA, Texas Instruments, Thomson Semiconductors...
- Pelat A., *Pratique de l'amplificateur opérationnel*, tomes 1, 2 et 3, Masson, Paris, 1983.
- Gazin J.F., *Les amplificateurs opérationnels*, Documentation Thomson-CSF, 1973.
- N.S., *Linear Applications Data Book*, Representant SCAIB, Rungis, 1986.
- Marchais J.C., *L'amplificateurs opérationnel et ses applications*, Masson, Paris, 1986.
- Lilen H., *Circuits intégrés linéaires*, Editions Radio, Paris, 1978.
- Demaye R., *L'amplificateur opérationnel*, Editions Radio, Paris, 1977.

---

9933 - La Bayeusaine graphique  
6-12, rue Royale, 14400 Bayeux  
Dépôt légal n° 7315, décembre 1988  
*Imprimé en France*  
RÉTRONIK.FR 2023

---

L'électronique analogique date du début du siècle avec, comme premier composant actif, le tube. Recherche fondamentale et évolution des technologies ont fait apparaître les transistors dans les années 50, les circuits intégrés de « petite intégration » dans les années 60 et de « grande intégration » dans les années 70.

Depuis plus d'une décennie, l'électronique numérique a « écrasé » l'électronique analogique avec l'avènement du microprocesseur et de l'informatique industrielle. Cependant, l'électronique analogique est toujours d'actualité, et l'industrie réclame des techniciens connaissant cette discipline. Aussi la collection **Electronique analogique** a pour objectif de sensibiliser les étudiants de première formation, de formation permanente ainsi que les professeurs et les techniciens de l'industrie.

Chaque tome de la collection traite un sujet bien défini tel que l'électronique industrielle, la boucle à verrouillage de phase, l'amplificateur de puissance, l'amplificateur opérationnel, les composants actifs discrets, les alimentations électriques, les filtres électriques, l'opto-électronique, les oscillateurs et les horloges. Dans ces ouvrages, l'accent est mis sur l'application. Chaque thème est présenté qualitativement d'abord et quantitativement ensuite. Les composants sont soit idéalisés, soit étudiés à partir de caractéristiques réelles. Les nombreux schémas d'application constituent un atout pédagogique exceptionnel.

*Ingénieur CNAM et agrégé, Michel Girard est maître-assistant à l'Institut Universitaire de Technologie de Cachan. Parallèlement, il est chercheur en supraconductivité et microscopie électronique ainsi qu'ingénieur conseil dans le domaine des ultrasons. Enseignant de première formation et de formation permanente, sa fonction de directeur d'études le met en relation permanente avec le monde industriel.*



9 782704 211944

ISBN : 2-7042-1194-9