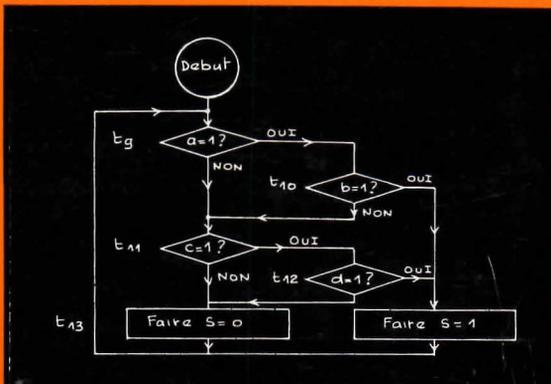
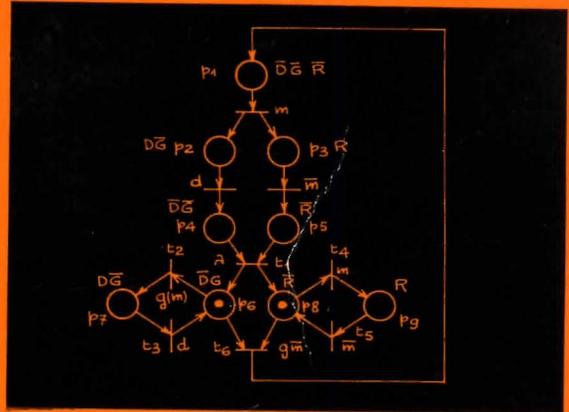


PRATIQUE SÉQUENTIELLE ET RÉSEAUX DE PÉTRI

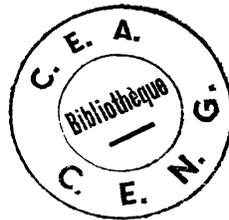


PAR SYLVAIN THELLIEZ

Eyrolles
EDITEUR-PARIS



PRATIQUE SÉQUENTIELLE ET RÉSEAUX DE PÉTRI



COLLECTION E. E. A.

(Électronique, Électrotechnique, Automatique)

A l'usage de l'Enseignement Supérieur :
Écoles d'Ingénieurs, Facultés, CNAM...

ÉLECTRONIQUE

Cours d'Électronique (en quatre volumes), par Francis MILSANT :
Tome I. — *Circuits à régime variable* (1975).
Tome II. — *Composants électroniques* (1976).
Tome III. — *Amplification. Circuits intégrés* (1976).
Tome IV. — *Contre-réaction, oscillation, alimentation* (1977).

Problèmes d'Électronique, par Francis MILSANT :
Tome I. — *Circuits à régime variable* (1977).
Tome II. — *Composants électroniques* (1976).
Tome III. — *Amplification. Circuits intégrés* (1978).

Mesures d'Électronique, par Henri CATELIN et Pierre JOUBERT :
Tome I. — *Circuits à régime variable* (1973).
Tome II. — *Composants électroniques* (1977).

Commande électronique des moteurs a courant continu, par Robert CHAUPRADE (1975).

110 Études pratiques de l'amplificateur opérationnel, par R. MARSTON, traduit de l'anglais par Francis MILSANT (1977).

ÉLECTROTECHNIQUE

Problèmes d'Électrotechnique avec leurs solutions, par Michel BORNAND :
— *Moteurs à courant continu et leur commande par thyristor* (1976).
— *Machines en courant alternatif (et électronique de puissance)* (1977).

Générateurs, lignes, récepteurs, par C. E. MOORHOUSE, traduit de l'anglais par Francis MILSANT (1977).

AUTOMATIQUE

Cours de physique des vibrations, par A. FOUILLÉ et P. DÉRÉTHÉ (1977).

Asservissements linéaires, par Francis MILSANT :
Tome I. — *Analyse* (1975).
Tome II. — *Synthèse* (1976).

Solutions de problèmes sur les asservissements linéaires, par L. BALMER et C. P. LEWIS, traduit de l'anglais par Sylvain THELLIEZ (1975).

Automatismes à séquences, par Maurice MILSANT (1976).

Solutions de problèmes sur les circuits logiques, par D. ZISSOS, traduit de l'anglais par Maurice MILSANT (1977).

COLLECTION E. E. A.
sous la direction de Francis MILSANT

PRATIQUE SÉQUENTIELLE ET RÉSEAUX DE PÉTRI

par

Sylvain THELLIEZ

*Maître de conférences
à l'ENSAM de Paris et au CNAM*

ÉDITIONS EYROLLES
61, boulevard Saint-Germain, 75005 Paris
1978

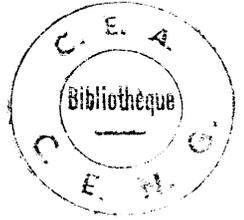
Si vous désirez être tenu au courant de nos publications, il vous suffit d'adresser votre carte de visite à :

Service « Presse », Editions EYROLLES,
61, boulevard Saint-Germain, 75240 PARIS CEDEX 05

en précisant les domaines qui vous intéressent. Vous recevrez régulièrement et sans aucun engagement de votre part, un avis de parution des nouveautés en vente chez votre libraire habituel.

« La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40) ».

« Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal ».



AVANT-PROPOS

Ce livre constitue à partir d'exemples d'applications, une introduction, à l'utilisation de la représentation graphique de Pétri dans la synthèse des structures de commande de processus discontinus. Cette méthode, basée sur les notions classiques d'événements d'entrée, de sortie et d'état interne d'une machine permet :

- une représentation graphique du cahier des charges proche de la physique ce qui facilite l'étude du problème d'automatisation ;
- une décomposition en sous-machines de la structure de commande ce qui facilite la synthèse des grands ensembles et la prise en compte de fonctionnements asynchrones parallèles de sous-ensembles du processus à automatiser ;
- une introduction aisée de modifications du cahier des charges ;
- une implantation directe en logique câblée ou en logique programmée et l'obtention de structures permettant un test du bon fonctionnement.

L'ouvrage comporte quatre parties principales ; ce sont :

- L'introduction qui situe le problème de la commande des processus discontinus.
- La définition et la description des réseaux de Pétri.
- Le rappel de quelques notions sur les structures combinatoires et séquentielles.
- L'application d'une interprétation des réseaux de Pétri à la synthèse de cahier des charges d'automatisation.

Il se termine enfin par une bibliographie sur les machines séquentielles et les réseaux de Pétri.

Ce livre complète les ouvrages d'étude des systèmes logiques, trouvés dans la collection E. E. A. aux éditions Eyrolles.

« *Automatismes à séquences* » par M. MILSANT.

Solutions de problèmes sur les circuits logiques de D. ZISSOS.

Il s'adresse aux étudiants de l'enseignement supérieur et aux techniciens et ingénieurs de l'industrie qui souhaitent se familiariser avec l'emploi des méthodes logiques.



TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	VII
I. Introduction	1
I.1. <i>Les systèmes de commande</i>	1
I.2. <i>La représentation des informations</i>	4
I.3. <i>Automatisation des processus discontinus</i>	5
II. Réseaux de Pétri	9
II.1. <i>Définition et représentation graphique</i>	9
II.2. <i>Règle de validation et de tir d'une transition</i>	11
II.3. <i>Étude du marquage d'un réseau</i>	12
II.4. <i>Représentation matricielle</i>	14
III. Machines séquentielles	19
III.1. <i>Généralités</i>	19
III.2. <i>Synthèse des structures combinatoires</i>	22
III.2.1. <i>Synthèse en logique cablée</i>	23
III.2.2. <i>Synthèse en logique programmée</i>	35
III.3. <i>Synthèse des structures séquentielles asynchrones</i>	39
III.4. <i>Synthèse des structures séquentielles synchrones</i>	47
III.4.1. <i>Les bascules</i>	48
III.4.2. <i>La méthode de Huffman</i>	50
IV. Synthèse de structures de commandes élémentaires	59
IV. <i>Généralités</i>	59
IV.2. <i>Exercices d'applications</i>	69
IV.2. 1. <i>Exercice 1. — Mémoire à niveau</i>	69
IV.2. 2. <i>Exercice 2. — Commande aller et retour d'un vérin</i>	70
IV.2. 3. <i>Exercice 3. — Commande alternative d'un vérin</i>	74
IV.2. 4. <i>Exercice 4. — Mémoire R. S. à variation de niveau</i>	77
IV.2. 5. <i>Exercice 5. — Dispositif automatique de perçage</i>	80
IV.2. 6. <i>Exercice 6. — Automatisation d'un système de tri</i>	85
IV.2. 7. <i>Exercice 7. — Automatisation d'un système mécanique</i>	90
IV.2. 8. <i>Exercice 8. — Commande de moteurs thermiques</i>	97

IV.2. 9. Exercice 9. — Automatisation d'un réseau de distribution	104
IV.2.10. Exercice 10. — Automatisation d'une machine transfert élémentaire.	112
IV.2.11. Exercice 11. — Commande d'un système de tri	127
IV.2.12. Exercice 12. — Automatisation d'une machine outil	133
IV.3. <i>Remarques générales.</i>	140
V. Bibliographie	142
V.1. <i>Les réseaux de Pétri.</i> V.2. <i>Les machines séquentielles.</i> V.3. <i>Les exercices d'applications.</i>	

I. INTRODUCTION

I.1. Les systèmes de commande

L'automatisation d'un processus industriel, c'est-à-dire d'un ensemble d'équipements qui, à partir de produits bruts et d'énergie permettent l'obtention de produits finis dont on tire profit, revient dans son principe à construire un système de commande permettant d'atteindre, en présence de perturbations un objectif donné.

L'introduction du système de commande s'opère généralement suivant le schéma représenté par la figure I.1. Dans cette figure les flèches représentent le cheminement des informations. Plus particulièrement :

— le vecteur 1 est le vecteur entrée du système. Il correspond principalement aux données économiques et physiques des objectifs et aux contraintes de fonctionnement ;

— le vecteur 2 est le vecteur de commande du processus. Il schématise toutes les actions et interventions physiques du système de commande sur le processus industriel ;

— le vecteur 3 est le vecteur perturbations. Il s'identifie aux entrées mesurables ou non mesurables du processus sur lesquelles une action est impossible ;

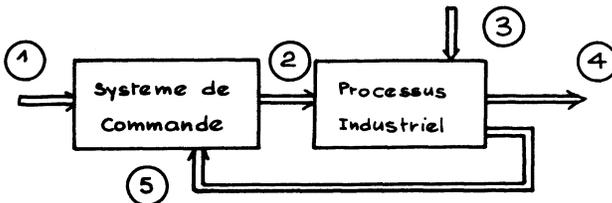


FIG. I.1.

— le vecteur 4 est le vecteur sortie. Il représente les produits finis objet de la construction du processus ;

— le vecteur 5 est le vecteur mesure. Il correspond aux informations de mesure des grandeurs physiques disponibles et utiles pour la commande du processus. Le volume du processus industriel, le degré de complexité des objectifs et la nature des perturbations définissent le niveau de l'automatisation et fixent naturellement l'importance du système de commande qui peut être du type analogique, hybride ou numérique suivant la nature des informations.

Exemple 1. — Régulation de niveau d'eau dans un bac. La figure I.2 représente une boucle de régulation du niveau d'eau H dans un bac possédant un débit de fuite Q_f , sur cette figure :

- C consigne est la grandeur d'entrée du système. Elle correspond à l'image de la hauteur d'eau désirée dans le bac.
- P pression de sortie du convertisseur électro-pneumatique dénoté (CEP) est la grandeur de commande.
- Q_p débit variable d'une entrée d'eau secondaire constitue une perturbation.
- H hauteur d'eau régulée est la grandeur de sortie du système.
- M information de sortie d'un capteur de pression correspond à une mesure de la hauteur d'eau H.

L'ensemble peut se schématiser comme le montre la figure I.3. Le système de commande est constitué du comparateur, du régulateur et du convertisseur électropneumatique.

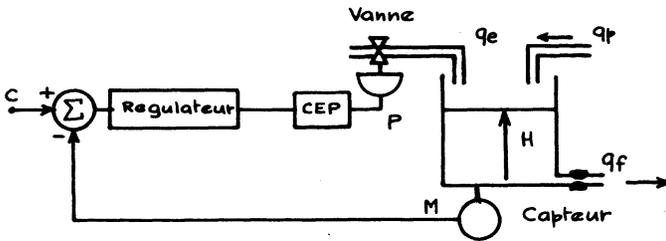


FIG. I.2.

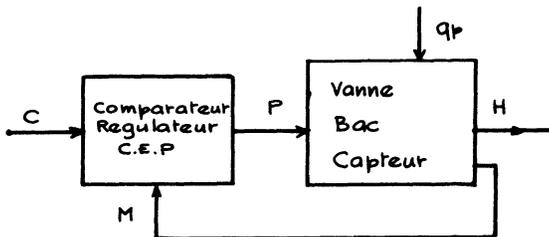
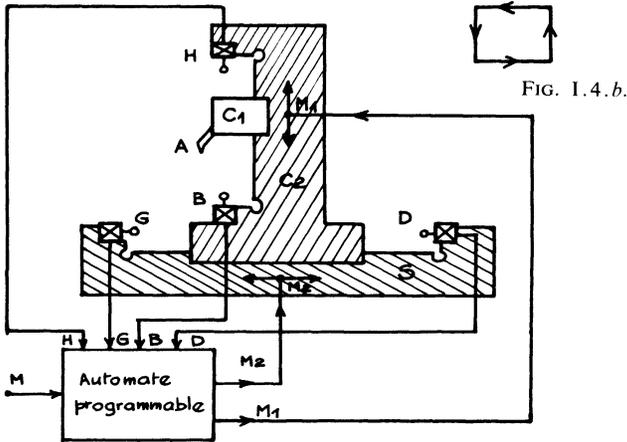


FIG. I.3.

Exemple 2. — Commande d'une machine outil à programme fixe. Une machine à programme fixe est une machine destinée à répéter, dans un

ordre immuable, les mêmes opérations. La figure I.4.a représente une machine outil permettant de faire décrire à la pointe de l'outil A un cycle carré (fig. I.4.b). Le processus mécanique est constitué :

- d'une semelle fixe comportant deux microcontacts G et D ;
- d'un chariot C_2 dont le déplacement horizontal est commandé par un moteur M_2 . Ce chariot est muni de deux micro-contacts H et B ;
- d'un chariot C_1 dont le déplacement le long d'une glissière verticale de I_1 est commandé par un moteur M_1 .



La grandeur d'entrée M du système correspond à l'état d'un bouton poussoir permettant le démarrage d'un cycle de fonctionnement, les micro-contacts B et D étant initialement appuyés.

Les grandeurs de commande M_1 et M_2 correspondent aux tensions de commande des moteurs M_1 et M_2 . L'état des sorties des capteurs B, H, D, G

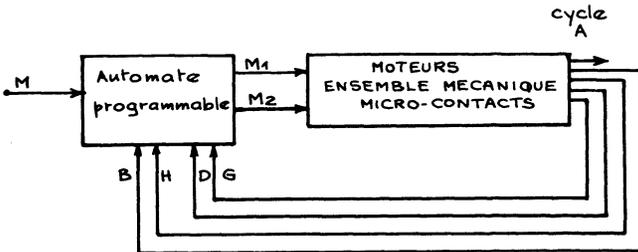


FIG. I.5.

donne une mesure de la position des chariots C_1 et C_2 . Le déplacement de l'outil A représente la grandeur de sortie du système.

L'ensemble peut se schématiser comme le montre la figure I.5. Le système de commande est constitué d'un automate programmable élémentaire.

I.2. La représentation des informations

Les informations circulant entre les systèmes sont des fonctions du temps qu'il est possible de classer en quatre familles suivant la nature de la grandeur représentant l'information et le mode d'observation temporel.

Information analogique. — L'amplitude du signal image de l'information évolue de manière continue entre une valeur maximum et une valeur minimum. Cette amplitude est une fonction continue du temps.

Information échantillonnée. — L'amplitude du signal image de l'information évolue de manière continue entre une valeur maximum et une valeur minimum. Toutefois cette amplitude n'est définie qu'à des instants discrets du temps fixé par les instants de commutation d'un signal de référence dénoté horloge. Ce signal de référence est généralement périodique et dans ce cas l'information est représentée par une suite d'échantillons apparaissant aux instants $0, T, 2T, 3T...$

Information digitale asynchrone. — L'amplitude du signal image de l'information est quantifiée. Cette amplitude est une fonction continue du temps.

Information digitale synchrone. — L'amplitude du signal image de l'information est quantifiée et de plus cette amplitude n'est définie qu'à des instants discrets du temps fixé par les instants de commutation d'un signal de référence dénoté horloge. Ce signal de référence est généralement périodique.

Exemple. — La figure I.6 donne la représentation graphique d'une information analogique $x(t)$, $x_{\text{Max}} \geq x(t) \geq x_{\text{Min}}$ (fig. I.6.a) d'une information échantillonnée $x(kT)$; $x_{\text{Max}} \geq x(kT) \geq x_{\text{Min}}$ (fig. I.6.b) d'une information digitale asynchrone $N = (a_2, a_1, a_0)_2$ constituée d'un nombre binaire de trois digits, dont la valeur se modifie à des instants quelconque de commutation (fig. I.6.c) d'une information digitale synchrone $N(kT) = (a_2, a_1, a_0)_2$ constituée d'un nombre binaire de trois digits dont la valeur se modifie aux instants d'échantillonnage $t_1, t_2, t_3, t_4...$ Les systèmes étudiés en automatique pouvant être définis par leurs entrées-sorties il est commode d'utiliser le classement précédent pour distinguer les différents types de structures de commande et leurs méthodes de synthèse. Ce classement est résumé par le tableau de la figure I.7. Il permet de situer

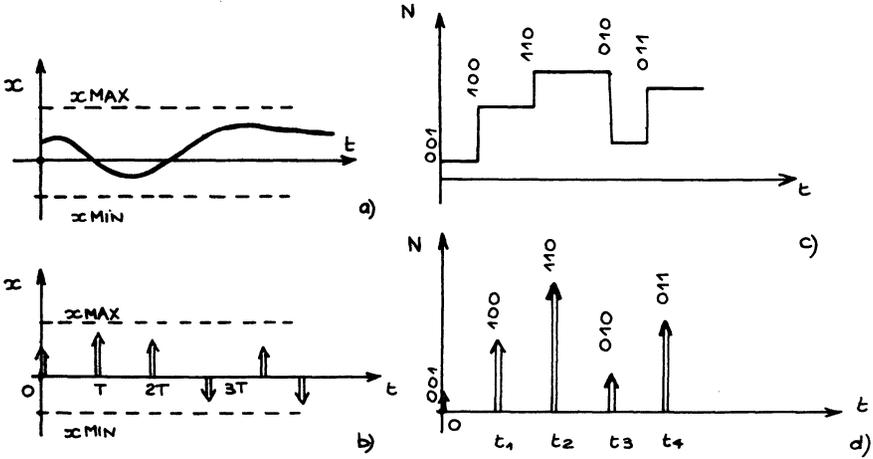


FIG. 1.6.

FIG. 1.7.

Temp / Signal	Observation continue	Observation discrete
Amplitude Continue	Systeme Continu	Systeme Echantillonné
Amplitude quantifiée	Systeme digital asynchrone	Systeme digital synchrone

globalement l'objet du présent ouvrage qui est l'application d'une méthode de synthèse de structures de commande digitales asynchrones ou synchrones en vue de l'automatisation de processus industriels discontinus. Nous nous intéressons donc aux deux cases hachurées de la figure I.7.

I.3. Automatisation des processus discontinus

Il est possible en nous limitant à la commande des processus discontinus de détailler la figure I.1 par la figure I.8 et ceci indépendamment de la complexité du problème d'automatisation. Dans la figure I.8 le système de commande est visualisé par un rectangle en traits pointillés. Il se décompose en plusieurs sous-ensembles :

— les organes d'entrées : capteurs, détecteurs, ..., convertisseurs analogiques binaires,

— *les organes de sorties* : actionneurs de différentes natures, contacteurs, électro-aimants, électrovannes, ..., convertisseurs binaires analogiques,

— *les périphériques* : boutons poussoirs, claviers, console de visualisation, imprimante, lecteur perforateur, coupleur, mémoires extérieures...,

— *l'automate central* : ensemble de relais électromécaniques, ensemble de composants pneumatiques, ensemble câblé de modules réalisés à l'aide de semi-conducteurs; ensemble logique à programme enregistré : micro-processeurs, automates programmables, coupleurs, mini-calculateurs.

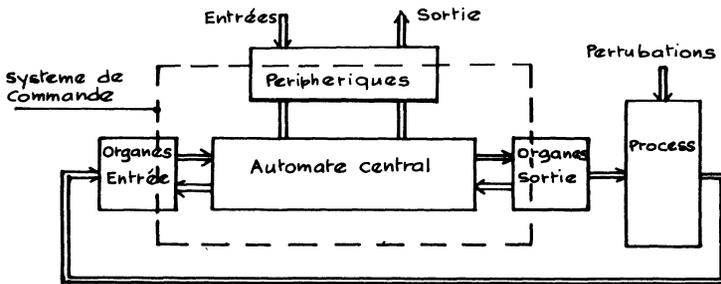


FIG. I.8.

Le choix du type d'ensemble automate-périphérique dépend principalement de la complexité et de la nature du processus à automatiser. Il découle naturellement des problèmes posés à l'ingénieur automaticien par le client propriétaire du processus. Ces problèmes sont essentiellement techniques et économiques.

Les problèmes techniques sont dénotés cahier des charges de l'automatisation. Ils sont solutionnés en différentes étapes illustrées par l'organigramme de la figure I.9.

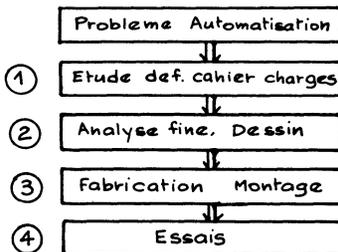


FIG. I.9.

La première étape dénotée 1 implique la rédaction d'un texte de description macroscopique du fonctionnement de l'automatisme. La définition du cahier des charges est difficile :

— la description client est généralement « floue »,
 — les modes de représentation d'un « résumé » du fonctionnement désiré du système sont source de malentendus, il y a rarement un langage commun Automaticien-client.

L'étape 2 a trait à la description microscopique des sous-systèmes définis dans l'étape précédente et à la représentation graphique en vue d'une réalisation.

Les étapes 3 et 4 correspondent à la matérialisation de l'étude et aux vérifications de bon fonctionnement en vue de la recette par le client.

Les problèmes économiques sont liés au prix de vente de l'équipement. Le véritable travail de l'ingénieur automaticien est de résoudre le problème d'automatisation, de satisfaire le client mais aussi et surtout de satisfaire sa direction générale.

Tout au début de l'étape 1 il est nécessaire à l'ingénieur automaticien d'estimer rapidement le coût global de l'équipement et de fournir au client un devis. Cette estimation est basée généralement sur l'expérience, elle englobe les coûts des différentes étapes décrites par la figure I.9 et bien entendu les inévitables coûts de mise en route et d'interventions du service après-vente.

Dans l'hypothèse d'une étude d'automatisation bien menée, le coût de ces deux derniers postes est à peu près proportionnel au prix global de l'équipement et il semble suffisant d'établir un résumé des coûts élémentaires exprimés en pourcentage du prix total de l'équipement.

Etapes Automatisation	Coût
Etude : Définition cahier charges	30%
Analyse fine, Dessin	18%
Fabrication . Montage . Essais	20%
Materiel	32%

FIG. I. 10.

Le tableau de la figure I.10 résulte d'une enquête effectuée dans les départements d'application d'un constructeur. Il donne, pour les Automates du type câblé, un exemple de répartition des coûts moyens. Ce tableau n'a d'ailleurs aucune valeur si les hypothèses relatives à l'automatisation ne sont pas fixées. En effet, les différents pourcentages sont fonctions du nombre d'équipements commandés, de la technologie choisie et de la complexité du problème posé.

Le choix judicieux de la structure de l'Automate central en vue de minimiser le coût global d'un équipement est un problème qu'il semble difficile de résoudre dans le cas général. Ce choix dépend de l'expérience et du savoir de l'automaticien. Il devrait être facilité par la méthode de synthèse utilisée. La méthode de conception des systèmes de commande étudiée à l'aide

d'exemples dans le présent ouvrage est basée sur la construction des graphes de Pétri.

Elle permet :

— une représentation du cahier des charges proche de la physique ce qui facilite l'analyse du problème ;

— l'étude des problèmes de simultanéité et l'analyse des possibilités de fonctionnement en parallèle des processus ce qui permet d'éviter les conflits ou les blocages ;

— la décomposition en sous-machines ce qui facilite la synthèse des grands ensembles et l'obtention de structures permettant un test aisé du bon fonctionnement ;

— l'introduction facile de modifications du cahier des charges où de l'adjonction de sous-machines ;

— la matérialisation du système de commande en logique câblée par utilisation de composants ou en logique programmée par utilisation de micro-processeurs, d'automates programmables ou de mini-calculateurs.

II. RÉSEAUX DE PÉTRI

II.1. Définition et représentation graphique

Définition. — Un réseau de Pétri est un graphe orienté, défini par un quadruplet (T, P, A, M_0) ou :

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_l\}$ est un ensemble fini de transitions représentées par des tirets (fig. II.1.a).

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ est un ensemble fini de places représentées par des cercles (fig. II.1.b).

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ est un ensemble fini d'arcs orientés qui assurent la liaison d'une place vers une transition ou d'une transition vers une place (fig. II.1.c).

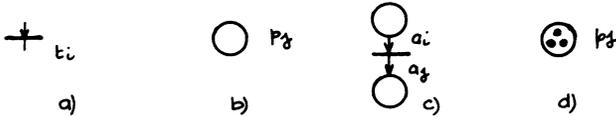


FIG. II.1.

$M_0 : \{P \rightarrow \mathbb{N}_+\}$ est le marquage initial du graphe précisé par la présence à l'intérieur des cercles représentant les places d'un nombre nul ou fini de marqueurs (fig. II.1.d). Une place peut donc être vide ou marquée. A chaque transition est associée un ensemble de places d'entrée et un ensemble de places de sortie. Les places d'entrée sont les places d'où sont issus les arcs orientés vers la transition. Les places de sortie sont les places

où aboutissent les arcs orientés issus de la transition. Une place peut être à la fois place d'entrée et de sortie d'une transition.

Exemple 1. — La figure II.2 représente un réseau de Pétri. (T, P, A, M_0) qui comporte sept transitions $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7\}$, huit places $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8\}$ et un marquage initial M_0 tel que la place p_5 possède deux marqueurs, les places p_2, p_3 et p_8 , un seul marqueur, les autres places étant vides.

Le marquage M_0 peut donc être représenté par un vecteur colonne dont les composantes $\mu(p_1), \mu(p_2), \dots$, correspondent au nombre de marqueurs situés dans les places p_1, p_2, \dots . Dans l'ensemble choisi :

$$M_0 = \begin{pmatrix} \mu(p_1) \\ \mu(p_2) \\ \mu(p_3) \\ \mu(p_4) \\ \mu(p_5) \\ \mu(p_6) \\ \mu(p_7) \\ \mu(p_8) \end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad M_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

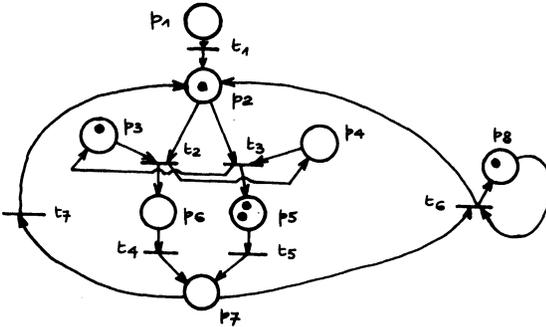


FIG. II.2.

Dans ce graphe, les places d'entrée de la transition t_3 sont p_2, p_4 , les places de sortie p_3, p_5 . La place p_8 est à la fois place d'entrée et de sortie de la transition t_8 .

II.2. Règle de validation et de tir d'une transition

L'application de la règle de validation et de tir d'une transition permet de faire évoluer séquentiellement le marquage d'un réseau. Par définition une transition est validée si chaque place d'entrée de cette transition comporte au moins un marqueur. La transition t_1 du graphe élémentaire représentée par la figure II.3.a est validée, les places p_1 et p_2 possédant chacune au moins un marqueur. Une transition validée peut être tirée. L'opération de tir revient à enlever de chaque place d'entrée de la transition un marqueur et à ajouter à chaque place de sortie un marqueur. La figure II.3.b représente le marquage des places p_1, p_2, p_3, p_4 résultant du tir de la transition t_1 . Lorsque plusieurs transitions d'un graphe sont validées leurs tirs s'effectuent simultanément. Les transitions t_5, t_2 du graphe représenté par la figure II.2 sont validées par le marquage initial, Elles peuvent être tirées et le marquage résultant est tel que les places p_5, p_6, p_4 possèdent un seul marqueur, les autres places étant vides.

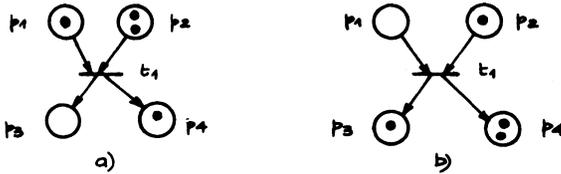


FIG. II.3.

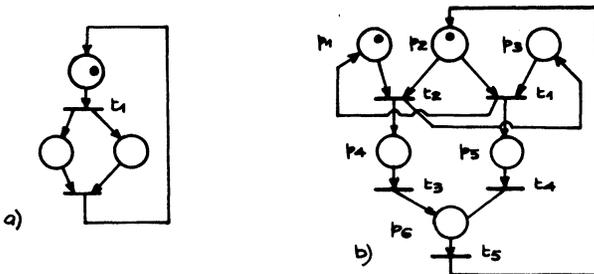


FIG. II.4.

Le tir d'une ou d'un ensemble de transitions validées simultanément modifie ou ne modifie pas le nombre total de marqueurs d'un réseau. Le tir de la transition t_1 du réseau donné par la figure II.4.a augmente le nombre de marqueurs du réseau. Le tir de la transition t_2 du réseau représenté par la figure II.4.b n'augmente pas le nombre de marqueurs du réseau.

Notion de conflit. — Lorsqu'il existe une place d'entrée commune à deux ou plusieurs transitions validées simultanément il n'est pas possible d'appliquer la règle de tir énoncée ci-dessus. Les transitions validées sont alors dites en conflit pour le marquage correspondant. L'apparition d'un conflit entraînant l'arrêt de l'évolution du marquage d'un réseau il est nécessaire dans ce cas de rendre prioritaire une des transitions validées. Le tir de cette transition modifie le marquage et supprime la validation des autres transitions.

Exemple 2. — Les transitions t_1 et t_2 du réseau élémentaire donné par la figure II.5.a sont en conflit pour le marquage initial plaçant un marqueur en p_1, p_2, p_3 , la place p_2 étant une place d'entrée commune à la transition t_1 et à la transition t_2 . Si on suppose la transition t_2 prioritaire celle-ci peut être tirée et le marquage résultant représenté par la figure II.5.b.

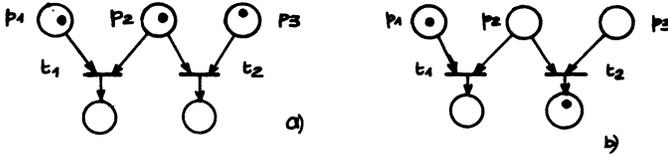
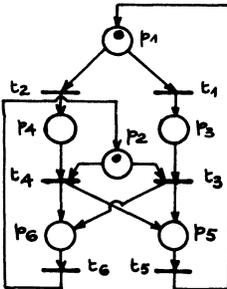


FIG. II.5.

II.3. Étude du marquage d'un réseau

L'application séquentielle à un réseau de Pétri de la règle de validation et de tir d'une ou d'un ensemble de transitions permet la détermination de l'ensemble des marquages qu'il est possible d'atteindre à partir d'un marquage initial M_0 . Nous dénoterons $[M] = \{ M_0, M_1, M_2, \dots \}$ l'ensemble de ces marquages.

Exemple 3. — Le réseau de Pétri représenté par la figure II.6 comporte six places : $P = \{ p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6 \}$ et six transitions :



$$T = \{ t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 \}$$

FIG. II.6.

et un marquage initial M_0 tel que les places p_1 et p_2 possèdent un marqueur, les autres places étant vides. L'ensemble des marquages qu'il est possible d'atteindre à partir du marquage initial M_0 est égal à :

$$[M] = \left\{ \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right\}$$

M_0 est inclus dans $[M]$ et de plus il a été tenu compte des deux possibilités de solution du conflit résultant du marquage initial de la place p_1 .

Notion de réseau vivant. — Un réseau est dit vivant pour un marquage initial M_0 si toute transition du réseau peut être validée et tirée par une séquence finie de tirs.

Notion de réseau sain. — Un réseau est dit sain ou sauf pour un marquage initial M_0 si quel que soit le marquage obtenu à partir de M_0 par une séquence finie de tirs aucune place ne possède plus d'un marqueur.

Notion de réseau conforme. — Un réseau vivant et sain est dit conforme.

Exemple. Le réseau donné par la figure II.7 n'est pas vivant les transitions t_1 et t_6 n'étant jamais validées lors de l'évolution du marquage. Ce réseau est toutefois sain.

Le réseau représenté par la figure II.8 est vivant mais il n'est pas sain, le marquage de la place p_2 augmentant à chaque tir de la transition t_2 .

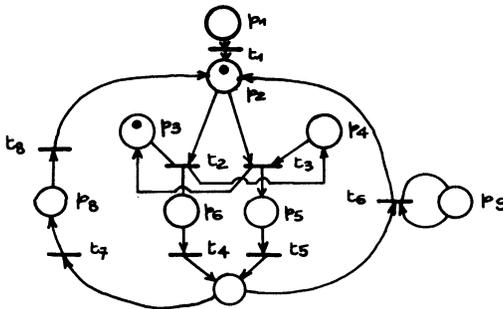


FIG. II.7.

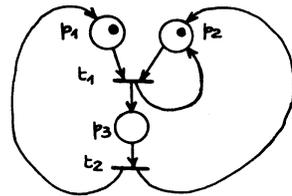


FIG. II.8.

Le réseau donné par la figure II.9 est à la fois vivant et sain, il est donc conforme.

Il est commode de représenter l'ensemble $[M]$ des marquages d'un réseau conforme par un tableau matriciel a_{ij} dont les colonnes correspondent aux marquages M_i . Le tableau matriciel résumant l'évolution du marquage du graphe de la figure II.4.b est donné par la figure II.10. Ce tableau comporte six lignes $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$ et six colonnes $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$, $[M] = \{ M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 \}$.

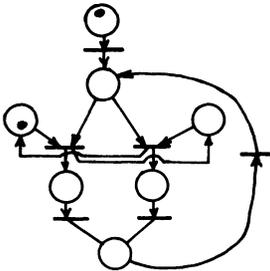


FIG. II.9.

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
p_1	1	0	0	0	1	1
p_2	1	0	0	1	0	0
p_3	0	1	1	1	0	0
p_4	0	1	0	0	0	0
p_5	0	0	0	0	1	0
p_6	0	0	1	0	0	1

FIG. II.10.

II.4. Représentation matricielle

Les propriétés et l'évolution du marquage d'un réseau de Pétri $\{ P, A, T, M_0 \}$ peuvent être étudiées en utilisant une représentation matricielle.

Matrices de description

Soit $\{ P, T, A, M_0 \}$ un réseau de Pétri comportant l places

$$P = \{ p_1, p_2, \dots, p_l \}$$

et m transitions $T = \{ t_1, t_2, \dots, t_m \}$ on appelle matrices de description du réseau les tableaux matriciels $S(p, t)$ et $E(p, t)$ suivants :

$S(p, t) = [s_{ij}]$ ou $s_{ij} = 1$ si la place p_i est une place de sortie de la transition t_j et $s_{ij} = 0$ dans le cas contraire.

$E(p, t) = [e_{ij}]$ ou $e_{ij} = 1$ si la place p_i est une place d'entrée de la transition t_j et $e_{ij} = 0$ dans le cas contraire. Les matrices $|S(p, t)|$ et $|E(p, t)|$ comportent donc un nombre de lignes égal au nombre l de places et un nombre de colonnes égal au nombre m de transitions du réseau.

Dans le cas particulier où les places d'un réseau ne sont ni place d'entrée, ni place de sortie d'une même transition, il est possible de décrire complètement le réseau par la matrice $|C(p, t)|$ telle que :

$$|C(p, t)| = |S(p, t)| - |E(p, t)|.$$

Chaque coefficient c_{ij} de cette matrice est tel que :

$c_{ij} = +1$ si la place i est une place de sortie de la transition,

$c_{ij} = -1$ si la place i est une place d'entrée de la transition,

$c_{ij} = 0$ si la place i n'est ni une place d'entrée ni une place de sortie de la transition,

Exemple 4. — Le graphe de Pétri représenté par la figure II.11 comprend six places $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$ et cinq transitions $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$. Il peut être décrit par les deux matrices $|S(p, t)|$ et $|E(p, t)|$ de dimensions $\{6 \times 5\}$ suivantes :

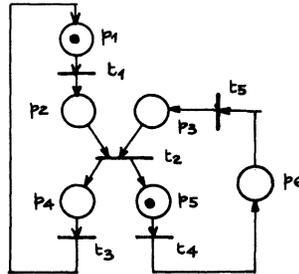


FIG. II. 11.

$$|S(p, t)| = \begin{vmatrix} 00100 \\ 10000 \\ 00001 \\ 01000 \\ 01000 \\ 00010 \end{vmatrix} \qquad |E(p, t)| = \begin{vmatrix} 10000 \\ 01000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00001 \end{vmatrix}$$

où la matrice $C(p, t)$ aucune place du réseau n'étant à la fois place de sortie et place d'entrée d'une même transition.

Dans ce cas,

$$|C(p, t)| = |S(p, t)| - |E(p, t)|$$

et ainsi

$$|C(p, t)| = \begin{vmatrix} 00100 \\ 10000 \\ 00001 \\ 01000 \\ 01000 \\ 00010 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 10000 \\ 01000 \\ 01000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00001 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 \end{vmatrix}$$

Validation d'une transition

Une transition t_i d'un réseau de Pétri défini par ses matrices $|S(p, t)|$, $|E(p, t)|$ et son marquage initial $|M_0|$ représenté par un vecteur colonne

est validée si quel que soit p_j , $\mu(p_j) \geq E(p_j, t_i)$ soit en considérant l'inégalité de deux vecteurs colonnes.

$$|M_0| \geq |E(p, t)|$$

Cette inégalité permet de définir en comparant successivement les m colonnes de la matrice $|E(p, t)|$ au vecteur $|M_0|$ l'ensemble des transitions validées par ce marquage initial. Cet ensemble peut être représenté par un vecteur de validation $|V|$. Ce vecteur est un vecteur colonne de dimension égale au nombre m de transitions. Chaque composante v_i de ce vecteur est telle que :

$v_i = 1$ si la transition t_i est validée par le marquage $|M_0|$ et $v_i = 0$ dans le cas contraire.

Exemple 5. — Le marquage initial $|M_0|$ du graphe de Pétri représenté par la figure II.11 est égal à :

$$|M_0| = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{La comparaison de ce marquage aux colonnes}$$

de la matrice $|E(p, t)|$ donnée dans l'exemple 4 montre que $|M_0| \geq E(p, t_4)$ et $|M_0| \geq E(p, t_1)$. Les transitions t_4 et t_1 sont les seules transitions validées pour $|M_0|$ et le vecteur $|V|$ de validation pour ce marquage est égal à

$$|V| = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dans le cas important en pratique où le réseau étudié est sain le vecteur de validation $|V|$ peut être calculé directement par la relation suivante

$$V = \overline{|E(p, t)|}' \otimes \overline{|M_0|}$$

Dans cette relation $\overline{|M_0|}$ est le vecteur colonne obtenu en remplaçant dans $|M_0|$ les 1 par des 0 et les 0 par des 1, ce qui correspond à une complémentarité.

$|E(p, t)|'$ est la matrice transposée de $|E(p, t)|$ dont les coefficients $(a_{ij})'$ sont égaux à a_{ji} et l'opérateur \otimes correspond au produit matriciel booléen obtenu en faisant terme à terme le produit des lignes de $|E(p, t)|'$ et de la colonne $\overline{|M_0|}$ puis la somme logique de ces produits.

Exemple 6. — Le graphe de Pétri donné par la figure II.11 est sain. La matrice $|E(p, t)'|$ est égale à :

$$|E(p, t)| = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad |E(p, t)'| = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

de plus nous avons :

$$|M_0| = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{soit} \quad |\overline{M_0}| = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et ainsi}$$

$$|\overline{V}| = |E(p, t)'| \otimes |\overline{M_0}| = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{d'où} \quad |V| = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Evolution du marquage

Nous limiterons l'étude matricielle de l'évolution du marquage d'un réseau de Pétri aux réseaux pouvant être décrits par une matrice $|C(p, t)|$.

Dans ce cas les marquages successifs M_1, M_2, M_3, M_4 obtenus à partir du marquage initial M_0 par les tirs successifs des transitions t_i, t_j, t_k, \dots sont tels que

$$\begin{aligned} |M_1| &= |M_0| + |C(p, t_i)| \\ |M_2| &= |M_1| + |C(p, t_j)| \\ |M_3| &= |M_2| + |C(p, t_k)| \end{aligned}$$

et pour une séquence finie de tirs il est possible de relier le marquage final $|M_n|$ au marquage initial $|M_0|$ par une relation de la forme

$$|M_n| = |M_0| + |C(p, t)| \cdot |D| \quad (1)$$

Dans cette expression $|D|$ est un vecteur colonne d'une dimension égale au nombre m de transitions du réseau. Chaque composante d_j de ce vecteur est un entier positif qui correspond au nombre de tirs de la transition t_j dans la séquence donnée.

Exemple 7. — Le réseau de Pétri représenté par la figure II.4.b peut être décrit par la matrice $|C(p, t)|$ suivante

$$|C(p, t)| = \begin{vmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{Le marquage initial de ce réseau}$$

est égal à $|M_0| = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ et après la séquence de tirs

qui correspond au vecteur $|D| = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

Le marquage obtenu est donné par

$$|M_n| = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

REMARQUE. — La relation (1) s'écrit si il existe une séquence de tirs redonnant le marquage initial.

$$|M_0| = |M_0| + |C(p, t)| \cdot |D|$$

soit

$$|C(p, t)| \cdot |D| = 0 \quad (2)$$

L'existence d'un vecteur $|D|$ à composantes entières strictement positives et solutions du système linéaire à coefficients entiers donné par la relation (2) conditionne l'existence d'une séquence de tirs correspondant à une évolution cyclique du marquage.

III. LES MACHINES SÉQUENTIELLES

La méthode de conception des systèmes de commande discontinus étudiée dans le présent ouvrage est basée sur la représentation du cahier des charges d'une machine séquentielle à l'aide d'un réseau de Pétri suivie, le modèle de la structure étant défini, de l'application de méthodes de synthèse classiques.

Il a donc semblé nécessaire de rappeler ces méthodes. Ce rappel qui porte sur les structures combinatoires, les structures séquentielles et sur la méthode de synthèse tabulaire de Huffman est l'objet du présent chapitre. Une introduction détaillée à l'analyse, la synthèse et la technologie des machines séquentielles est donnée dans les ouvrages énumérés dans le § V.2 de la bibliographie.

III.1. Généralités

Les systèmes de commande de processus discontinus représentés de manière générale par la figure III.1 qui est une partie de la figure I.8, peuvent

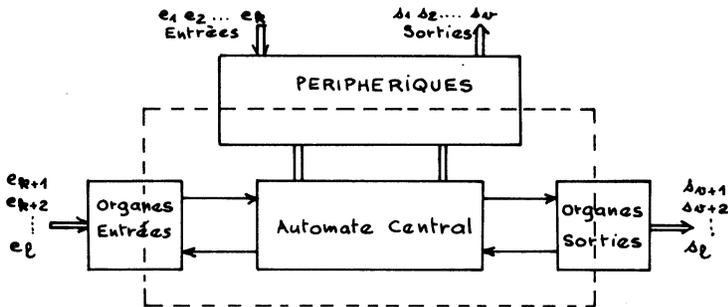


FIG. III.1.

être classés suivant les relations qu'il est possible d'établir entre les entrées $e_1, e_2, e_k, \dots, e_p$ et les sorties généralisées : $s_1, s_2, s_p, \dots, s_l$ de ces systèmes (fig. III.2). Ces relations déduites du cahier des charges correspondent aux modèles des structures de commandes à matérialiser en vue de satisfaire le problème d'automatisation.

a) Modèle combinatoire

Les sorties s_1, s_2, \dots, s_l sont des fonctions booléennes ou binaires des entrées e_1, e_2, \dots, e_p du système.

$$\begin{aligned} s_1 &= f_1(e_1, e_2, \dots, e_p) \\ s_2 &= f_2(e_1, e_2, \dots, e_p) \\ s_l &= f_l(e_1, e_2, \dots, e_p) \text{ soit } S = F(E) \end{aligned}$$

A une valeur de l'entrée généralisée e_1, e_2, \dots, e_p correspond une et seule valeur de la sortie généralisée s_1, s_2, \dots, s_l . La figure III.3 représente le modèle combinatoire.



FIG. III.2.

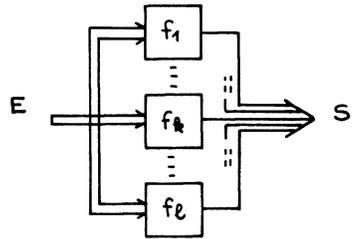


FIG. III.3.

b) Modèle séquentiel asynchrone

Les sorties s_1, s_2, \dots, s_l sont des fonctions booléennes ou binaires définies comme suit :

Modèle de Moore

$$\begin{aligned} s_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ s_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ &\vdots \\ s_l &= f_l(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ x_1(t + \tau) &= g_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)) \\ x_2(t + \tau) &= g_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)) \\ &\vdots \\ x_m(t + \tau) &= g_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)) \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} S &= F(X) \\ X(t + \tau) &= G(X(t), E(t)) \end{aligned}$$

Modèle de Mealy

$$\begin{aligned}
 s_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_m; e_1, e_2, \dots, e_p) \\
 s_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_m; e_1, e_2, \dots, e_p) \\
 &\vdots \\
 s_l &= f_l(x_1, x_2, \dots, x_m; e_1, e_2, \dots, e_p) \\
 x_1(t + \tau) &= g_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)) \\
 x_2(t + \tau) &= g_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)) \\
 &\vdots \\
 x_m(t + \tau) &= g_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t))
 \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned}
 S &= F(X, E) \\
 X(t + \tau) &= G(X(t), E(t))
 \end{aligned}$$

Dans ces deux modèles les variables t et τ représentent le temps et définissent les instants de commutation qui sont quelconques. Les valeurs prises par l'ensemble des variables $X : \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ dénotées variables secondaires représentent l'état du système. Elles résument les évolutions passées des entrées.

Les figures III.4 et III.5, représentent ces deux modèles qui sont équivalents. Les fonctions F, G sont des fonctions booléennes ou binaires, la fonction dénotée τ correspond à un retard pur :

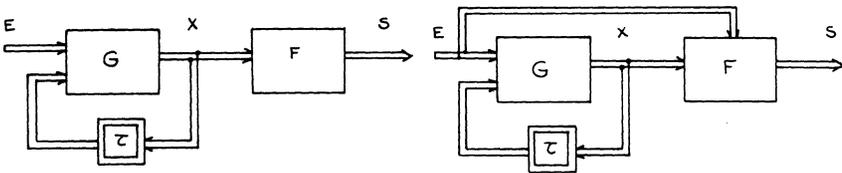


FIG. III.4.

FIG. III.5.

c) *Modèle séquentiel synchrone*

Dans le cas particulier où les instants de commutation, c'est-à-dire les valeurs des variables temporelles t et τ relatives aux modifications des entrées E , état interne X ou sorties S , peuvent être référencés par rapport aux variations d'une variable binaire particulière $h(t)$ dénotée signal d'horloge (fig. III.6) les modèles séquentiels asynchrones définis ci-dessus peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}
 S(t_n) &= F(X(t_n)) \\
 X(t_n + 1) &= G(X(t_n), E(t_n)) \quad \text{modèle de Moore}
 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
 S(t_n) &= F(X(t_n), E(t_n)) \\
 X(t_n + 1) &= G(t_n, E(t_n)) \quad \text{Modèle de Mealy}
 \end{aligned}$$

Les références temporelles t_0, t_1, t_2, \dots correspondent soit aux instants où $h(t) = 0$, soit aux instants où $h(t) = 1$ soit aux variations positives, soit aux variations négatives de $h(t)$.

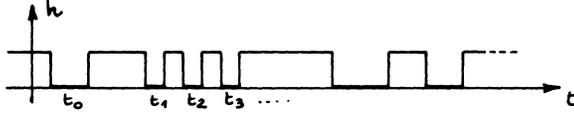


FIG. III. 6.

III.2. Synthèse des structures combinatoires

La synthèse d'une structure combinatoire matérialisant physiquement un modèle combinatoire s'effectue, soit en utilisant un assemblage d'opérateurs combinatoires, soit en utilisant une structure séquentielle généralement synchrone. La première méthode est appelée synthèse en logique câblée, la seconde synthèse en logique programmée. Certaines de ces méthodes seront décrites à l'aide d'ordinogrammes.

Notion d'ordinogramme

Un ordinogramme est une représentation graphique d'un algorithme particulier indiquant le séquencement logique des opérations à faire effectuer à un système d'exécution de cet algorithme. Sans entrer dans la symbolisation complète employée en programmation et décrite par la norme française AFNOR n° Z-67-010 nous utiliserons les symboles représentés par la figure III.7. Un cercle correspond au début et à la fin d'une séquence

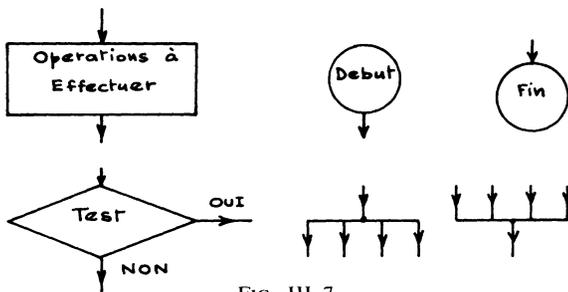


FIG. III. 7.

d'opérations. Un rectangle caractérise une étape du calcul et indique l'ensemble des opérations à effectuer dans cette étape... Un losange représente un embranchement dont les sorties OUI ou NON sont choisies suivant le résultat d'un calcul ou d'un test. Les figures élémentaires cercles,

rectangles, losanges sont réunies par des arcs orientés précisant l'enchaînement des opérations ou des tests. L'intersection de deux arcs orientés correspond soit à une fonction OU logique soit à une fonction ET logique.

III.2.1. Synthèse en logique câblée

Il est possible de résumer comme suit le problème de la synthèse en logique câblée d'une structure combinatoire. Soit un ensemble de fonctions booléennes complètement ou incomplètement spécifiées

$$s_1 = f_1(e_1, e_2, \dots, e_p), \quad s_2 = f_2(e_1, e_2, \dots, e_p), \quad \dots, \quad s_l = f_l(e_1, e_2, \dots, e_p)$$

modélisant le système de commande ; un catalogue complet ou fonctionnel d'opérateurs combinatoires

$$h_1(y_1, y_2, \dots, y_{r_1}), \quad h_2(y_1, y_2, \dots, y_{r_2}), \quad \dots, \quad h_i(y_1, y_2, \dots, y_{r_i})$$

de coût c_1, c_2, \dots, c_i et un ensemble de critères et de contraintes d'assemblage trouver dans un temps raisonnable, un assemblage de coût raisonnable d'opérateurs du catalogue satisfaisant aux critères et contraintes de fonctionnement et composant l'ensemble des fonctions f_1, f_2, \dots, f_l du modèle.

Les notions de « temps raisonnable » ne sont pas précisées *a priori* ce qui semble d'un point de vue mathématique être une lacune. Toutefois, il est à remarquer que :

— la notion de temps raisonnable dépend des outils employés par le concepteur (crayon, papier, simulateur, calculateur) dans la recherche d'un assemblage performant ;

— la notion de coût raisonnable dépend du nombre et du coût des opérateurs utilisés mais également du coût relatif aux tests de mise en route et de bon fonctionnement au cours du temps de la structure physique.

Du point de vue de l'ingénieur la structure de coût minimal n'est pas toujours la structure la plus intéressante. Ces remarques étant faites, il est possible, si on appelle nombre de couches ou de niveaux d'une structure combinatoire le nombre maximum d'opérateurs reliant une entrée à une sortie de la structure de classer les méthodes de synthèse en logique câblée suivant le nombre de niveaux ou de couches de la structure obtenue.

Exemple. — La structure combinatoire représentée par la figure III.8 et réalisée à l'aide d'opérateurs OU, ET, NI, ON est constituée de quatre couches. Elle matérialise une fonction booléenne g de six variables binaires $y = g(a, b, c, d, e, f)$.

Il est généralement commode de décomposer le problème de la synthèse d'une structure combinatoire comportant l sorties s_1, s_2, \dots, s_l en l problèmes

parallèles de synthèse de structures combinatoires à une entrée. Toutefois, cette décomposition ne garantit pas la minimisation du nombre d'opérateurs utilisés. Nous limiterons dans ce qui suit notre rappel à la synthèse des structures combinatoires comportant une seule sortie.

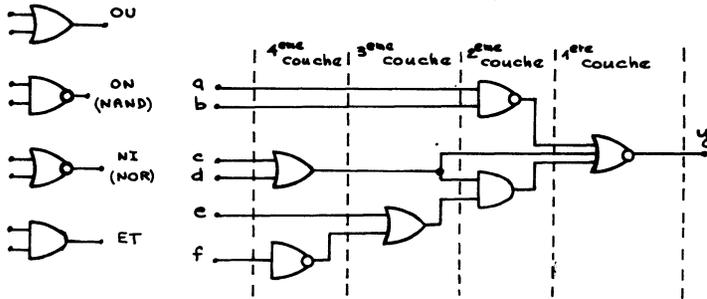


FIG. III. 8.

a) Les synthèses de structures du type trois couches

Ces méthodes sont basées sur la décomposition en somme logique de produits logiques des variables d'entrée ou de leurs compléments.

$$s_i = f_i(e_1, e_2, \dots, e_p) = \Sigma \Pi(e_1, \bar{e}_1, e_2, \bar{e}_2, \dots, e_p, \bar{e}_p)$$

ou sur la décomposition en produit logique de sommes logiques des variables d'entrée ou de leurs compléments

$$s_i = f_i(e_1, e_2, \dots, e_p) = \Pi \Sigma(e_1, \bar{e}_1, e_2, \bar{e}_2, \dots, e_p, \bar{e}_p)$$

Elles impliquent l'utilisation d'un catalogue d'opérateur constitués d'opérateurs OU, ET complément ; ou d'opérateurs NI (NOR) ; ou d'opérateurs ON (NAND).

Si le nombre p de variables d'entrée de la structure est inférieur à 6, il est commode de représenter les fonctions booléennes par des diagrammes de Karnaugh (D. K.). La synthèse s'effectue alors en utilisant la méthode décrite par l'ordinogramme de la figure III.9.

Exemple 1. — Effectuer la synthèse de la structure combinatoire S définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.10 en utilisant des opérateurs OU, ET, complément et une décomposition en produit de sommes puis en somme de produits.

La décomposition en produit de sommes logiques implique un développement à partir des zéros de la fonction. Par application de la méthode représentée par l'organigramme de la figure III.9, l'on obtient quatre groupes de deux cases adjacentes (fig. III.11)

$$y = (\bar{a} + \bar{b} + c) \cdot (a + c + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{a} + c + d)$$

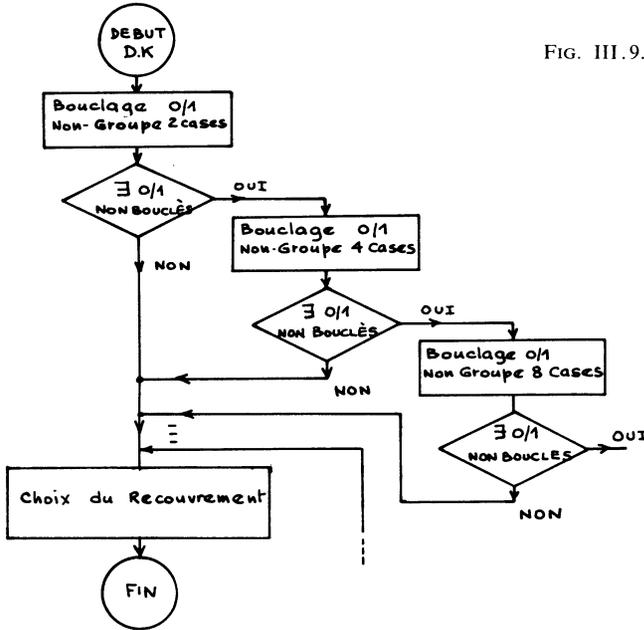


FIG. III.9.

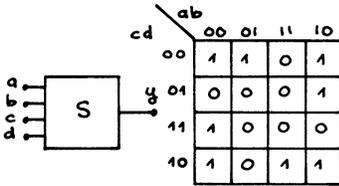


FIG. III.10.

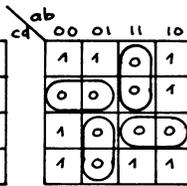


FIG. III.11.

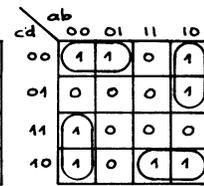


FIG. III.13.

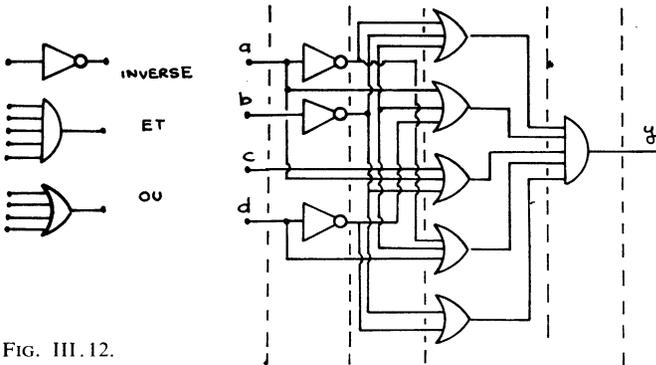


FIG. III.12.

Le choix de la technologie étant effectué il peut être nécessaire afin d'éviter les aléas statiques de multiplier le produit obtenu par le terme de recouvrement des quatre zéros du centre ($\bar{b} + \bar{d}$). Le schéma de réalisation de la structure combinatoire correspondante est donnée par la figure III.12.

La décomposition en somme de produits logiques implique un développement à partir des uns de la fonction. Par application de la méthode représentée par l'organigramme de la figure III.9 l'on obtient quatre groupes de deux cases adjacentes figure III.12).

$$y = \bar{a} . \bar{c} . \bar{d} . + a . \bar{b} . \bar{c} . + \bar{a} . \bar{b} . c . + a . c . \bar{d} .$$

Le choix de la technologie étant effectué il peut être nécessaire afin d'éviter les aléas statiques d'ajouter à la somme obtenue le terme de recouvrement $\bar{b} . \bar{d}$. Le schéma de réalisation de la structure combinatoire correspondante est donnée par la figure III.14.

Exemple 2. — Effectuer la synthèse de la structure combinatoire S définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.15 en utilisant des opérateurs NI (NOR) puis des opérateurs ON (NAND). L'utilisation d'opérateurs NI (NOR) implique le développement à partir des zéros de la fonction. En opérant comme précédemment l'on obtient un groupement possible de cases donné par la figure III.16 et

$$y = (\bar{a} + b + d)(a + \bar{b})(a + \bar{d})(a + \bar{c})(\bar{b} + \bar{c}) .$$

Le choix de la technologie étant effectué, il peut être nécessaire afin d'éviter les aléas statiques de multiplier le résultat obtenu par le terme de recouvrement ($\bar{c} + \bar{d}$). Le schéma de réalisation de la structure combinatoire correspondante est donnée par la figure III.17. L'utilisation d'opérateurs ON (NAND) implique le développement à partir des uns de la fonction. En procédant comme dans l'exemple 1 l'on obtient le groupement de cases donné par la figure III.18 et ainsi :

$$y = \bar{a} . \bar{b} . \bar{c} . \bar{d} . + a . b . \bar{c} . + a . \bar{b} . d .$$

Le terme de recouvrement $a . \bar{c} . d .$ peut, suivant la technologie utilisée être nécessaire afin d'éviter les aléas statiques. Dans ce cas le schéma de réalisation de la structure combinatoire est représenté par la figure III.19. Si le nombre p (fig. III.2) de variables d'entrée de la structure est supérieur à 6, il est nécessaire d'employer une méthode algébrique conduisant à un traitement par ordinateur en vérifiant préalablement que les temps de calcul, de programmation et la dimension de la machine utile ne constituent pas un problème insoluble. Dans le cas où les fonctions booléennes sont très incomplètement spécifiées l'application de la méthode des enveloppes et des différences ou de la méthode des zéros permettent de manière heuristique de donner rapidement une solution au problème de synthèse. Ces

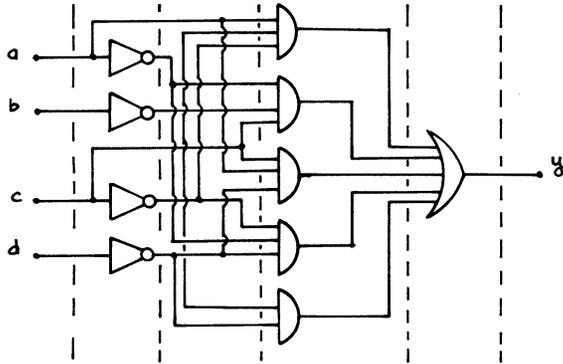


FIG. III.14.

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	0

FIG. III.15.

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	0

FIG. III.16.

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	0

FIG. III.18.

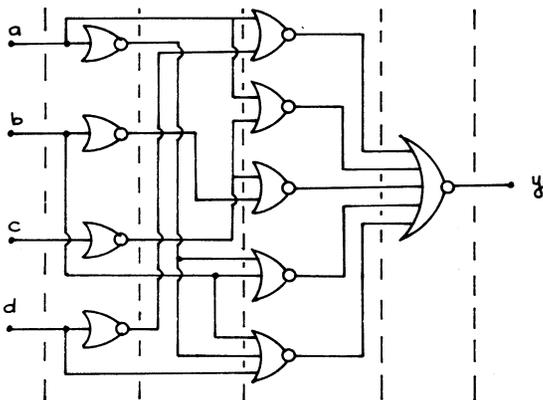


FIG. III.17.

méthodes ne garantissent pas l'obtention de la solution la plus simple. Nous ne les décrivons pas en nous limitant au rappel de la notion simple de différence et à son application sur des exemples.

Notion de différence. — Une fonction booléenne incomplètement spécifiée représentant une structure combinatoire peut être définie par ses zéros et par ses uns, ou plus simplement, par deux expressions littérales incluant pour l'une tous les zéros de la fonction et pour l'autre tous les uns de la fonction.

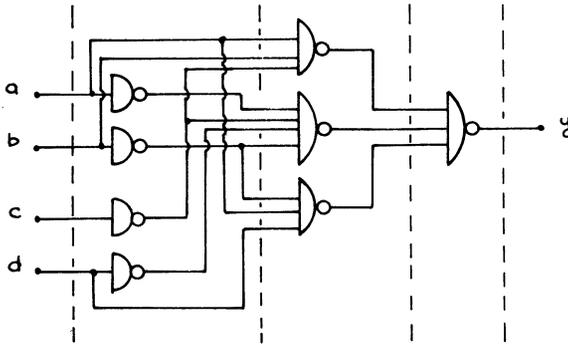


FIG. III.19.

Exemple 3. — Le diagramme de Karnaugh de la figure III.20 définit une fonction booléenne $y = f(a, b, c, d)$ incomplètement spécifiée. Cette fonction peut également être définie par les deux expressions

		ab			
		00	01	11	10
cd	00	-	-	-	1
	01	1	0	-	1
	11	1	0	-	1
	10	-	-	-	-

$$y_1 = a \cdot \bar{b} \quad \text{et} \quad y_0 = \bar{a} \cdot d$$

FIG. III.20.

L'intersection y_1 inclut tous les uns de la fonction correspondant aux cases entourées du diagramme de Karnaugh, l'intersection y_0 inclut tous les zéros de la fonction. L'examen de ces deux expressions montre que la variable a commune à y_1 et sous forme complémentée à y_0 inclut tous les uns de la fonction sans inclure aucun zéro. La variable a constitue la différence entre les termes $a\bar{b}$ et $\bar{a}d$. $y = a$ est une façon simple de représenter la fonction booléenne.

Exemple 4. — Une fonction booléenne $y = f(a, b, c, d)$ incomplètement spécifiée est donnée par les deux expressions littérales

$$\begin{aligned} y_1 &= a b c \\ y_0 &= \bar{a} d + \bar{b} c, \end{aligned}$$

couvrant respectivement les 1 et les 0 de la fonction.

a représente la différence entre les intersections abc et $\bar{a}d$

b représente la différence entre les intersections abc et $\bar{b}c$

$y = a.b$ est donc une façon simple de représenter la fonction booléenne donnée.

Exemple 5. — Une fonction booléenne $y = f(a, b, c, d, e, f)$ incomplètement spécifiée est donnée par les deux expressions littérales :

$$\begin{aligned} y_1 &= a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f} + abc\bar{d}\bar{e}\bar{f} + a\bar{b}\bar{c}d\bar{e}\bar{f} + ab\bar{c}d\bar{e}\bar{f} + a\bar{b}c\bar{d}e\bar{f} \\ &\quad + \bar{a}b\bar{c}de\bar{f} + \bar{a}\bar{b}cde\bar{f} + abc\bar{d}ef \end{aligned}$$

et

$$y_0 = \bar{a}b\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f} + a\bar{b}cde\bar{f} + abcde\bar{f} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}def + a\bar{b}\bar{c}def,$$

couvrant respectivement les 1 et 0 de la fonction a . \bar{e} représente la différence entre l'expression

$$a\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e}\bar{f} + abc\bar{d}\bar{e}\bar{f} + a\bar{b}\bar{c}d\bar{e}\bar{f} + ab\bar{c}d\bar{e}\bar{f} \quad \text{et} \quad y_0$$

$\bar{a}d$ représente la différence entre l'expression

$$\bar{a}b\bar{c}de\bar{f} + \bar{a}\bar{b}cde\bar{f} \quad \text{et} \quad y_0$$

$c\bar{d}e$ représente la différence entre l'expression

$$a\bar{b}c\bar{d}ef + abc\bar{d}ef \quad \text{et} \quad y_0$$

$y = a\bar{e} + \bar{a}d + c\bar{d}e$ est donc une façon simple de représenter la fonction booléenne donnée.

b) *Les synthèses de structures du type multi-couches*

Ces méthodes sont basées sur la recherche d'une décomposition intéressante de la fonction booléenne représentant la structure combinatoire. Nous nous limiterons au rappel de la notion de décomposition et à quelques exemples simples de synthèse.

Décomposition d'une fonction booléenne. — Soit $y = f(e_1, e_2, \dots, e_p)$ une fonction booléenne. On appelle décomposition de cette fonction l'ensemble des fonctions booléennes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$ telles que :

$$\alpha_1(S^1, A^1), \quad \alpha_2(S^2, A^2), \quad \dots, \quad \alpha_j(S^j, A^j), \quad \dots, \quad \alpha_q(S^q, A^q)$$

avec $\alpha_q = f$ et pour $1 \leq j \leq q$

$$S^j \subseteq \{e_1, e_2, \dots, e_q\}, \quad A^j \subseteq \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{j-1}\}, \quad A^1 = \emptyset$$

Exemple 1. — La fonction booléenne $y = f(e_1, e_2, e_3)$ matérialisée par le schéma de la figure III.21 peut être définie par la décomposition $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ suivante.

$$\begin{array}{ll} \alpha_1 = e_1 + e_2 & S^1 = \{e_1, e_2\} \\ \alpha_2 = \alpha_1 \cdot e_2 \cdot e_3 & S^2 = \{e_2, e_3\} \\ \alpha_3 = \bar{\alpha}_1 & S^3 = \Phi \\ \alpha_4 = \alpha_2 \oplus \alpha_3 & S^4 = \Phi \end{array} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} A^2 = \alpha_1 \\ A^3 = \alpha_1 \\ A^4 = \{\alpha_2, \alpha_3\} \end{array}$$

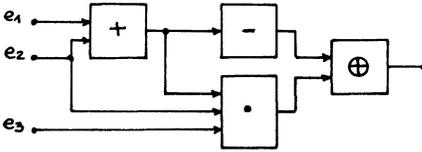


FIG. III. 21.

Exemple 2. — Effectuer la synthèse de la structure combinatoire définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.22 en utilisant des opérateurs « multiplexeur digital élémentaire » T à trois entrées (e_0, e_1, g) (fig. III.23) tels que

$$\begin{array}{l} y = T(e_0, e_1, g) = e_0 \text{ quel que soit } e_0 \text{ si } g = 0 \\ y = T(e_0, e_1, g) = e_1 \text{ quel que soit } e_1 \text{ si } g = 1 \end{array}$$

L'examen des colonnes du diagramme de Karnaugh montre qu'il existe seulement deux types de colonnes distinctes. Les colonnes repérées par les valeurs de a, b, c : 000, 010, 100, 101, 001, 011, 111, 110.

Il est donc possible d'indexer ces ensembles par une variable binaire α_1 . La fonction peut se décomposer comme suit :

$$z = f(a, b, c, d, e) = \alpha_2(\alpha_1(a, b, c), d, e)$$

Les fonctions $\alpha_2(\alpha_1, d, e)$ et $\alpha_1(a, b, c)$ étant définies par les diagrammes de Karnaugh donnés par les figures III.24 et III.25. L'opérateur T choisi est tel que : quelle que soit la fonction booléenne

$$w = h(e_1, e_2, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_p),$$

$$w = T(h(e_1, e_2, \dots, e_{i-1}, 0, e_{i+1}, \dots, e_p), h(e_1, e_2, \dots, e_{i-1}, 1, e_{i+1}, \dots, e_p), e_i)$$

Il est donc possible de matérialiser la structure combinatoire par le schéma représenté par la figure III.26.

Le nombre de couches de la structure obtenue est égal à 3 et le temps de réponse du circuit est au maximum égal à 3τ si τ dénote le temps de réponse d'un opérateur T élémentaire.

FIG. III. 22.

		bc							
de	00	01	11	10	00	01	11	10	
00	0	1	1	0	0	0	1	1	
01	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	0	1	1	0	0	0	1	1	
10	1	0	0	1	1	1	0	0	
		a=0				a=1			

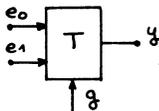


FIG. III. 23.

		α_1	
de	00	0	1
01	0	0	0
11	0	1	0
10	1	0	0

FIG. III. 24.

		bc			
a	0	00	01	11	10
0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0

FIG. III. 25.

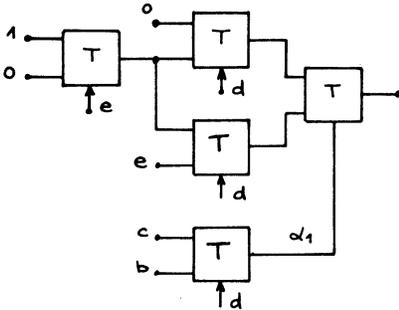


FIG. III. 26.

Exemple 3. — Effectuer la synthèse de la structure combinatoire $z = f(a, b, c, d, e, f)$ définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.27 en utilisant des opérateurs ON (NAND). Il est possible de trouver un schéma en développant directement par rapport au 1 de la fonction le diagramme de Karnaugh donné. Toutefois l'examen du diagramme et de son équivalent représenté par la figure III.28 montre qu'il existe dans ces tableaux seulement deux types de colonnes distinctes (fig. III.27) ou seulement deux types de lignes distinctes. Par application directe de l'exemple précédent

$$z = \alpha_1(\alpha_2(a, b, c), d, e, f)$$

et

$$z = \beta_1(\beta_2(d, e), a, b, c, d, e, f)$$

Ces deux relations impliquent l'existence d'une décomposition de la forme

$$z = \gamma(\alpha_2(a, b, c), \beta_2(d, e), f)$$

Les fonctions γ , α_2 , β_2 sont définies par les diagrammes de Karnaugh des figures III.29, III.30, III.31 et la structure combinatoire matérialisée par le schéma de la figure III.32.

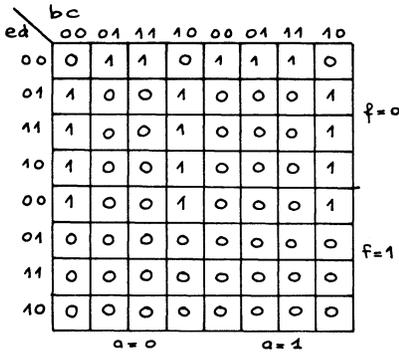


FIG. III. 27.

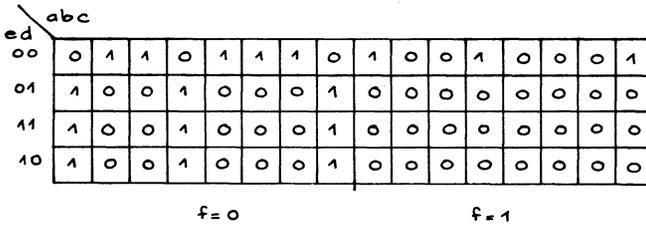


FIG. III. 28.

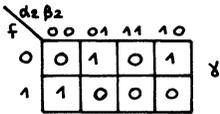


FIG. III. 29.

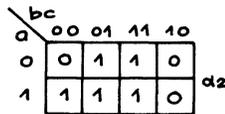


FIG. III. 30.

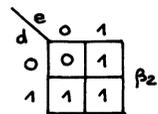


FIG. III. 31.

Exemple 4. — Matérialiser à l'aide d'opérateurs NI (NOR), la structure combinatoire correspondant au digit C_3 d'un additionneur de deux nombres A et B de trois digits binaires $(A)_{10} = (a_2, a_1, a_0)_2$, $(B)_{10} = (b_2, b_1, b_0)_2$ définis dans un code binaire naturel.

Le nombre $(C)_{10}$ est tel que : $(A)_{10} = (B)_{10} = (C)_{10}$ soit

$$(a_2, a_1, a_0)_2 + (b_2, b_1, b_0)_2 = (c_3, c_2, c_1, c_0)_2$$

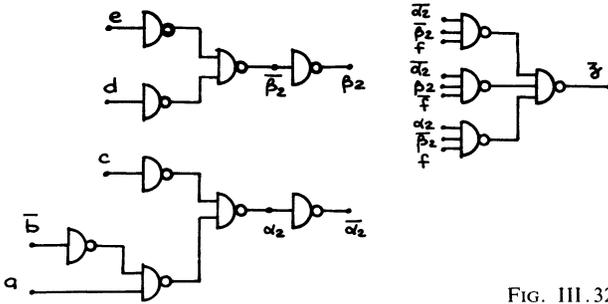


FIG. III.32.

C_3 qui est le digit de plus fort poids peut être représenté par le diagramme de Karnaugh de la figure III.33 où les diagrammes équivalents non détaillés donnés par les figures III.34 et III.35. L'examen de ces deux dernières tables montre qu'il existe seulement deux types de colonnes distinctes dans la première (fig. III.34) et deux types de lignes distinctes d dans la seconde (fig. III.35).

$b_2 b_1 b_0$	$a_2 a_1 a_0$							
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1

FIG. III.33.

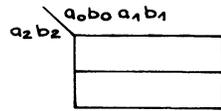


FIG. III.34.

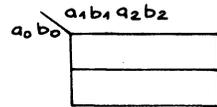


FIG. III.35.

Par application directe de l'exemple 1

$$c_3 = g(a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0)$$

est tel que

$$c_3 = \alpha_1(\alpha_2(a_0, b_0, a_1, b_1), a_2, b_2)$$

$$c_3 = \beta_1(\beta_2(a_0, b_0), a_1, b_1, a_2, b_2).$$

Ces deux relations impliquent l'existence d'une décomposition de la forme :

$$c_3 = f(f(f(a_0, b_0, 0), a_1, b_1), a_2, b_2)$$

La fonction f est définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.36 et le circuit correspondant à la structure combinatoire par la figure III.37.

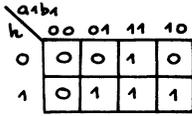


FIG. III.36.

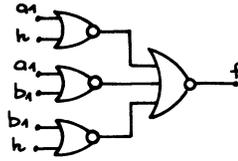


FIG. III.37.

REMARQUE 1. — Les structures multicouches obtenues sont plus lentes mais elles nécessitent généralement moins d'opérateurs que les structures du type trois couches.

REMARQUE 2. — Les exemples traités impliquent l'existence de diagrammes de Karnaugh comportant deux types de colonnes distinctes ou deux types de lignes distinctes. Dans le cas général si on dénote k le nombre de colonnes ou de lignes distinctes d'un diagramme de Karnaugh (Y, Z) définissant une fonction booléenne $x = f(e_1, e_2, \dots, e_p)$ il est toujours possible d'écrire :

$$X = f(e_1, e_2, \dots, e_p) = \beta(\alpha_1(Y), \alpha_2(Y), \dots, \alpha_r(Y), Z)$$

où

$$Y \cup Z = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}, \quad Y \cap Z = \emptyset$$

et

$$2^{r-1} < k \leq 2^r$$

Exemple 5. — Le diagramme de Karnaugh (fig. III.38) d'une fonction $x = g(Y, Z)$ ou $Y = \{a, b, c, d\}$ possède 16 colonnes. L'examen colonne par colonne du tableau 0000, 0001, ..., 0011, ... montre qu'il existe seulement six types de colonnes distinctes dénotés H, I, J, K, L, M :

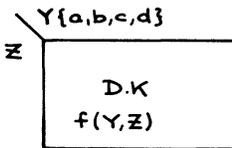


FIG. III.38.

- H 0001, 1000, 1001, 1101
- I 1010, 1100
- J 1110, 1111, 0111, 1011
- K 0000, 0011, 0110
- L 0010, 0100
- M 0101

Il suffit de trois variables $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ pour repérer ces colonnes et la fonction $x = g(Y, Z)$ peut donc s'écrire :

$$x = \beta(\alpha_1(a, b, c, d), \alpha_2(a, b, c, d), \alpha_3(a, b, c, d), Z)$$

Le calcul du nombre de fonctions distinctes $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ est un problème combinatoire dont le résultat est intéressant, il est en effet possible de choisir le triplet $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ de 1.065.120 manières distinctes.

REMARQUE 3. — Comme dans le cas de la synthèse des structures du type trois couches, il existe des méthodes algorithmiques conduisant à un traitement par ordinateur et à l'obtention automatique de structures multicouches. Avant toute application d'une méthode particulière, une estimation des temps de calcul, de programmation et de la taille de la machine utile est toujours nécessaire.

III.2.2. Synthèse en logique programmée

Les méthodes de synthèse en logique programmée des structures combinatoires sont basées sur la notion de simulation en temps réel d'un circuit combinatoire par une machine séquentielle généralement synchrone. Précisons cette notion de temps réel sur un exemple simple. Considérons le circuit combinatoire composé de trois portes ON (NAND) représenté par la figure III.39 et matérialisant le diagramme de Karnaugh de la figure III.40. La sortie S de ce circuit est égale à 0 si les entrées prennent les valeurs $a = 0, b = 1, c = 0, d = 1$.

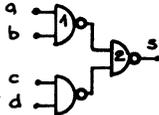


FIG. III.39.

		ab			
		00	01	11	10
cd	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	1
	10	0	0	1	0

FIG. III.40.

Modifions la valeur de a sans changer les autres valeurs des entrées, la sortie S prend la valeur 1. Toutefois, bien que le modèle du circuit soit une fonction booléenne il s'écoule un temps fini T égal à la somme des temps de réponse élémentaires t_1 et t_2 des deux couches du circuit figure III.41 c'est-à-dire des portes ON (NAND) dénotées 1 et 2. Une machine séquentielle permettra une simulation en temps réel du circuit combinatoire si il est possible, sans modifier du point de vue de l'utilisateur le comportement dynamique de l'ensemble, de remplacer ce circuit par cette machine séquentielle. Cette contrainte impose donc la réalisation d'une structure de calcul des valeurs de la variable S donnée par l'expression $S = ab + cd$, à partir de valeurs mesurées des variables a, b, c, d , en un temps inférieur ou égal à T. La structure de calcul est obtenue soit à partir d'un assemblage spécialisé de composants intégrés, soit à partir de la spécialisation par programme d'une machine séquentielle plus générale dénotée automate ou séquenceur programmable.

L'application industrielle des méthodes de synthèse en logique programmée résulte des progrès importants, temps de lecture-écriture, coût des mémoires, réalisés dans le domaine de l'intégration à grande échelle des composants logiques de l'électronique. Nous ne décrirons pas ces méthodes en nous limitant à trois exemples de réalisation en logique synchrone de la structure combinatoire définie ci-dessus.

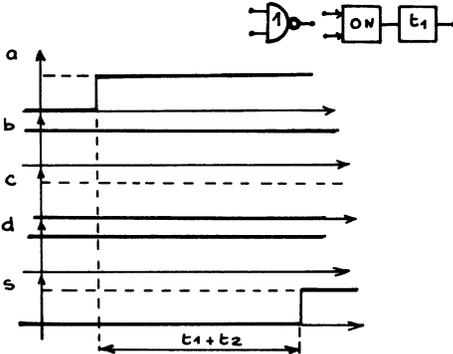


FIG. III.41.

Exemple 1. — La figure III.42 représente schématiquement l'utilisation d'une mémoire morte 4×4 comportant quatre lignes et quatre colonnes. L'état logique des 16 cellules élémentaires de la mémoire correspond au diagramme de Karnaugh de la figure III.40. Les valeurs prises par les variables c, d permettent par l'intermédiaire d'un ensemble décodeur-registre tampon C, la sélection d'une colonne. Les valeurs prises par les variables a, b permettent, par l'intermédiaire d'un ensemble décodeur-registre tampon L, la sélection d'une ligne. Une structure de commande synchrone élémentaire dénotée h impose, après la sélection d'une cellule de la mémoire, le forçage d'une bascule de sortie A à la valeur de la fonction mémorisée. Le fonctionnement de l'ensemble peut être résumé par l'ordigramme de la figure III.43. La durée totale du cycle doit être inférieure

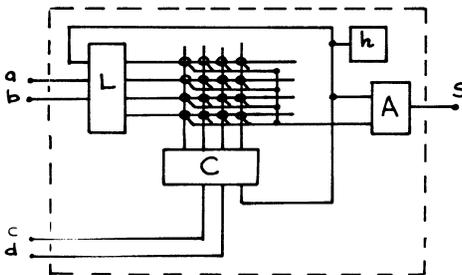


FIG. III.42.

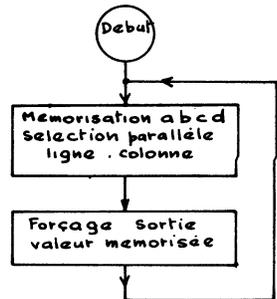


FIG. III.43.

ou égale à T (fig. III.41) afin d'obtenir un fonctionnement satisfaisant.

La synthèse de la structure combinatoire implique dans cet exemple la mémorisation de toutes les valeurs définies du modèle booléen associé.

Exemple 2. — La figure III.44 représente schématiquement une machine séquentielle logique synchrone spécialisée permettant l'exécution automatique d'un ordinogramme de calcul de l'expression $S = a.b + c.d$. Cet ordinogramme donné par la figure III.45 est basé sur des tests successifs des valeurs prises par les variables a, b, c, d , et d'une opération de forçage de la sortie.

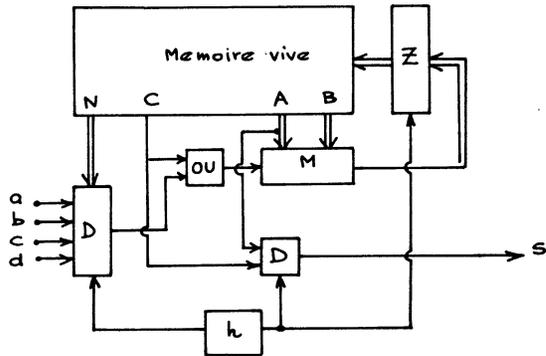


FIG. III.44.

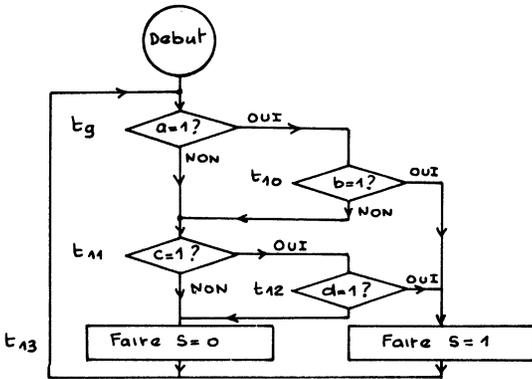


FIG. III.45.

La machine séquentielle se compose :

— d'une mémoire vive adressable par un registre Z donnant 8 adresses (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111). Chaque case adressable de la mémoire est constituée de neuf cellules mémoires élémentaires représentant un mot. La figure III.46 représente la décomposition d'un mot et le chargement initial de la mémoire correspondant au programme de calcul de $S = a.b + c.d$ à l'aide de l'ordinogramme de la figure III.45. Le digit C correspond au

code opération : $C = 0$ indique un branchement, $C = 1$ un forçage de la sortie. Les deux digits dénotés N donnent l'adresse de l'entrée à tester $\{0, 0\} = a$, $\{0, 1\} = b$, $\{1, 1\} = c$, $\{1, 0\} = d$ ou l'adresse de la sortie $s = \{0, 0\}$. Les 3 digits A et les 3 digits B représentent respectivement, en cas de branchement, l'adresse de l'instruction suivante pour $a = 0$ (A) ou pour $a = 1$ (B). Ils indiquent dans le cas où une valeur est imposée à la sortie ($C = 1$) la valeur de celle-ci (digit de plus fort poids de A) et l'adresse de l'instruction suivante (3 digits de B) :

- d'un démultiplexeur D sélectionnant en fonction des valeurs de N l'entrée à examiner,
- d'un ensemble porte OU-démultiplexeur M de sélection d'adresse dont l'entrée y aiguille A ($y = 0$) ou B ($y = 1$) à l'entrée du registre Z ,
- d'une mémoire bistable de sortie D ,
- d'une structure de commande élémentaire dénotée h permettant le séquençement des opérations.

Adresse mémoire	C	N	A			B		
0 1 0 1 0	0	0 0	0	1 0	1	0	1 1	0
0 1 0 1	0	1 1	1	0 1	1	1	1 0	0
0 1 1 0	0	0 1	0	0 0	1	1	0 0	1
0 1 1 1	1	0 0	0	0 0	0	0	0 0	0
1 1 0 0	0	1 0	1	0 0	1	0	1 1	1
1 0 1	1	0 0	1	0 0	0	0	0 0	0

FIG. III.46.

La synthèse de la structure combinatoire implique dans cet exemple la construction d'un ordinogramme de calcul du modèle booléen puis le chargement dans la mémoire du programme correspondant. Afin d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant de l'ensemble, la durée du cycle, qui est égale $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$ (fig. III.45), doit être inférieure à T .

Exemple 3. — Les entrées 102, 103, 104, 105 d'un séquenceur programmable étant reliées à a , b , c , d et la sortie s prise en A17 il suffit en utilisant la console de rentrer dans les cases mémoires d'adresse C_{30} , C_{31} ,... la version hexadécimale du programme suivant :

C30	SI 102	C34	SI 104
C31	SI 103	C35	SI 105
C32	ET A00	C36	ET A17
C33	SI A00	C37	SAUT C80

Le temps de réponse se déduit du nombre d'instructions du programme et des temps de réponse des circuits d'entrée et de sortie du séquenceur.

III.3. Synthèse des structures séquentielles asynchrones

La synthèse d'une structure séquentielle matérialisant physiquement un modèle séquentiel asynchrone de Mealy ou de Moore (III.1.b) s'effectue soit en utilisant un assemblage d'opérateurs combinatoires et les retards inhérents à ces opérateurs; soit en utilisant un assemblage d'opérateurs combinatoires et d'opérateurs séquentiels asynchrones élémentaires; soit enfin en utilisant une structure séquentielle synchrone câblée ou programmée. Il existe de nombreuses méthodes de description et de synthèse des structures de commande asynchrones. Nous nous limiterons, en traitant deux exemples d'application, au rappel de la méthode de Huffman.

Cette méthode est décrite par l'ordinogramme de la figure III.47. Elle peut se décomposer comme suit :

— *Étapes 1, 2, 3.* — Construction progressive à partir d'un état initial d'une table matricielle dénotée matrice primitive des phases. Cette table résume l'ensemble des séquences entrées-sorties de la machine. Elle donne avec ou sans redondance, une première estimation du nombre maximum d'états internes nécessaires.

— *Étapes 4.* — Simplification de la table matricielle et obtention du nombre minimum d'états résumant les évolutions passées des entrées.

— *Étapes 5.* — Représentation des états par les valeurs prises par un ensemble de variables secondaires. Cette représentation implique le choix d'un code respectant les adjacences des états. Le problème du codage est un problème difficile si le critère de choix du code est basé sur la minimisation du nombre de variables secondaires utilisées. Il existe des méthodes permettant de trouver systématiquement un code adjacent. La plus simple de ces méthodes correspond au choix du code 1 parmi n . Ce codage dénoté codage canonique est utilisé par exemple de manière implicite lors de l'utilisation de séquenceur dans le domaine de l'automatisation pneumatique.

— *Étapes 6, 7, 8.* — Synthèse d'un ensemble de structures combinatoires donnant soit les variables secondaires et les sorties, soit les grandeurs d'entrée des structures séquentielles élémentaires et les sorties. Le choix d'une technologie étant effectué il est important de vérifier le respect des contraintes temporelles : variations temporelles des entrées-temps de réponse du circuit.

REMARQUE. — La matrice primitive des phases est un tableau qui comporte si p est le nombre d'entrées et m le nombre de variables secondaires 2^p colonnes et 2^m lignes. Les dimensions géométriques de ce tableau et

le nombre des séquences à analyser afin de le remplir constituent des obstacles naturels à l'utilisation de la méthode de Huffman.

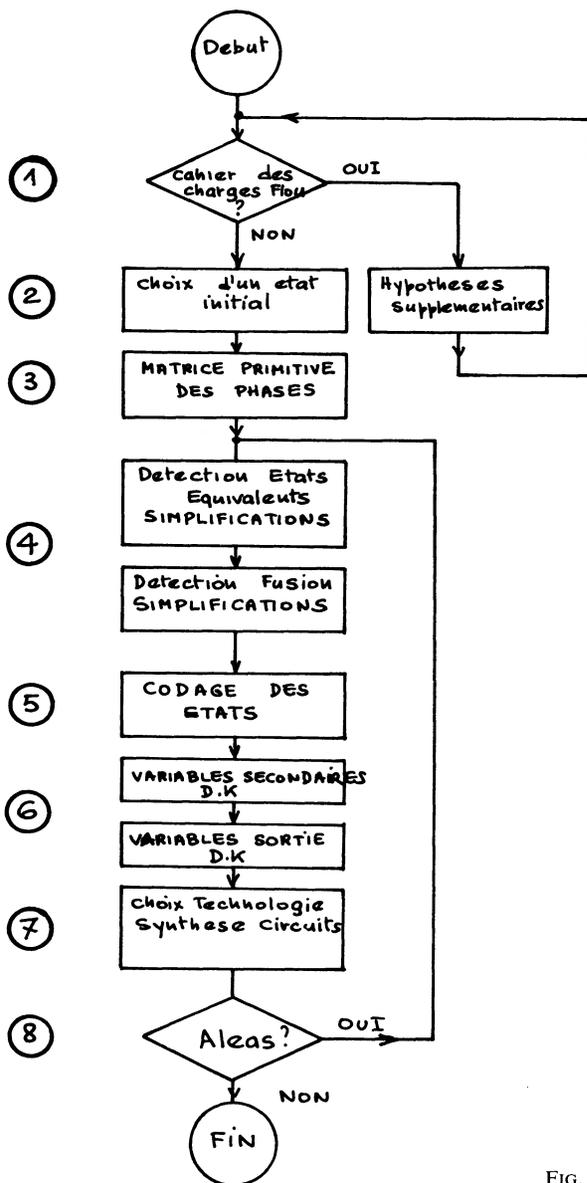


FIG. III.47.

Exemple 1. — En utilisant des opérateurs NI (NOR) à six entrées construire un circuit permettant de résoudre le problème suivant :

Soient deux boutons poussoirs m et n et une lampe L. Les boutons poussoirs étant initialement relâchés et la lampe L éteinte, celle-ci s'allume seulement après la séquence décrite ci-dessous et s'éteint ou reste éteinte pour toute autre séquence : m est appuyé et n relâché ; m est relâché et n relâché ; m est relâché et n appuyé ; m est relâché et n est relâché.

Les étapes 1, 2 et 3 de la méthode de Huffman conduisent au choix d'un état initial (1) (fig. III.48) puis au tracé de la séquence d'allumage de la lampe L (fig. III.49 ou fig. III.50). Ces deux figures diffèrent par les hypothèses relatives aux possibilités de variations simultanées des entrées. La matrice primitive des phases (fig. III.49) est alors complétée (fig. III.51). Il n'existe pas d'états équivalents et seule une simplification par fusion peut être effectuée (fig. III.52). La matrice réduite possède six lignes a, b, c, d, e, f . Trois variables secondaires x, y, z sont nécessaires pour coder ces lignes. Un codage respectant les adjacences est donné par le diagramme de

mn		00	01	11	10	L
/	1					0
/						
/						
/						

FIG. III.48.

mn		00	01	11	10	L
/	1			2		0
/	3			2	0	
/	3	4			0	
/	5	4			0	
/	5				1	
/	1	6			0	
/	1		7		0	
/	1			8	0	

FIG. III.49.

mn		00	01	11	10	L
/	1		-	2	0	
/	3	-		2	0	
/	3	4	-		0	
/	5	4	-		0	
/	5		-		1	
/	1	6			0	
/	-	6	7	8	0	
/	1	-		8	0	

FIG. III.50.

mn		00	01	11	10	L
/	1	6	7	2	0	
/	3	6	7	2	0	
/	3	4	7	8	0	
/	5	4	7	8	0	
/	5	6	7	8	1	
/	1	6	7	8	0	
/	1	6	7	8	0	
/	1	6	7	8	0	

FIG. III.51.

mn		00	01	11	10	L
/	a	1	6	7	2	0
/	b	3	6	7	2	0
/	c	3	4	7	8	0
/	d	5	4	7	8	0
/	e	5	6	7	8	1
/	f	1	6	7	8	0

FIG. III.52.

xy		00	01	11	10
/	0	a	b	c	f
/	1	-	-	d	e

FIG. III.53.

Karnaugh de la figure III.53 puis explicité sur le triple diagramme de Karnaugh de la figure III.54. Le problème séquentiel est réduit à un problème combinatoire. Les fonctions :

$$\begin{aligned} z(t + \tau) &= f_z(m(t), n(t), x(t), y(t), z(t)) \\ y(t + \tau) &= f_y(m(t), n(t), x(t), y(t), z(t)) \\ x(t + \tau) &= f_x(m(t), n(t), x(t), y(t), z(t)) \end{aligned}$$

$$L = g(m, n, x, y, z)$$

sont définies par les diagrammes de Karnaugh de la figure III.55. Une synthèse en logique câblée à l'aide d'opérateurs NI à six entrées, dans l'hypothèse du choix d'une structure du type trois couches, implique un développement par rapport aux 0 de ces fonctions. Le circuit résultant est donné par la figure III.56. Il est nécessaire d'ajouter à ce circuit, des circuits permettant d'éliminer les aléas provenant du rebondissement des boutons poussoirs.

		mn				
		00	01	11	10	L
a	z	000	000	001	001	0
	y	001	000	001	001	0
c	x	011	011	111	001	0
	z	010	011	000	000	010
		110	---	---	---	---
d	x	111	101	111	011	0
	y	101	101	001	001	001
		100	---	---	---	---

FIG. III.54.

		mn												
		00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	L
a	z	000	000	001	001	000	001	001	001	000	001	001	001	0
	y	001	000	001	001	000	001	001	001	000	001	001	001	0
c	x	011	011	111	001	011	011	111	001	011	011	011	0	
	z	010	011	000	000	010	011	000	000	010	011	000	010	0
		110	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
d	x	111	101	111	011	111	101	111	011	111	101	111	0	
	y	101	101	001	001	101	101	001	001	101	101	001	001	1
		100	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	

FIG. III.55.

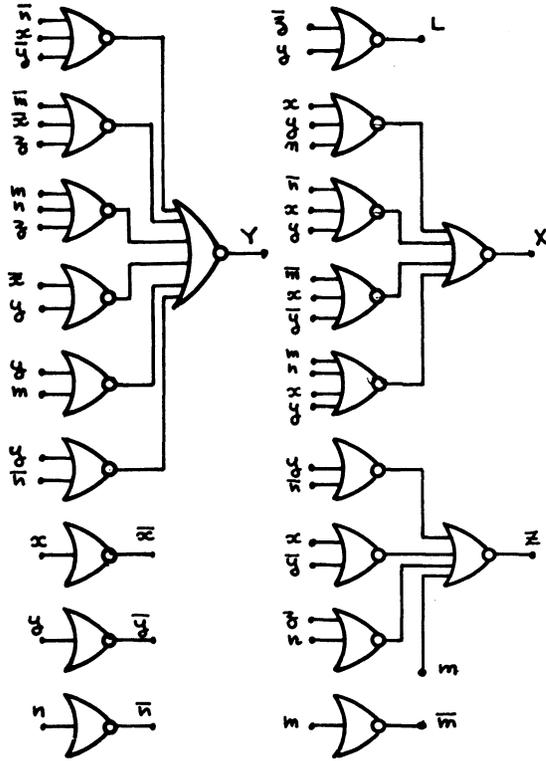


FIG. III. 56.

Exemple 2. — Un système indicateur du sens de rotation d'un arbre mécanique est représenté par la figure III.57. Il se compose principalement :

— d'un disque solidaire de l'arbre et présentant alternativement des zones opaques et des zones transparentes,

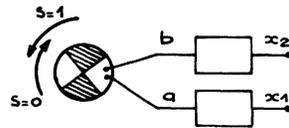


FIG. III. 57.

— de deux ensembles détecteur de seuil — photodiode — source lumineuse *a* et *b*. La distance entre les photodiodes est inférieure à l'arc du plus petit secteur opaque ou transparent,

— d'une structure séquentielle *S*.

La sortie *S* de l'indicateur prend la valeur $S=0$ quand le disque tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la valeur $S=1$ dans le sens inverse. Effectuer la synthèse de la structure séquentielle en utilisant des

portes ON (NAND) à cinq entrées. Le problème posé implique la construction d'un détecteur du signe de la vitesse d'un arbre mécanique. L'information de sortie S étant binaire il est nécessaire de préciser le cahier des charges dans le cas où l'arbre mécanique est immobile en adoptant par exemple les hypothèses supplémentaires suivantes.

S = 0 si le disque mécanique tourne dans le sens des aiguilles d'une montre ou s'est arrêté après avoir tourné dans ce sens. S = 1 si le disque mécanique tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ou s'est arrêté après avoir tourné dans ce sens.

Cette remarque étant faite, les étapes 2 et 3 de la méthode conduisent au choix d'un état initial (1) (fig. III.58) puis au tracé de la matrice primitive des phases (fig. III.59). Il n'existe pas d'états équivalents et seule une simplification par fusion peut être effectuée (fig. III.60). La matrice réduite possède quatre lignes. Deux variables secondaires y_1, y_2 sont nécessaires pour coder ces lignes. Un codage respectant les adjacences est donné par le diagramme de Karnaugh de la figure III.61. Le problème séquentiel est réduit à un problème combinatoire. Les fonctions :

$$y_1(t + \tau) = f_1(x_1(t), x_2(t), y_1(t), y_2(t))$$

$$y_2(t + \tau) = f_2(x_1(t), x_2(t), y_1(t), y_2(t))$$

$$S = g(x_1, x_2, y_1, y_2)$$

$x_1 x_2$	00	01	11	10	S
1	2	-	8	0	
5	2	3	-	0	
-	6	3	4	0	
1	-	7	4	0	
5	2	-	8	1	
5	6	3	-	1	
4	6	7	4	1	
1	-	7	8	1	

FIG. III.59.

FIG. III.58.

$x_1 x_2$	00	01	11	10
1	2	7	8	
5	2	3	8	
5	6	3	4	
1	6	7	4	

FIG. III.60.

$x_1 x_2$	00	01	11	10	S
1					0
$y_1 y_2$	00	01	11	10	
00	00	01	10	00	
01	01	01	11	00	
11	01	11	11	10	
10	00	11	10	10	

FIG. III.61.

sont définies par les diagrammes de Karnaugh de la figure III.62. Dans l'hypothèse du choix d'une structure trois couches construite à l'aide d'opérateurs ON (NAND) un développement par rapport aux 1 de ces fonctions est effectué. Le circuit résultant est représenté par la figure III.63.

REMARQUE 3. — L'exemple 1 donné ci-dessus montre que le développement par rapport aux 1 ou aux 0, d'une fonction de 5 ou 6 variables n'est pas toujours commode. Le codage étant effectué, il est possible, pour les

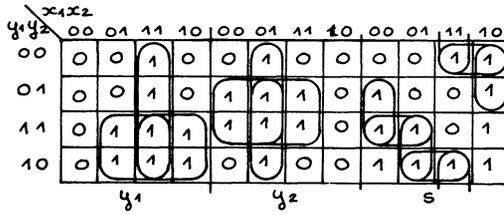


FIG. III. 62.

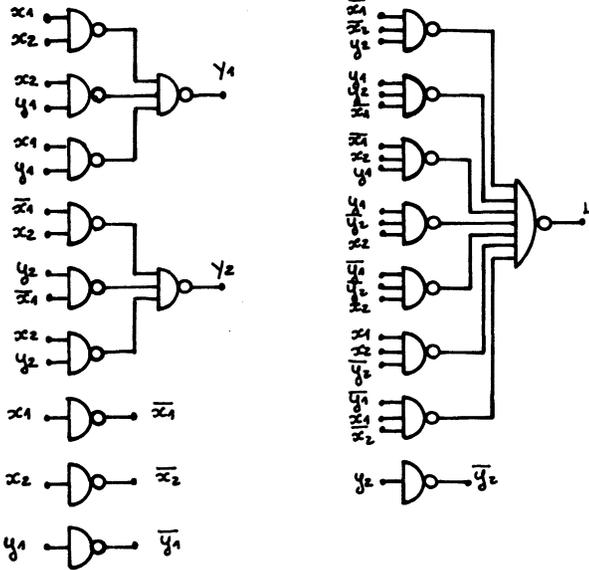


FIG. III. 63.

variables secondaires, d'éviter ce développement et d'écrire directement les équations sous la forme d'un produit de sommes ou d'une somme de produits. Cette écriture est basée sur la décomposition par rapport à une variable d'une fonction booléenne.

Soit $x_i(t + \tau)$ une variable secondaire d'un modèle asynchrone (III.1.b). Il est toujours possible d'écrire :

$$x_i(t + \tau) = g_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t))$$

et la fonction g_i peut être définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.64. Ce diagramme comporte deux lignes, il possède donc au maxi-

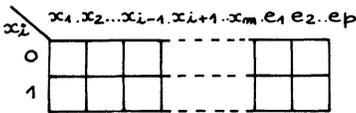


FIG. III. 64.

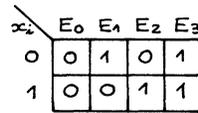


FIG. III. 65.

mun et quel que soit le nombre de variables secondaires et le nombre de variables d'entrées, quatre types de colonnes distinctes. L'ensemble des valeurs prises par les variables $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_m, e_1, e_2, \dots, e_p$ peut être partitionné en 4 sous-ensembles S_0, S_1, S_2, S_3 repérés par des variables E_0, E_1, E_2, E_3 ; E_i indiquant l'appartenance à un sous-ensemble S_i .

Le diagramme de Karnaugh précédant se réduit donc au diagramme de la figure III.65. En développant par rapport aux 1 cette dernière table :

$$x_i(t + \tau) = E_3 + \bar{x}_i \cdot E_1 + x_i(E_2 + E_3)$$

L'ensemble S_1 est habituellement vide, la colonne E_1 ne comportant pas d'état stable puisque dans cette colonne

$$x_i(t + \tau) = \bar{x}_i(t)$$

Dans cette hypothèse $x_i(t + \tau) = E_3 + x_i(E_2 + E_3)$ ou, les colonnes étant disjointes.

$$x_i(t + \tau) = E_3 + x_i \cdot \bar{E}_0$$

L'équation relative à la variable secondaire x_i s'obtient donc directement à partir de la matrice codée en déterminant la somme $(\Sigma\Pi)_e$ des produits des variables secondaires différents de x_i et des entrées correspondant à l'enclenchement c'est-à-dire au passage de 0 à 1 de la variable x_i .

La somme $(\Sigma\Pi)_\delta$ des produits des variables secondaires différents de x_i et des entrées correspondant au déclenchement c'est-à-dire au passage de 1 à 0 de la variable x_i et

$$x_i(t + \tau) = (\Sigma\Pi)_e + x_i(\Sigma\Pi)_\delta$$

De la même manière en développant par rapport aux 0 le diagramme de Karnaugh de la figure III.65

$$x_i(t + \tau) = E_0 \cdot (\bar{x}_i + E_1)(x_i + E_2)$$

L'ensemble S_1 est habituellement vide la colonne E_1 ne comportant pas d'état stable. Dans cette hypothèse,

$$x_i(t + \tau) = E_0 + x_i \cdot E_2$$

L'équation relative à la variable secondaire x_i s'obtient donc directement à partir de la matrice codée en déterminant :

— le produit $(\Pi\Sigma)_\delta$ des sommes des variables secondaires différentes de x_i et des entrées correspondant au déclenchement c'est-à-dire au passage de 1 à 0 de la variable x_i ,

— le produit $(\Pi\Sigma)_{\mu_0}$ des sommes des variables secondaires différentes de x_i et des entrées correspondant au maintien à 0 de la variable x_i

$$x_i(t + \tau) = (\Pi\Sigma)_\delta[x_i + (\Pi\Sigma)_{\mu_0}]$$

Exemple 3. — Appliquons les résultats ci-dessus à la variable secondaire y du diagramme de Karnaugh donné par la figure III.66 et représentant une partie du diagramme de Karnaugh de la figure III.54.

Développement par rapport au 1 :

$$(\Sigma\Pi)_e = \bar{z}.\bar{x}.m.\bar{n}$$

$$(\Sigma\Pi)_\delta = \bar{z}.m.n + \bar{z}.\bar{x}.n + \bar{z}.x.m + z.x.\bar{m}.\bar{n}$$

$z \ y \ x$	00	01	11	10
000	0	0	0	1
001	0	0	0	0
011	1	1	0	0
010	1	0	0	1
110	-	-	-	-
111	0	1	1	1
101	0	0	0	0
100	-	-	-	-

FIG. III. 66.

et

$$y(t + \tau) = \bar{z}.\bar{x}.m.\bar{n} + y.(\bar{z}.m.n + \bar{z}.\bar{x}.n + \bar{z}.x.m + z.x.\bar{m}.\bar{n})$$

Développement par rapport aux 0 :

$$(\Pi\Sigma)_\delta = (z + \bar{m} + \bar{n})(z + x + \bar{n})(z + \bar{x} + \bar{m})(\bar{z} + \bar{x} + m + n)$$

$$(\Pi\Sigma)_{\mu_0} = (\bar{x} + \bar{z})(z + m)(z + \bar{n})(\bar{x} + z)$$

et

$$y(t + \tau) = (z + \bar{m} + \bar{n})(z + x + \bar{n})(z + \bar{x} + \bar{m})(\bar{z} + \bar{x} + m + n) \cdot (y + (\bar{x} + \bar{z})(z + m)(z + \bar{n})(\bar{x} + z)).$$

III.4. Synthèse des structures séquentielles synchrones

La synthèse d'une structure séquentielle matérialisant physiquement un modèle séquentiel synchrone de Mealy ou de Moore (III.1.c) s'effectue soit en utilisant un assemblage composé d'opérateurs combinatoires et d'opérateurs séquentiels synchrones élémentaires dénotés basculés soit en utilisant une structure séquentielle programmée. Il existe de nombreuses méthodes de synthèse. Nous nous limiterons sur quelques exemples à l'application de la version synchrone de la méthode de Huffman après avoir rappelé la notion de Bascules et décrit quelques bascules particulières.

III.4.1. Les bascules

On appelle bascule (fig. III.67) une structure séquentielle élémentaire comportant :

- p entrées $e_1, e_2, \dots, e_{p-1}, h$ signal d'horloge
- 1 sortie Q

et telle que si les entrées e_1, e_2, \dots, e_{p-1} , sont invariantes aux instants d'horloge dénotés $1, 2, 3, \dots, n - 1, n \dots$, Q est invariant aux instants d'horloge et tel que :

$$Q(n) = f[e_1(n - 1), e_2(n - 1), \dots, e_{p-1}(n - 1), Q(n - 1)]$$

Cette fonction est représentée par le diagramme de Karnaugh de la figure III.68.a. Ce diagramme comporte deux lignes, il possède donc au maximum quatre types de colonnes distinctes. L'ensemble des valeurs prises par les entrées peut être partitionné en quatre sous-ensembles E_0, E_1, E_2, E_3 (fig. III.68.b). Il est possible de représenter toute bascule par son graphe de transition (fig. III.69) ou : E_{00} est l'ensemble des entrées assurant un maintien à 0 (μ_0) de la sortie Q de la bascule. E_{11} est l'ensemble des entrées assurant un maintien à 1 (μ_1) de la sortie Q de la bascule. E_{01} est l'ensemble des entrées assurant le passage de 0 à 1 (ϵ) de la sortie Q de la bascule. E_{10} est l'ensemble des entrées assurant le passage de 1 à 0 (δ) de la sortie Q de la bascule.

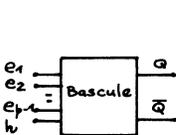


FIG. III. 67.

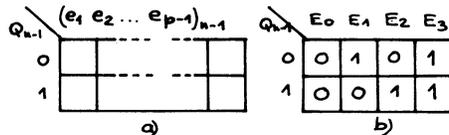


FIG. III. 68.

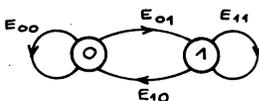


FIG. III. 69.

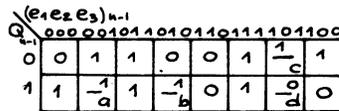


FIG. III. 70.

L'examen de la figure montre que :

- $E_{00} = E_0 \cup E_2 \quad (\mu_0)$
- $E_{11} = E_2 \cup E_3 \quad (\mu_1)$
- $E_{01} = E_1 \cup E_3 \quad (\epsilon)$
- $E_{10} = E_0 \cup E_1 \quad (\delta)$

Exemple. — La bascule définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.70 est telle que :

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \{110\} & E_1 &= \{101, 100\} \\
 E_2 &= \{000, 010\} & E_3 &= \{001, 011, 111\} \text{ et} \\
 E_{00} &= \{110, 000, 010\} & E_{11} &= \{000, 010, 001, 011, 111\} \\
 E_{01} &= \{101, 100, 001, 011, 111\} & E_{10} &= \{110, 101, 100\}
 \end{aligned}$$

en donnant aux cases d'indifférence a, b, c, d les valeurs arbitraires $a = 1, b = 1, c = 1, d = 0$.

Bascule RS. — Représentée par la figure III.71. Cette bascule est définie par le diagramme de Karnaugh, le graphe de transition et le tableau des figures III.72, III.73 et III.74. Les entrées RS de cette bascule doivent être telle que quel que soit R, quel que soit S, $RS = 0$.

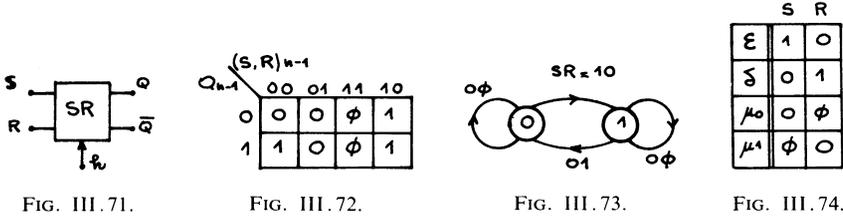


FIG. III. 71.

FIG. III. 72.

FIG. III. 73.

FIG. III. 74.

Bascule D. — Représentée par la figure III.75 cette bascule est définie par le diagramme de Karnaugh et le graphe de transition des figures III.76 et 77. Elle permet de retarder une information binaire d'un temps d'horloge.

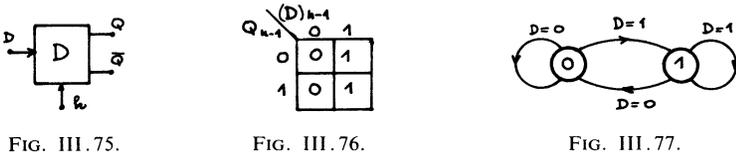


FIG. III. 75.

FIG. III. 76.

FIG. III. 77.

Bascule T. — Représentée par la figure III.78 cette bascule est définie par le diagramme de Karnaugh et le graphe de transition des figures III.79 et 80. Si on impose la valeur 1 à l'entrée d'une bascule T celle-ci change d'état à chaque instant d'horloge et le signal de sortie Q a une fréquence moitié de la fréquence du signal d'horloge h .

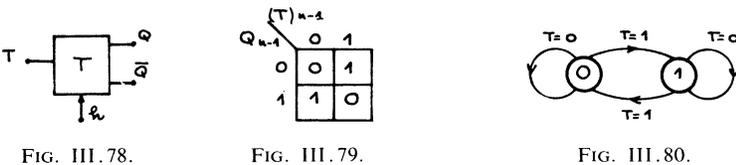


FIG. III. 78.

FIG. III. 79.

FIG. III. 80.

Bascule JK. — Représentée par la figure III.81 cette bascule est définie par le diagramme de Karnaugh, le graphe de transition et le tableau des figures III.82, 83, 84.

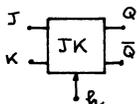


FIG. III.81.

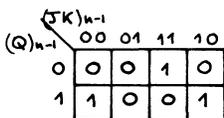


FIG. III.82.

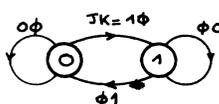


FIG. III.83.

	J	K
E	1	φ
δ	φ	1
Δ0	0	φ
Δ1	φ	0

FIG. III.84.

REMARQUE 1. — Le vocable « bascule » défini ci-dessus en vue de dégager les notions de circuit séquentiel synchrone a généralement une définition élargie dans les catalogues d'opérateurs séquentiels du commerce. Il désigne un nombre plus importants d'opérateurs séquentiels élémentaires synchrones ou asynchrones. Il est donc nécessaire lors du choix dans un catalogue de circuits :

— de distinguer précisément les caractéristiques (asynchrone ou synchrone) de ces circuits et des instants d'horloge à considérer (niveau ou variation de niveau),

— de respecter les conditions d'utilisation définies bien souvent par des tableaux résumés et des diagrammes temporels. Les progrès importants réalisés dans le domaine de l'intégration à grande échelle ont permis aux constructeurs de composants électroniques de proposer des pavés séquentiels synchrones complexes (compteurs, compteur décompteur, registres à décalage...) dont l'utilisation présente un grand intérêt.

III.4.2. Méthode de Huffman

La version synchrone de la méthode de Huffman est décrite par l'ordinogramme de la figure III.85. Elle diffère de la version asynchrone donnée en III.3, figure III.47, par les points suivants :

L'étape B implique le choix d'un signal d'horloge h utilisé comme référence des instants de commutation. Ce signal peut être une variable d'entrée naturelle de la structure ou une variable d'entrée supplémentaire créé en vue d'effectuer la synthèse en logique synchrone. Cette étape est inexistante dans la version asynchrone.

L'étape G dénotée comme l'étape 5, codage des états correspond au choix d'un ensemble de variables secondaires dont les valeurs représentent les états. Toutefois le codage des états est effectué de manière quelconque dans cette étape ce qui constitue une simplification notable.

Les étapes H, I diffèrent suivant le mode de réalisation en logique câblée ou programmée. Dans le premier cas elles conduisent au problème de synthèse des structures combinatoires des variables d'entrée des bascules et de sortie de la structure. Dans le second cas elles nécessitent soit l'écriture d'un programme dans le langage spécialisé d'un séquenceur programmable soit la spécialisation d'une mémoire morte.

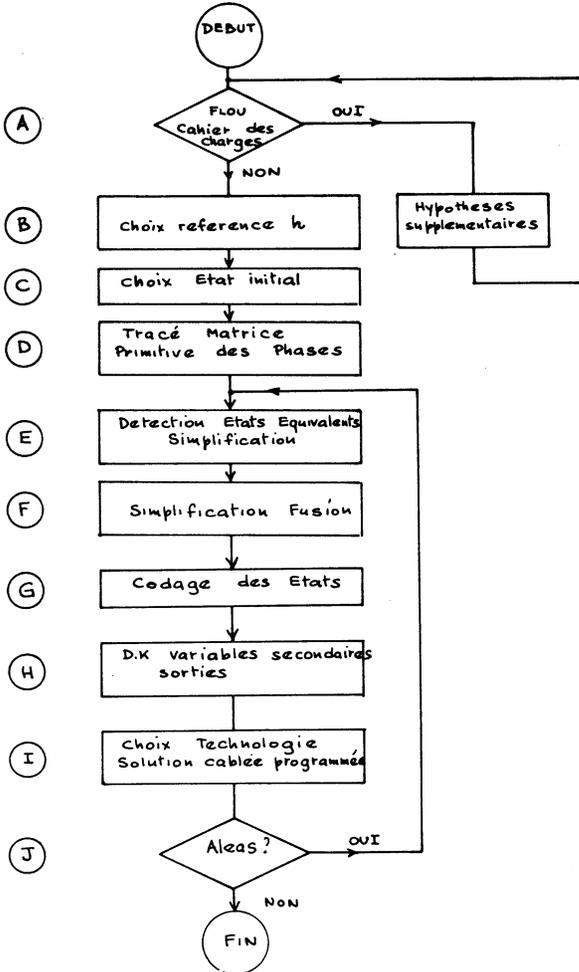


FIG. III. 85.

REMARQUE 1. — Soit $x_i(t_n)$ une variable secondaire d'un modèle synchrone (III.1.c). Il est possible d'écrire :

$$x_i(t_n) = g_i(x_1(t_{n-1}), x_2(t_{n-1}), \dots, x_m(t_{n-1}), e_1(t_{n-1}), e_2(t_{n-1}), \dots, e_p(t_{n-1}))$$

et la fonction g_i peut être définie par le diagramme de Karnaugh de la figure III.64. Ce diagramme comporte deux lignes, il possède donc au

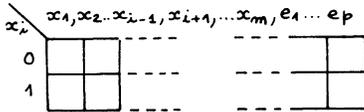


FIG. III.86.

maximum et quel que soit le nombre de variables secondaires et le nombre des variables d'entrées, quatre types de colonnes distinctes. L'ensemble des valeurs prises par les variables $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_m, e_1, \dots, e_p$ peut être partitionné en quatre sous-ensembles S_0, S_1, S_2, S_3 repérés par des variables E_0, E_1, E_2, E_3 ; E_i indiquant l'appartenance à un sous-ensemble S_i . Le diagramme de Karnaugh précédant se réduit donc au diagramme de la figure III.87. Il permet la détermination des commandes à appliquer sur l'entrée ou les entrées de la bascule associée à la variable x_i .

Bascule RS. — Les diagrammes de Karnaugh des entrées R et S sont donnés par les figures III.87 et 88 et en développant par rapport aux 1 par exemple.

$$R = X(E_0 + E_1)$$

$$S = \bar{X}(E_1 + E_3)$$

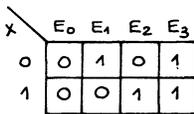


FIG. III.87.

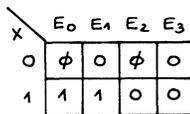


FIG. III.88.

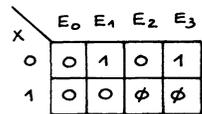


FIG. III.89.

Bascule JK. — Les diagrammes de Karnaugh des entrées J et K sont donnés par les figures III.90 et 91 et en développant par rapport aux 1 par exemple ;

$$J = E_1 + E_3$$

$$K = E_0 + E_1$$

Bascule T. — Le diagramme de Karnaugh de l'entrée T est donné par la figure III.92 et en développant par rapport aux 1 par exemple

$$T = \bar{X}(E_1 + E_3) + X(E_0 + E_1)$$

Bascule D. — Le diagramme de Karnaugh de l'entrée D est donné par la figure III.93 et en développant par rapport aux 1 par exemple

$$D = \bar{X}(E_1 + E_3) + X(\overline{E_0 + E_1})$$

X \ E ₀ E ₁ E ₂ E ₃				
0	0	1	0	1
1	φ	φ	φ	φ

FIG. III. 90.

X \ E ₀ E ₁ E ₂ E ₃				
0	φ	φ	φ	φ
1	1	1	0	0

FIG. III. 91.

X \ E ₀ E ₁ E ₂ E ₃				
0	0	1	0	1
1	1	1	0	0

FIG. III. 92.

X \ E ₀ E ₁ E ₂ E ₃				
0	0	1	0	1
1	0	0	1	1

FIG. III. 93.

Les relations obtenues permettent d'écrire directement à partir de la matrice codée les équations associées aux commandes des différentes bascules d'une structure séquentielle à matérialiser.

Exemple 1. — Une structure de commande comporte :

- deux bornes d'entrée sur lesquelles sont appliquées respectivement un signal binaire *e*, et un signal d'horloge *h*,
- une borne de sortie *s*.

En utilisant des bascules T et des portes ON (NAND) établir le logigramme de façon que la sortie *s* passe à 1, lorsque *e* vaut 1 à au moins trois instants successifs d'apparition du signal d'horloge *h* et revienne à 0 à la première apparition du signal d'horloge *h* coïncidant avec une valeur *e* = 0.

Les étapes A, B, C, de la méthode de Huffman se réduisent au choix d'un état initial 1 (fig. III.94) caractérisant l'état de la structure séquentielle après le retour à zéro de la sortie *s*. L'entrée *h* est prise comme référence temporelle. L'analyse des évolutions des entrées permet la construction (étape D) de la matrice primitive des phases (fig. III.95). Cette matrice ne peut être simplifiée (étapes E et F).

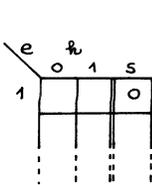


FIG. III. 94.

e h	0	1	s
1	1	2	0
2	1	3	0
3	1	4	0
4	1	4	1

FIG. III. 95.

e h	0	1	s
Q ₂ Q ₁	0 0	0 1	0
0 0	0 0	0 1	0
0 1	0 0	1 0	0
1 0	0 0	1 1	0
1 1	0 0	1 1	1

FIG. III. 96.

Deux variables secondaires *q*₁ et *q*₂ sont nécessaires pour coder les quatre lignes de la matrice. Un codage est donné par le diagramme de Karnaugh de la figure III.96. Le choix d'une solution câblée utilisant des bascules T

et des portes ON (NAND) implique la matérialisation des structures combinatoires correspondantes aux fonctions

$$\begin{aligned} t_1 &= f_1(e, q_1, q_2) \\ t_2 &= f_2(e, q_1, q_2) \\ s &= g(e, q_1, q_2) \end{aligned}$$

représentée schématiquement par la figure III.97 et définies par les diagrammes de Karnaugh des figures III.98, 99 et 100. En développant ces diagrammes par rapport aux 1 l'on obtient les circuits représentés par la figure III.101.

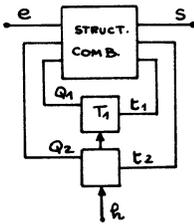


FIG. III.97.

	h	
e	0	1
q_2q_1	00	01
	01	11
	11	10
	10	00

FIG. III.98.

	h	
e	0	1
q_2q_1	00	01
	01	11
	11	10
	10	00

FIG. III.99.

	h	
e	0	1
q_2q_1	00	01
	01	11
	11	10
	10	00

FIG. III.100.

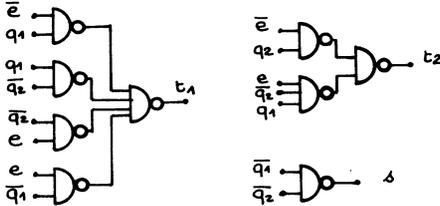


FIG. III.101.

Exemple 2. — En utilisant des bascules D et des portes NI (NOR) établir le logigramme du système précédent de façon que la sortie s soit une impulsion synchrone du signal d'horloge h lorsque e vaut 1 à au moins trois instants successifs d'apparition du signal d'horloge h , cette impulsion disparaissant à la première apparition de h coïncidant avec une valeur $e = 0$.

En procédant comme dans l'exemple 1 l'on obtient la matrice primitive des phases donnée par la figure III.102. La sortie s est dans cet exemple une fonction combinatoire des variables secondaires de l'entrée e et du signal d'horloge. Un codage de la matrice est donné par la figure III.103. Le choix d'une solution câblée utilisant des bascules D et des portes NI (NOR) implique la matérialisation des structures combinatoires correspondants aux fonctions :

$$\begin{aligned} d_1 &= f_1(e, q_1, q_2) \\ d_2 &= f_2(e, q_1, q_2) \\ s &= g(e, q_1, q_2) \end{aligned}$$

représentées schématiquement par la figure III.104 et définies par les diagrammes de Karnaugh des figures III.105, 106, 107. En développant ces diagrammes par rapport aux 0 l'on obtient les circuits représentés par la figure III.108.

	e	h_1	
	0	1	
1	1	2	
2	1	3	
3	1	4	
4	1	4 _d	

FIG. III.102.

	e	h_1	
$q_2 q_1$	0	1	
00	00	01	
01	00	10	
10	00	11	
11	00	11 _d	

FIG. III.103.

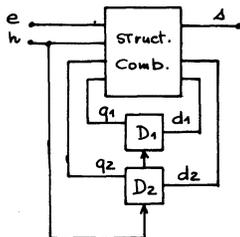


FIG. III.104.

	e	h_1	
$q_2 q_1$	0	1	
00	0	1	
01	0	0	
11	0	1	
10	0	1	

FIG. III.105.

	e	h_1	
$q_2 q_1$	0	1	
00	0	0	
01	0	1	
11	0	1	
10	0	1	

FIG. III.106.

	e	h_1	
$q_2 q_1$	0	1	
00	0	0	
01	0	0	
11	1	1	
10	0	0	

FIG. III.107.

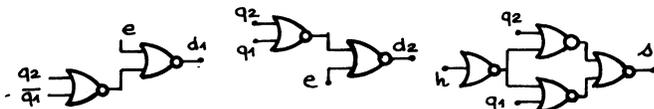


FIG. III.108.

Exemple 3. — Une structure de commande à réaliser à l'aide de bascules JK et de porte ON (NAND) comporte une sortie s et trois entrées e_1, e_2, e_3 sur lesquelles apparaissent respectivement et de façon quelconque, des impulsions x_1, x_2, x_3 non simultanées. Concevoir la structure séquentielle de façon à ce qu'une impulsion s n'apparaisse qu'à la première impulsion x_2 suivant soit deux impulsions x_1 soit deux impulsions x_3 .

Étape A. — L'application de la méthode de Huffman nécessite tout d'abord une définition plus précise du cahier des charges qui est flou. Nous supposons que la forme des impulsions, leur durée et les intervalles qui les séparent sont compatibles avec les composants utilisés et que le client précise comme suit la dernière phase de l'énoncé.

Concevoir le circuit séquentiel de façon à ce qu'une impulsion s n'apparaisse qu'à la première impulsion x_2 consécutive soit à au moins deux impulsions consécutives x_1 soit à au moins deux impulsions consécutives x_3 .

Étape B. — Compte tenu des hypothèses sur les impulsions il est commode de choisir comme signal d'horloge $h = x_1 + x_2 + x_3$.

Étapes C, D, E, F, G. — L'état initial choisi 1 est celui dans lequel se trouve la structure séquentielle après l'émission d'une impulsion s en sortie (fig. III.109). L'étude des évolutions des entrées-sorties permet de construire à partir de cet état, la matrice primitive des phases (fig. III.110), qui ne se simplifie pas. Cette matrice comporte cinq lignes, trois variables secondaires q_1, q_2, q_3 sont nécessaires. Un codage possible des états est donné par la figure III.111.

	x_1	x_2	x_3
1			

FIG. III.109.

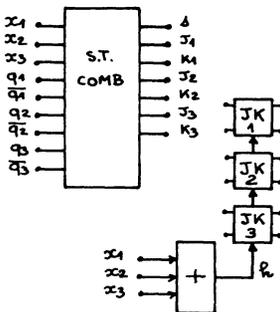
	x_1	x_2	x_3
1	2	1	4
2	3	1	4
3	3	1 Δ	4
4	2	1	5
5	2	1 Δ	5

FIG. III.110.

q_1	q_2	q_3	x_1	x_2	x_3
0	0	0	0 0 1	0 0 0	0 1 0
0	0	1	0 0 1	0 0 0 Δ	0 1 0
0	1	1	0 0 1	0 0 0	0 1 0
0	1	0	0 0 1	0 0 0	1 1 1
1	1	0	0 0 1	0 0 0 Δ	1 1 1
1	1	1	-	-	-
1	0	1	-	-	-
1	0	0	-	-	-

FIG. III.111.

Étapes H, I, J. — Le choix d'une solution câblée utilisant des bascules J, K et des portes ON (NAND) implique la matérialisation des structures combinatoires correspondantes aux fonctions



$$\begin{aligned}
 J_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 K_1 &= g_1(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 J_2 &= g_2(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 K_2 &= g_2(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 J_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 K_3 &= g_3(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3) \\
 s &= l(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3)
 \end{aligned}$$

FIG. III.112.

représentées schématiquement par la figure III.112 et définies par les diagrammes des figures III.113 et 114. En développant ces diagrammes par rapport au 1 l'on obtient les circuits représentés par la figure III.115.

q ₃ q ₂ q ₁	x ₄ x ₂ x ₃																	
0 0 0	0	0	0	-	-	-	0	0	1	-	-	-	1	0	0	-	-	-
0 0 1	0	0	0	-	-	-	0	0	1	-	-	-	-	-	-	0	1	1
0 1 1	0	0	0	-	-	-	-	-	-	1	1	0	-	-	-	0	1	1
0 1 0	0	0	1	-	-	-	-	-	-	1	1	0	1	0	1	-	-	-
1 1 0	-	-	-	1	1	0	-	-	-	1	1	0	1	0	1	-	-	-
1 1 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1 0 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1 0 0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	J ₁			K ₁			J ₂			K ₂			J ₃			K ₃		

FIG. III.113.

q ₃ q ₂ q ₁	x ₄	x ₂	x ₃
0 0 0	0	0	0
0 0 1	0	1	0
0 1 1	0	0	0
0 1 0	0	0	0
1 1 0	0	1	0
1 1 1	-	-	-
1 0 1	-	-	-
1 0 0	-	-	-

FIG. III.114.

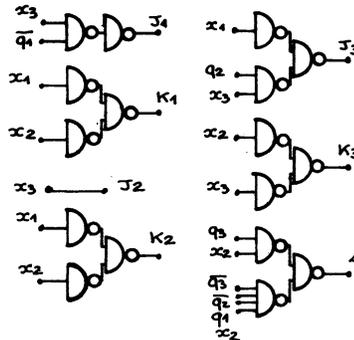


FIG. III.115.

Exemple 4. — Le circuit représenté par la figure III.116 constitue une solution synchrone en logique câblée au problème de la synthèse d'un système indicateur de rotation. Un signal d'horloge *h* est créé et deux bascules *D* : *D*₁ et *D*₂ utilisées. Ces bascules permettant de retarder une information binaire d'un temps d'horloge il est possible d'écrire :

$$y_1(nT) = (x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_1)(n - 1)T$$

$$y_2(nT) = (\bar{x}_1 \cdot x_2 + \bar{x}_1 \cdot y_2 + y_2 \cdot x_2)(n - 1)T$$

ce qui constitue pour un choix convenable du signal d'horloge et de sa fréquence une approximation valable au modèle asynchrone (fig. III.63).

$$y_1(t + \tau) = (x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_1)(t)$$

$$y_2(t + \tau) = (\bar{x}_1 \cdot x_2 + \bar{x}_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_2)(t)$$

L'utilisation d'une structure de calcul spécialisée comme celle représentée par la figure III.44, d'un microprocesseur ou d'un séquenceur programmable permet de résoudre également ce problème. Les valeurs de la sortie et de l'état interne sont obtenues dans ce cas par une scrutation souvent cyclique des entrées et l'utilisation d'une mémoire vive.

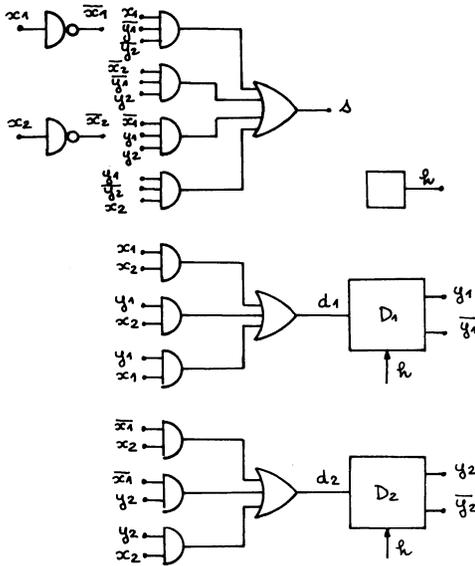


FIG. III.116.

IV. SYNTHÈSE DE STRUCTURES DE COMMANDES ÉLÉMENTAIRES

IV.1. Généralités

Le cahier des charges définissant le problème d'automatisation d'un processus discontinu permet généralement la représentation de l'ensemble processus-structure de commande sous la forme d'un schéma fonctionnel bouclé. Cette représentation fonctionnelle élémentaire donnée par la figure IV.1 facilite :

- a) la détermination des grandeurs d'entrée et de sortie du processus à commander et une première analyse du parallélisme dans le cas où le processus se décompose naturellement en sous-machines,
- b) la détermination des grandeurs d'entrée et de sortie de l'ensemble du système automatisé,
- c) la détermination des grandeurs et des alphabets d'entrée et de sortie de la machine séquentielle de commande.

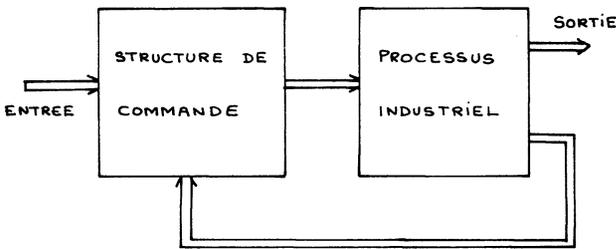


FIG. IV.1.

IV.1.1. Notion d'alphabet et d'événement

On appelle alphabet d'entrée (sortie) l'ensemble de toutes les configurations possibles des entrées (sorties) exprimées sous forme littérale.

Tout élément de cet ensemble est appelé événement élémentaire, tout sous-ensemble événement, l'ensemble des configurations correspondant à l'événement certain.

Exemple 1. — *Cahier des charges d'automatisation d'un système mécanique.* On considère le système mécanique représenté par la figure IV.2. Ce système comporte principalement un vérin V et son distributeur de commande ED, un plateau P entraîné en rotation par un moteur R et un bouton poussoir de mise en marche m . La position de la tige du vérin est repérée grâce à deux contacts g et d . La commande en translation du vérin est obtenue par les commandes droite D et gauche G du distributeur.

Effectuer la synthèse de la structure de commande correspondant au cahier des charges suivant :

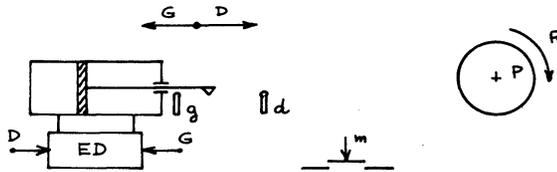


FIG. IV. 2.

La tige du vérin étant initialement immobile et positionnée en g et le plateau P arrêté (\bar{R}) par action sur le bouton poussoir m simultanément :

- La tige du vérin se déplace de g vers d où elle s'arrête.
- Le plateau P est mis en rotation (R) et reste en rotation tant que le bouton poussoir m est maintenu. Dès qu'il est relâché (\bar{m}), le plateau s'arrête (\bar{R}) et reste immobile quelles que soient les manipulations sur le bouton poussoir m . La tige du vérin étant immobile et positionnée en d et le plateau P à l'arrêt.
- La tige du vérin est déplacée alternativement de droite à gauche, puis de gauche à droite : d, g, d, g, \dots et simultanément le plateau R se met en rotation chaque fois que le bouton poussoir est appuyé et s'arrête quand celui-ci est relâché. Le système revient à l'état initial lorsque la tige du vérin se trouvera en position g le bouton poussoir m étant relâché. Le nombre d'aller et retour de la tige du vérin est donc lié aux manipulations du bouton poussoir.

Le texte et la figure IV.2 décrivent le système mécanique à automatiser et définissent le problème d'automatisation. Ils permettent une représentation fonctionnelle de l'ensemble (fig. IV.3) et la détermination des grandeurs d'entrée et de sorties des différents systèmes. Le processus se décompose en deux sous-systèmes plateau P ensemble distributeur vérin susceptibles d'être commandés en parallèle. Il comprend trois entrées, R commande

du plateau G et D commandes du vérin et deux sorties g et d donnant une indication de la position de la tige du vérin.

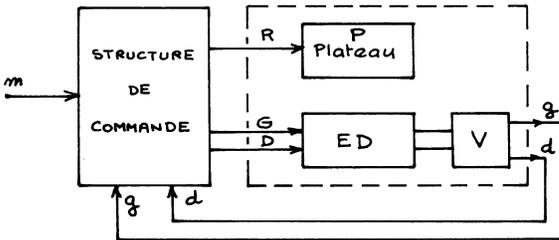


FIG. IV.3.

Le système de commande comporte trois entrées m, g, d et trois sorties R, G, D . L'alphabet d'entrée de la structure de commande est égal à l'ensemble des configurations possibles des entrées exprimées sous forme littérale soit :

$$\{ \bar{m}\bar{g}\bar{d}, \bar{m}\bar{g}d, \bar{m}g\bar{d}, \bar{m}gd, m\bar{g}\bar{d}, m\bar{g}d, mg\bar{d}, mgd \}$$

Cet alphabet est donc constitué de huit événements élémentaires. L'occurrence de l'événement élémentaire $e_2 = \bar{m}\bar{g}\bar{d}$ correspond à l'application à l'entrée de la structure séquentielle de $m = 0, g = 1$ et $d = 0$. L'événement $\bar{g}d = \bar{m}\bar{g}d + m\bar{g}d$ est constitué des deux événements élémentaires $\bar{m}\bar{g}d$ et $m\bar{g}d$. L'alphabet de sortie de la structure de commande est égal à l'ensemble des configurations possibles des sorties exprimées sous forme littérale soit :

$$\{ RGD, RGD\bar{d}, R\bar{G}D, R\bar{G}\bar{D}, \bar{R}GD, \bar{R}G\bar{D}, \bar{R}\bar{G}D, \bar{R}\bar{G}\bar{D} \}$$

L'occurrence de l'événement élémentaire $E_6 = R\bar{G}\bar{D}$ correspond à l'application à l'entrée du processus à commander de $R = 1, G = 0$ et $D = 1$.

La détermination des alphabets d'entrée et de sortie permet également de préciser les événements dont l'occurrence est une indication du mauvais fonctionnement de l'automatisme à séquence matérialisant la structure de commande ou d'un comportement anormal du processus à commander. L'occurrence de l'événement $e_3 = \bar{m}gd$ soit $m = 0, g = 1, d = 1$ indique par exemple la présence simultanée (?) en g et en d de l'extrémité de la tige du vérin et l'occurrence de $E_5 = RGD$ soit $R = 1, G = 1, D = 1$ correspond à la commande simultanée (?) du déplacement à droite et à gauche du distributeur. L'étape de la représentation fonctionnelle étant franchie, il est nécessaire de résumer le fonctionnement désiré de l'ensemble exprimé habituellement sous la forme de variations des sorties correspondant à des variations des entrées. Ce résumé effectué en vue d'une matérialisation

facile, en logique cablée ou en logique programmée de la structure de commande, peut être fait en utilisant les réseaux de Pétri interprétés.

IV.1.2. Représentation des machines séquentielles à l'aide des graphes de Pétri

Les machines séquentielles peuvent être représentées par des graphes de Pétri conformes interprétés comme suit :

A toute transition du graphe est associée une fonction booléenne des entrées caractérisant un événement. Une transition validée est tirée si l'événement correspondant à cette transition se produit.

Exemple 2. — La transition t_1 représentée par la figure IV.4 est validée les places p_1 et p_2 étant marquées. L'occurrence de l'événement $u\bar{v}$ soit $u = 1$ et $v = 0$ permet le tir de cette transition (fig. IV.5).

A toute place du graphe est associée une ou plusieurs variables de sortie de la structure de commande dans le cas d'un modèle de Mealy et une ou plusieurs variables de sortie associées à un événement dans le cas d'un modèle de Moore. Ces variables sont affirmées lorsque les places correspondantes sont marquées.

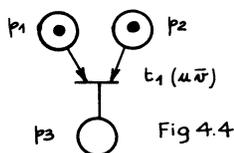


FIG. IV.4.

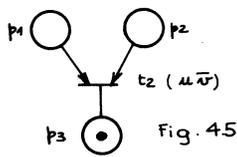


FIG. IV.5.

Exemple 3. — La place p_1 du graphe de la figure IV.6 est marquée la variable associée V est donc égale à 1. Si l'événement uv se produit soit $u = 1$ et $v = 1$ la transition validée t_1 peut être tirée. Les places p_2 et p_3 sont alors marquées et les variables associées \bar{V} et R prennent les valeurs $\bar{V} = 1$ soit $V = 0$ et $R = 1$.

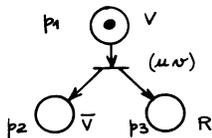


FIG. IV.6.

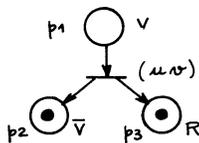


FIG. IV.7.

A tout marquage du réseau est associé un état de la machine séquentielle. Il est possible de représenter toute machine séquentielle définie par un

modèle de Moore ou de Mealy en utilisant un réseau de Pétri conforme interprété. Nous n'établirons pas algébriquement cette correspondance en nous limitant à trois exemples.

Exemple 4. — Le graphe de Pétri conforme interprété de la figure IV.9 résume le fonctionnement de l'ensemble processus P, structure de commande S bouclé donné par la figure IV.8. L'alphabet d'entrée de la structure séquentielle est égal à $\{uv, u\bar{v}, \bar{u}v, \bar{u}\bar{v}\}$. L'alphabet de sortie est égal à $\{S_1S_2, S_1\bar{S}_2, \bar{S}_1S_2, \bar{S}_1\bar{S}_2\}$. Étudions l'évolution du marquage du graphe de Pétri. A partir du marquage initial M_0 où seule la place p_1 est marquée l'on obtient soit un seul marqueur dans la place p_2 après le tir de la transition t_1 , soit un seul marqueur dans la place p_3 après le tir de la transition t_2 . Les deux transitions t_1 et t_2 ne sont jamais en conflit les événements associés uv et $u\bar{v}$ étant exclusifs. Dénotons M_1, M_2 les marquages correspondant aux places p_2 occupée, p_3 occupée l'ensemble $[M]$ des marquages du graphe est égal à $[M] = \{M_0, M_1, M_2\}$. La machine séquentielle matérialisant la structure de commande possède trois états q_0, q_1, q_2 associés aux marquages M_0, M_1, M_2 . Son fonctionnement est résumé par la matrice de sortie données par les figures IV.10 et 11. Ces matrices sont obtenues par analyse du graphe.

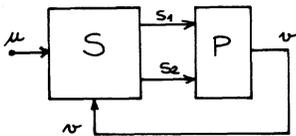


FIG. IV.8.

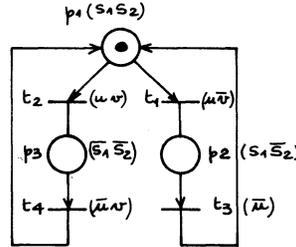


FIG. IV.9.

	$\bar{u}\bar{v}$	$\bar{u}v$	uv	$u\bar{v}$
q_0	q_0	q_0	q_2	q_1
q_1	q_0	q_0	q_1	q_1
q_2	q_2	q_0	q_2	q_2

FIG. IV.10.

q_0	S_1S_2
q_1	$S_1\bar{S}_2$
q_2	$\bar{S}_1\bar{S}_2$

FIG. IV.11.

Exemple 5. — L'ensemble des deux graphes de Pétri conformes interprétés de la figure IV.12 résumant le fonctionnement de l'ensemble processus TV-structure de commande S, bouclé donné par la figure IV.18. La structure séquentielle est décomposée dans cette réalisation en deux machines S_1 et S_2 commandant respectivement les ensembles T et V du processus. L'alphabet d'entrée de la structure séquentielle S est égal à :

$$\{KLF, KL\bar{F}, K\bar{L}F, K\bar{L}\bar{F}, \bar{K}LF, \bar{K}\bar{L}F, \bar{K}\bar{L}\bar{F}\}$$

L'alphabet de sortie est égal à :

$$\{ \bar{M} \bar{P}, \bar{M} P, M \bar{P}, M P \}$$

Étudions l'évolution du marquage du graphe de Pétri. Il est possible d'obtenir à partir du marquage initial M_0 correspondant aux places p_1 et p_3 marquées (fig. IV.12) les marquages M_1 (fig. IV.13), M_2 (fig. IV.14), M_3 (fig. IV.15), M_4 (fig. IV.16), M_5 (fig. IV.17). La détermination de l'ensemble des marquages $[M] = \{ M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 \}$ résulte de l'analyse des séquences d'entrée possibles de la structure séquentielle. L'ensemble $[M]$ est résumé par le tableau matriciel de marquage de la figure IV.19.

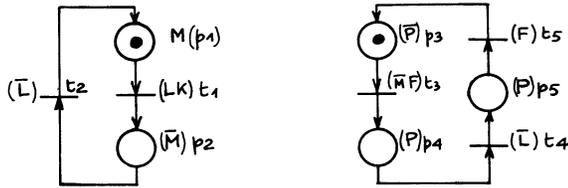


FIG. IV.12.

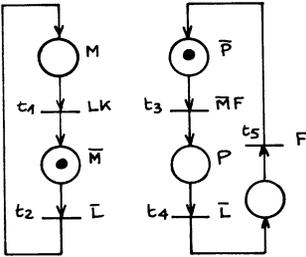


FIG. IV.13.

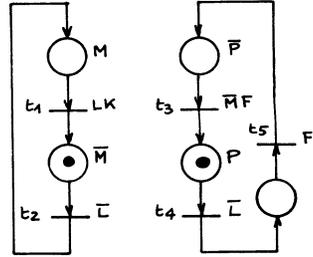


FIG. IV.14.

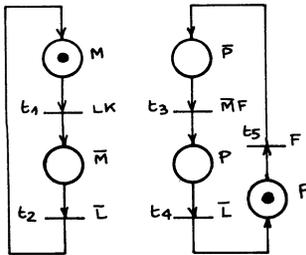


FIG. IV.15.

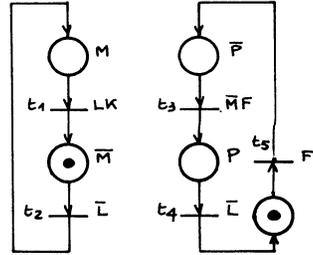


FIG. IV.16.

La machine séquentielle matérialisant la structure de commande possède six états $q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ associés aux marquages $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$. Son fonctionnement est résumé par la matrice des états et la matrice de sortie données par les figures IV.20 et 21. La matrice de sortie se déduit directement de l'examen de variables de sortie associées aux places marquées définissant un marquage donné. Par exemple l'état q_4 associé au marquage M_4 correspond aux places p_2 (\bar{M}) et p_5 (P) marquées. Dans l'état q_4 les sorties de la structure séquentielle prennent donc les valeurs $M = 0$ et $P = 1$. La matrice des états se déduit des productions possibles d'événements.

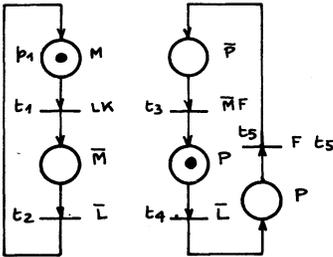


FIG. IV.17.

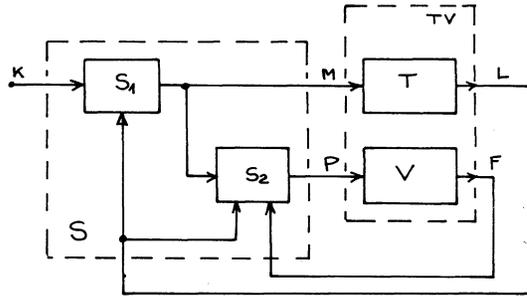


FIG. IV.18.

M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	
1	0	0	1	0	1	p_1
0	1	1	0	1	0	p_2
1	1	0	0	0	0	p_3
0	0	1	0	0	1	p_4
0	0	0	1	1	0	p_5

FIG. IV.19.

	$K\bar{L}F$	$K\bar{L}\bar{F}$	$K\bar{L}F$	$K\bar{L}\bar{F}$	$K\bar{L}F$	$K\bar{L}\bar{F}$	$K\bar{L}F$	$K\bar{L}\bar{F}$
q_0	q_1	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0	q_0
q_1	q_2	q_1	q_2	q_1	q_2	q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2	q_3	q_3	q_2	q_2	q_3	q_3
q_3	q_1	q_4	q_0	q_3	q_0	q_3	q_0	q_3
q_4	q_1	q_4	q_0	q_3	q_1	q_4	q_0	q_3
q_5	q_2	q_2	q_3	q_3	q_0	q_5	q_0	q_5

FIG. IV.20.

q_0	$M\bar{P}$
q_1	$\bar{M}\bar{P}$
q_2	$\bar{M}P$
q_3	MP
q_4	$\bar{M}P$
q_5	MP

FIG. IV.21.

Par exemple l'état q_3 associé au marquage M_3 correspond aux places p_1 et p_5 marquées (fig. IV.15). Dans cet état :

- si l'événement élémentaire FLK se produit les transitions validées t_1 et t_5 sont tirées simultanément et les places p_3 et p_2 marquées (M_1). A l'état q_3 succède donc l'état q_1 ;
- si l'événement $\{F\bar{L}K, FL\bar{K}, F\bar{L}\bar{K}\}$ se produit, seule la transition validée t_5 est tirée et les places p_1 et p_3 marquées (M_0). A l'état q_3 succède donc l'état q_0 ,
- si l'événement élémentaire $\bar{F}LK$ se produit, seule la transition t_1 est tirée et les places p_2 et p_5 marquées (M_4). A l'état q_3 succède donc l'état q_4 .

— dans les autres cas $\bar{K}\bar{L}\bar{F}$, $\bar{K}L\bar{F}$, $\bar{K}\bar{L}F$ les transitions t_1 et t_5 ne sont pas tirées et à l'état q_3 succède donc l'état q_3 . Les événements élémentaires $\bar{K}\bar{L}\bar{F}$, $\bar{K}L\bar{F}$, $\bar{K}\bar{L}F$ ne modifient pas l'état q_3 de la structure séquentielle.

Exemple 6. — Le graphe de Pétri conforme interprété de la figure IV.23 résume le fonctionnement de l'ensemble processus P-structure de commande S bouclé donné par la figure IV.22. L'alphabet d'entrée de la structure séquentielle S est égal à :

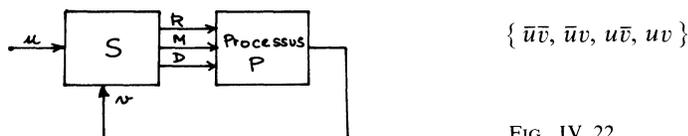


FIG. IV.22.

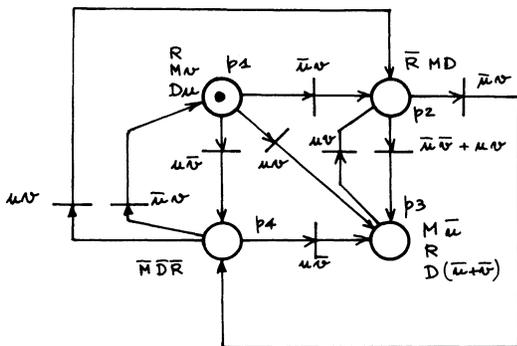


FIG. IV.23.

l'alphabet de sortie est égal à :

$$\{ \bar{R}\bar{M}\bar{D}, \bar{R}\bar{M}D, \bar{R}M\bar{D}, \bar{R}MD, R\bar{M}\bar{D}, R\bar{M}D, RMD, RMD \}$$

Comme précédemment l'étude de l'évolution du marquage à partir du marquage initial M_0 ou seule la place p_1 est marquée permet d'obtenir l'ensemble des marquages $[M] = \{ M_0, M_1, M_2, M_3 \}$ résumé par le tableau matriciel donné par la figure IV.24. La machine séquentielle matérialisant la structure de commande possède quatre états q_0, q_1, q_2, q_3 associés aux marquages $\{ M_0, M_1, M_2, M_3 \}$. Son fonctionnement est résumé par la matrice des états et la matrice de sortie données par les figures IV.25 et 26. L'affirmation des variables de sortie caractérisant les places du réseau étant liée à la production d'événements d'entrée dans le cas des places p_1 et p_3 la machine séquentielle est représentée par un modèle de Mealy.

M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	
1	0	0	0	p ₁
0	1	0	0	p ₂
0	0	1	0	p ₃
0	0	0	1	p ₄

FIG. IV.24.

	$\overline{M_0} \overline{M_1}$	$\overline{M_0} M_1$	$M_0 \overline{M_1}$	$M_0 M_1$
q ₀	q ₂	q ₃	q ₁	q ₀
q ₁	q ₂	q ₁	q ₃	q ₂
q ₂	q ₁	q ₃	q ₂	q ₂
q ₃	q ₁	q ₃	q ₀	q ₃

FIG. IV.25.

	$\overline{M_0} \overline{M_1}$	$\overline{M_0} M_1$	$M_0 \overline{M_1}$	$M_0 M_1$	
q ₀	M \overline{D}	M \overline{D}	M \overline{D}	M \overline{D}	R
q ₁					$\overline{R} M \overline{D}$
q ₂	M \overline{D}	M \overline{D}	M \overline{D}	M \overline{D}	R
q ₃					$\overline{R} M \overline{D}$

FIG. IV.26.

IV.1.3. Synthèse de structures de commandes élémentaires

La synthèse à l'aide des réseaux de Pétri de structures de commandes élémentaires sera effectuée pour l'ensemble des exercices d'applications en suivant la méthode décrite par l'ordinogramme de la figure IV.27 :

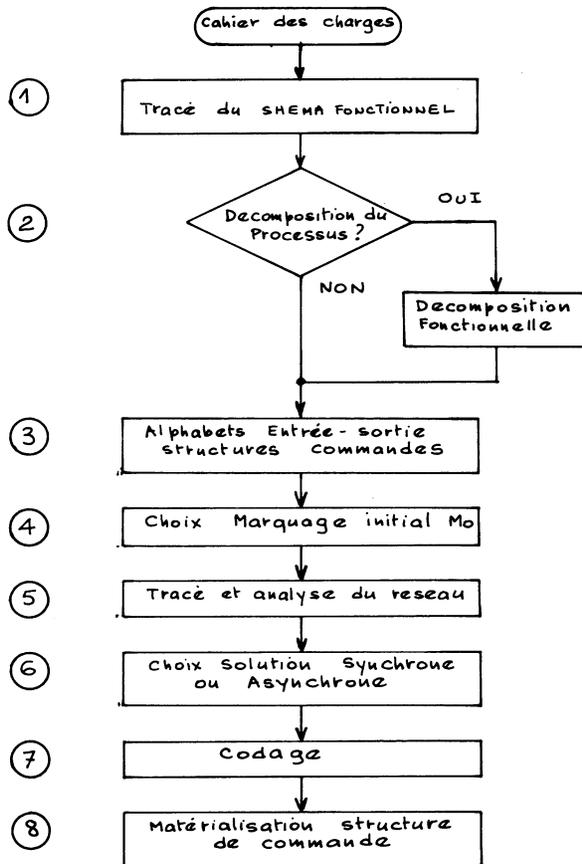


FIG. IV.27.

Étapes 1 et 2. — Tracé à partir du cahier des charges du schéma fonctionnel de l'ensemble processus-structure de commande (fig. IV.1) et examen des décompositions fonctionnelles naturelles du processus à automatiser.

Étape 3. — Détermination des alphabets d'entrée-sortie de la structure commande et énumération des événements ou des séquences d'événements interdits.

Étape 4. — Choix d'un état initial q_0 de la structure de commande et représentation de cet état par le marquage initial M_0 d'un réseau de Pétri.

Étape 5. — Construction progressive du réseau de Pétri à partir de la place ou de l'ensemble des places marquées et correspondant au marquage initial. Cette construction s'effectue en analysant le cahier des charges et en représentant sous la forme de transitions et de places les variations des entrées conduisant à des variations des sorties. Un réseau de Pétri résumant le cahier des charges étant obtenu il est nécessaire de vérifier :

- la conformité du réseau,
- l'absence de conflit lié à la notion d'événements simultanés,
- l'absence de blocage. Il doit exister au moins une séquence d'entrée permettant à partir du marquage initial M_0 de retrouver ce marquage.

Étapes 6 et 7. — Détermination, à partir du réseau de Pétri conforme interprété, de la structure séquentielle compte tenu du choix du mode de réalisation synchrone ou asynchrone et de la technologie de matérialisation. Ces étapes impliquent nécessairement le choix explicite ou implicite d'un code de représentation des états de la machine séquentielle. Ce codage de l'ensemble des marquages du réseau doit tenir compte des problèmes d'adjacence dans le cas d'une solution asynchrone, il peut être quelconque dans le cas d'une solution synchrone. Le choix du code de représentation des états d'une machine séquentielle conditionne généralement la facilité de vérification du bon fonctionnement d'une matérialisation de cette machine.

Étape 8. — Établissement des équations, des schémas de réalisation ou des programmes.

REMARQUE. — L'ordinogramme proposé ne comporte pas d'étape de recherche des simplifications possibles des réseaux de Pétri. Cette omission est volontaire afin de conserver, au graphe de Pétri obtenu, une représentation plus claire du problème d'automatisation.

IV.2. Exercices d'applications

Les 12 exercices d'application ont été choisis de manière à illustrer les problèmes généralement rencontrés dans la construction progressive d'un réseau de Pétri de description d'une structure de commande définie par un cahier des charges.

IV.2.1. Exercice 1. — Mémoire à niveau

On désire commander l'allumage ou l'extinction d'une lampe L à l'aide de deux boutons poussoirs m et a . Initialement la lampe L est éteinte et les deux boutons poussoirs relâchés. Son allumage est obtenu par action fugitive sur le bouton poussoir m , le bouton poussoir a étant relâché. Son extinction est obtenue par action sur le bouton poussoir a . Effectuer la synthèse en utilisant des portes ON (NAND).

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.28. Il n'existe pas de boucle de retour vers la structure de commande.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : l'état appuyé des boutons poussoir est repéré par $m = 1, a = 1$, l'état relâché des boutons poussoirs par $m = 0, a = 0$.

Sortie : l'état de la grandeur de commande l correspond à $l = 1$ allumage $l = 0$ extinction.

Alphabet d'entrée $\{ \bar{m}\bar{a}, \bar{m}a, m\bar{a}, ma \}$

Alphabet de sortie $\{ l, \bar{l} \}$

Il n'existe aucune contrainte sur les séquences d'entrée et de sortie.

Étape 4. — L'état initial : boutons poussoirs relâchés, lampe éteinte ; est représenté par la place $p_1(\bar{l})$ marquée (fig. IV.29).



FIG. IV.28.



FIG. IV.29.

Étape 5. — L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer le marquage initial M_0 correspond à $m\bar{a}$ (action sur le bouton poussoir m, a relâché). La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_2 marquée (l). Le passage du marquage M_1 au marquage M_0 résulte de l'événement $\bar{m}a + ma$ soit a . Le réseau de Pétri con-

forme obtenu est représenté par la figure IV.30. Ce graphe résume le cahier des charges. L'ensemble M des marquages $[M] = \{M_0, M_1\}$ est caractérisé par le tableau matriciel figure IV.31.

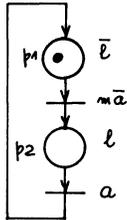


FIG. IV.30.

M_0	M_1	
1	0	p_1
0	1	p_2

FIG. IV.31.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution asynchrone implique la détermination de la matrice des états et de la matrice de sortie puis du codage des états à l'aide de variables secondaires en respectant les adjacences. L'association de deux états q_0, q_1 aux marquages M_0, M_1 permet la représentation de la matrice des états (fig. IV.32) et de la matrice de sortie (fig. IV.33). Une variable secondaire identique à la variable de sortie est suffisante pour résoudre le problème du codage et la représentation de $l(t + \tau) = f(l(t), a(t), n(t))$ (fig. IV.34).

Étape 8. — La matérialisation de la structure de commande à l'aide d'opérateurs ON (NAND) se déduit du développement par rapport au 1 du diagramme de Karnaugh (fig. IV.34) et conduit au schéma technologique de la figure IV.35.

	$\bar{m}\bar{a}$	$\bar{m}a$	$ma\bar{a}$	$m\bar{a}$
q_0	0	0	0	1
q_1	1	0	0	1

FIG. IV.32.

q_0	\bar{l}
q_1	l

FIG. IV.33.

l	$\bar{m}a$	00	01	11	10
0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1

FIG. IV.34.

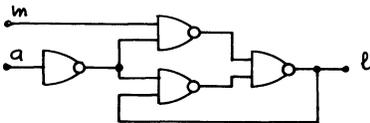


FIG. IV.35.

IV.2.2. Exercice 2. — Commande de l'aller et retour d'un vérin

On désire, en appuyant de manière fugitive sur un bouton poussoir de mise en marche m , déplacer de la gauche vers la droite puis de la droite vers la gauche la tige d'un vérin pneumatique équipé d'un distributeur électropneumatique (fig. IV.36). La position de la tige du vérin est repérée

grâce à deux contacts de fin de course g et d . La commande en translation du vérin est obtenue par les commandes droite D et gauche G . La tige du vérin est initialement immobile et positionné en g . Toute manipulation du bouton poussoir pendant l'aller et retour de la tige du vérin est sans effet sur le fonctionnement du système.

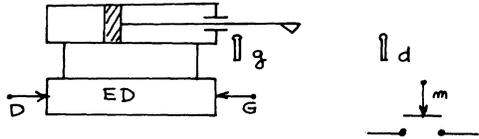


FIG. IV.36.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.37. Il existe deux boucles de retour de l'ensemble distributeur-vérin DV vers la structure de commande qui possède donc trois entrées m, d, g et deux sorties G, D .

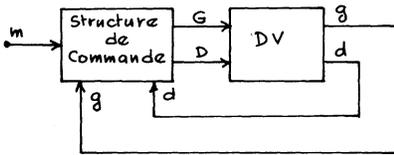


FIG. IV.37.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : l'état appuyé des contacts g, d et du bouton poussoir m est repéré par $g = 1, d = 1, m = 1$ et l'état relâché par $g = 0, d = 0, m = 0$.

Sortie : les états des grandeurs de commande G et D sont représentés par $G = 1$ commande vers la gauche du vérin, $D = 1$ commande vers la droite du vérin.

Alphabet d'entrée $\{ \bar{m}\bar{g}\bar{d}, \bar{m}g\bar{d}, \bar{m}g d, m\bar{g}\bar{d}, m\bar{g} d, mg\bar{d}, mgd \}$

Alphabet de sortie $\{ \bar{G}\bar{D}, \bar{G}D, G\bar{D}, GD \}$

Une mesure de la position de la tige du vérin est donnée par les capteurs g et d dont la situation géographique est telle que $g \cdot d = 0$ quelle que soit la valeur de m . Les événements élémentaires $\bar{m}gd$ et $mg\bar{d}$ ne se produiront jamais dans un fonctionnement normal du processus. Il n'est pas souhaitable de commander simultanément G et D l'événement élémentaire de sortie GD est un événement interdit.

Étape 4. — L'état initial : vérin non commandé, tige du vérin positionnée en g , bouton poussoir m relâché est représenté par la place $p_1(\bar{G}, \bar{D})$ marquée (fig. IV.38).

Étape 5. — L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer le marquage M_0 est m (action sur le bouton poussoir). La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_2 marquée ($D\bar{G}$) et au déplacement de la tige du vérin de la gauche vers la droite. Ce déplacement s'effectue jusqu'au moment où le contact d est actionné. La production de l'événement d est utilisé pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 (place p_3 marquée). Ce dernier marquage représente le déplacement de la tige du vérin de la droite vers la gauche ($\bar{D}G$).



FIG. IV. 38.

M_0	M_1	M_2	
1	0	0	p_1
0	1	0	p_2
0	0	1	p_3

FIG. IV. 40.

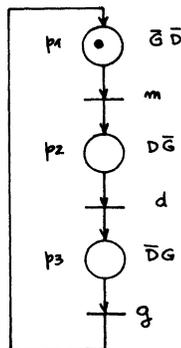


FIG. IV. 39.

Le passage du marquage M_2 au marquage initial M_0 résulte de l'événement g . Le réseau de Pétri conforme obtenu est représenté par la figure IV.39. Ce graphe résume le cahier des charges. L'ensemble M des marquages $[M] = \{M_0, M_1, M_2\}$ est caractérisé par le tableau matriciel de la figure IV.40.

Étape 6. — Le choix d'une solution asynchrone implique la détermination de la matrice des états et de la matrice de sortie puis du codage des états à l'aide de variables secondaires en respectant les adjacences. La matrice des états peut s'obtenir :

- soit à partir d'une analyse du réseau de Pétri seul comme dans les exemples donnés en IV.1.2 ;
- soit à partir d'une analyse du réseau de Pétri compte tenu des contraintes sur l'alphabet d'entrée.

L'application de ces remarques et l'association des états q_0, q_1, q_2 aux marquages M_0, M_1, M_2 conduit aux matrices données par les figures IV.41 et 42. La matrice de la figure IV.42 comporte des cases indifférentes, elle est plus simple mais implique afin d'obtenir un fonctionnement satisfaisant de l'ensemble que les événements élémentaires $\bar{m}gd$ et mgd ne se produisent jamais.

Étape 7. — En utilisant la matrice des états de la figure IV.41, le codage des 3 états q_0, q_1, q_2 , compte tenu des problèmes d'adjacence, peut s'effectuer en utilisant deux variables secondaires XY. Un codage possible est représenté par la matrice de la figure IV.44. Les valeurs $X = 1, Y = 1$ des variables secondaires correspondent à un état instable et permettent d'éviter les aléas pouvant survenir dans les colonnes mgd :

$$\{ 001, 011, 111, 101 \}$$

Les valeurs des sorties sont choisies égales à $G = 0, D = 0$ pour $X = 1$ et $Y = 1$ afin de respecter la condition relative à l'événement interdit $G = 1, D = 1$.

	$\bar{m}\bar{g}\bar{d}$	$\bar{m}\bar{g}d$	$\bar{m}g\bar{d}$	$\bar{m}gd$	$m\bar{g}\bar{d}$	$m\bar{g}d$	$m\bar{g}\bar{d}$	mgd
q_0	q_0	q_0	q_0	q_0	q_1	q_1	q_1	q_1
q_1	q_1	q_2	q_2	q_1	q_1	q_2	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2	q_0	q_0	q_0	q_0	q_2	q_2

FIG. IV.41.

	$\bar{m}\bar{g}\bar{d}$	$\bar{m}\bar{g}d$	$\bar{m}g\bar{d}$	$\bar{m}gd$	$m\bar{g}\bar{d}$	$m\bar{g}d$	$m\bar{g}\bar{d}$	mgd
q_0	q_0	q_0	-	q_0	q_1	-	q_1	q_1
q_1	q_1	q_2	-	q_1	q_2	-	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2	-	q_0	q_0	-	q_2	q_2

FIG. IV.42.

q_0	$\bar{G}\bar{D}$
q_1	$\bar{G}D$
q_2	$G\bar{D}$

FIG. IV.43.

	mgd										
YX	000	001	011	010	101	100	111	110	101	100	GD
q_0	00	00	00	00	00	01	01	01	01	00	00
q_1	01	01	11	11	01	01	11	11	01	01	01
-	11	-	10	10	-	-	10	10	-	00	00
q_2	10	10	00	00	00	00	10	10	10	10	10

FIG. IV.44.

	mgd							
YX	00	01	11	10	00	01	11	10
00	0	0	0	0	1	1	1	1
01	1	1	1	1	1	1	1	1
11	-	0	0	-	-	0	0	-
10	0	0	0	0	0	0	0	0

X

FIG. IV.45.

	mgd							
YX	00	01	11	10	00	01	11	10
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	1	1	0	1	1	0	0
11	-	1	1	-	-	1	1	-
10	1	1	0	0	0	0	1	1

Y

FIG. IV.46.

Étape 8. — La matérialisation de la structure de commande à l'aide d'opérateurs NI (NOR) se déduit du développement par rapport aux 0 des diagrammes de Karnaugh des figures IV.45 (variable X); IV.46 (variable Y); IV.47 variables G et D et conduit au schéma technologique de la figure IV.48 qui ne tient pas compte des adaptations éventuellement nécessaires à la sortie des capteurs ou à l'entrée des organes de commande.

IV.2.3. Exercice 3. — Commande alternative d'un vérin

Effectuer la synthèse de la structure de commande permettant d'obtenir un déplacement alternatif de la tige d'un vérin entre deux points A et B repérés par des contacts de fin de course m et d (fig. IV.49). La commande en translation du vérin est obtenue par les commandes droite D et gauche G d'un distributeur. Ces commandes sont appliquées au cours du déplacement vers la droite du point A au point B et au cours du déplacement vers la gauche du point B au point C afin d'éviter les chocs du piston sur le fond du corps de vérin, la nature de la charge inertielle déplacée garantissant un déplacement sans commande du point C au point A.

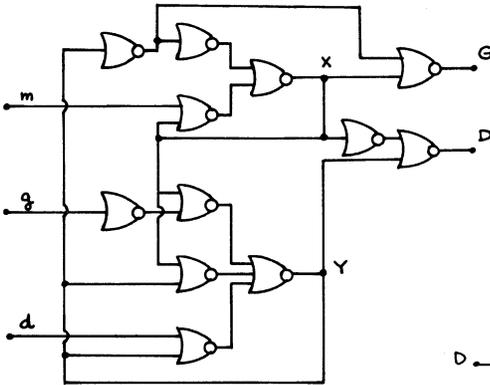


FIG. IV.48.

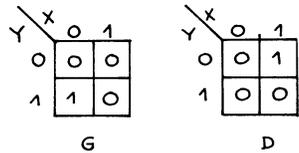


FIG. IV.47.

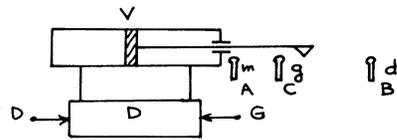


FIG. IV.49.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.50. Il existe trois boucles de retour de l'ensemble distributeur-vérin D. V vers la structure de commande qui possède donc trois entrées m , d , g et deux sorties G, D.

Étape 3. — Nous adoptons, comme dans l'exercice 2, les conventions suivantes :

Entrée : l'état appuyé des contacts g, d, m est représenté par $g = 1, d = 1, m = 1$ et l'état relâché par $g = 0, d = 0, m = 0$.

Sortie : les états des grandeurs de commande G et D sont représentés par $G = 1$ commande vers la gauche du vérin, $D = 1$ commande vers la droite du vérin.

Alphabet d'entrée $\{ \bar{m}\bar{g}\bar{d}, \bar{m}\bar{g}d, \bar{m}g\bar{d}, \bar{m}gd, m\bar{g}\bar{d}, m\bar{g}d, mg\bar{d}, mgd \}$

Alphabet de sortie $\{ \bar{G}\bar{D}, \bar{G}D, G\bar{D}, GD \}$

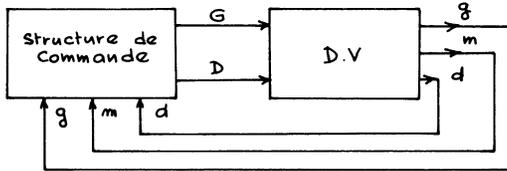
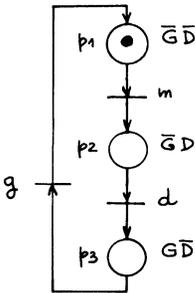


FIG. IV. 50.

Une mesure de la position de la tige du vérin est donnée par les capteurs g, d, m dont la situation géographique en A, B, C est telle que les événements élémentaires $mg\bar{d}, m\bar{g}d, \bar{m}gd, \bar{m}g\bar{d}$, ne se produiront jamais dans un fonctionnement normal du processus. Il n'est pas souhaitable de commander simultanément G et D , l'événement élémentaire de sortie $G \cdot D$ est un événement interdit.

Étape 4. — L'état initial, vérin non commandé se déplaçant de C vers A contact m relâché est représenté par la place p_1 (\bar{G}, \bar{D}) marquée (fig. IV.51) ce qui définit le marquage initial.

Étape 5. — L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est m (arrivée de l'extrémité de la tige du vérin en m). La production de cet événement permet d'obtenir le marquage



M_0	M_1	M_2	
1	0	0	p_1
0	1	0	p_2
0	0	1	p_3

FIG. IV. 52.

FIG. IV. 51.

M_1 correspondant à la place p_2 marquée ($D\bar{G}$) et au déplacement de la tige du vérin de la gauche vers la droite. Ce déplacement s'effectue jusqu'au moment où le contact d est appuyé. La production de l'événement d est

utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 (place p_3 marquée). Ce dernier marquage représente le déplacement de la tige du vérin de la droite vers la gauche $\overline{D}G$. Le passage du marquage M_2 au marquage initial M_0 résulte de l'événement g la commande du distributeur étant supprimé à partir du point C. Le réseau de Pétri conforme obtenu est représenté par la figure IV.51. Ce graphe résume le cahier des charges. L'ensemble M des marquages $[M] = \{ M_0, M_1, M_2 \}$ est caractérisé par le tableau matriciel figure IV.52.

REMARQUE. — Les réseaux de Pétri donnés par les figures IV.51 (exercice 3) et IV.39 (exercice 2) sont identiques. Dans le cas de l'utilisation d'un distributeur électro-pneumatique et de capteurs électriques il est donc possible de matérialiser directement la structure de commande à l'aide des circuits donnés par la figure IV.48. Cette structure résulte de l'analyse du réseau de Pétri seul et de l'association des états q_0, q_1, q_2 aux marquages M_0, M_1, M_2 .

Étapes 6 et 7. — En tenant compte des contraintes sur l'alphabet d'entrée et du réseau de Pétri, il est possible d'obtenir la matrice des états donnée par la figure IV.53. Un codage possible à l'aide de deux variables secondaires X, Y se déduit directement de l'étape 7 de l'exercice 2 précédent. Ce codage est représenté par la figure IV.54 la matrice de sortie étant donnée par la figure IV.47.

	$\overline{m}\overline{g}\overline{d}$	$\overline{m}g\overline{d}$	$\overline{m}g\overline{d}$	$\overline{m}g\overline{d}$	$m\overline{g}\overline{d}$	$m\overline{g}\overline{d}$	$m\overline{g}\overline{d}$	$m\overline{g}\overline{d}$
q_0	q_0	q_0	-	q_0	-	-	-	q_1
q_1	q_1	q_2	-	q_1	-	-	-	q_1
q_2	q_2	q_2	-	q_0	-	-	-	q_2

FIG. IV.53.

									G	D
Y X	0 0	0 0	-	0 0	-	-	-	0 1	0	0
	0 1	1 1	-	0 1	-	-	-	0 1	0	1
	1 1	-	1 0	-	-	-	-	-	0	0
	1 0	1 0	-	0 0	-	-	-	1 0	1	0

FIG. IV.54.

Étape 8. — La matérialisation de la structure de commande à l'aide d'opérateurs NI (NOR) se déduit du développement par rapport aux 0 des diagrammes de Karnaugh des figures IV.55 (variable X); IV.56 (variable Y); IV.47 (variables G et D) et conduit au schéma technologique de la figure IV.57 qui ne tient pas compte des adaptations éventuellement nécessaires à la sortie des capteurs ou à l'entrée des organes de commande.

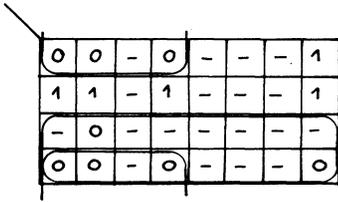


FIG. IV.55.

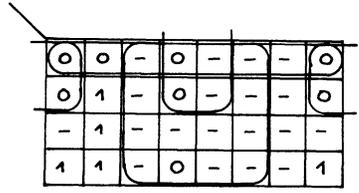


FIG. IV.56.

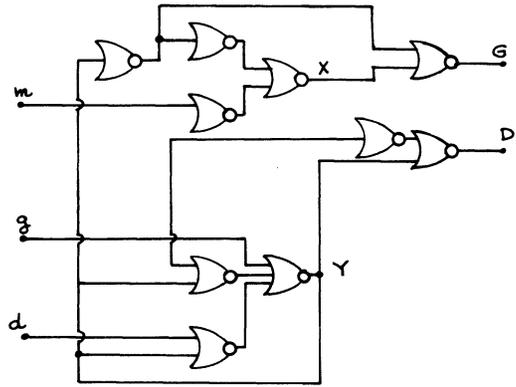


FIG. IV.57.

IV.2.4. Exercice 4. — Mémoire R. S. à variation de niveau

Matérialiser en utilisant des opérateurs NAND (ON) un circuit de mémorisation à deux entrées R et S et une sortie Y répondant au cahier des charges suivant :

Les deux entrées R et S ne varient jamais simultanément et ne prennent jamais simultanément la valeur 1.

Quelle que soit la valeur de l'entrée R maintenue constante, la variation de 1 à 0 de S entraîne une variation de 0 à 1 ou un maintien à 1 de la sortie Y.

Quelle que soit la valeur de l'entrée S maintenue constante, la variation de 1 à 0 de R entraîne une variation de 1 à 0 ou un maintien à 0 de la sortie Y.

Toutes les variations de 0 à 1 des grandeurs d'entrée R et S ne modifient pas la valeur de la sortie Y.

Solution

Étapes 1 et 2. — Elles se réduisent à la figure IV.58.

Étape 3. — Alphabet d'entrée $\{RS, R\bar{S}, \bar{R}S, \bar{R}\bar{S}\}$. L'événement RS et les séquences de deux événements successifs $\{R\bar{S}, \bar{R}S\}$, $\{\bar{R}S, R\bar{S}\}$ ne se produisent jamais par définition du cahier des charges.

Alphabet de sortie $\{Y, \bar{Y}\}$.

Étape 4. — L'état initial $R = 0, S = 0, Y = 0$ est représenté par la place $p_1(\bar{Y})$; marquée (fig. IV.59).

Étape 5. — Une variation de 0 à 1 de la grandeur de sortie n'est pas obtenue à partir de la production d'un événement mais de la séquence des deux événements correspondant à la variation de 1 à 0 de la grandeur d'entrée S . Cette séquence $S\bar{S}$ permettant le passage de 0 à 1 de la sortie Y est résumée par le marquage de la place $p_2(\bar{Y})$, marquage M_1 obtenu à partir du marquage initial M_0 par la production de S , puis par le marquage de la place $p_3(Y)$, marquage M_2 obtenu à partir du marquage M_1 par la production \bar{S} .

De manière identique à partir du marquage $M_2(Y)$ une variation de 1 à 0 de la grandeur de sortie n'est pas obtenue à partir de la production d'un seul événement mais de la séquence $R\bar{R}$ des deux événements correspondant à la variation de 1 à 0 de la grandeur d'entrée R . Le réseau de Pétri complété est représenté par la figure IV.59. L'ensemble des marquages $[M] = \{M_0, M_1, M_2, M_3\}$ est caractérisé par le tableau matriciel (fig. IV.60).



FIG. IV.58.

	M_0	M_1	M_2	M_3	
p_1	1	0	0	0	p_1
p_2	0	1	0	0	p_2
p_3	0	0	1	0	p_3
p_4	0	0	0	1	p_4

FIG. IV.60.

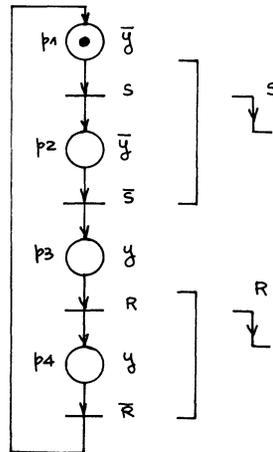


FIG. IV.59.

Étapes 6 et 7. — L'association des quatre états $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ aux marquages $\{M_0, M_1, M_2, M_3\}$ permet la représentation de la matrice des états et de la matrice de sortie (fig. IV.61) deux variables secondaires V, W sont suffisantes pour coder les quatre états en respectant les adjacences.

La variable W est identique à la sortie Y. La matrice codée et la matrice de sortie sont données par la figure IV.62.

	$\bar{R}\bar{S}$	$\bar{R}S$	RS	$R\bar{S}$	y
q_0	q_0	q_1	-	q_0	\bar{y}
q_1	q_2	q_1	-	-	\bar{y}
q_2	q_2	q_2	-	q_3	y
q_3	q_0	-	-	q_3	y

FIG. IV.61.

	RS					y
wv	00	01	11	10	-	-
00	00	01	-	00	-	0
01	11	01	-	-	-	0
11	11	11	-	10	-	1
10	00	-	-	10	-	1

FIG. IV.62.

	RS				
wv	00	01	11	10	-
00	00	01	-	10	0
01	11	01	-	10	0
11	11	11	-	10	0
10	00	01	-	10	0

FIG. IV.63.

Étape 8. — Sans tracer les diagrammes de Karnaugh de définition des variables secondaires V, W il est possible par application directe de la remarque 3 du § III.3 et dans le cas de l'utilisation de portes ON (NAND) d'écrire :

$$V(t + \tau) = E_{3v} + V \cdot \overline{E_{0v}}$$

$$W(t + \tau) = E_{3w} + W \cdot \overline{E_{0w}}$$

où E_{3v} (E_{3w}) représente l'ensemble des valeurs des variables qui imposent un changement de 0 à 1 (enclenchement) de la variable V (W) et E_{0v} (E_{0w}) représente l'ensemble des valeurs des variables qui imposent un changement de 1 à 0 (déclenchement) de la variable V (W); soit :

$$E_{3v} = S, \quad E_{3w} = \bar{S} \cdot V \cdot \bar{W}$$

compte tenu des cases indifférentes (fig. IV.63) et

$$E_{0v} = R, \quad E_{0w} = \bar{V} \cdot \bar{R}$$

compte tenu des cases indifférentes (fig. IV.63) et l'on obtient finalement :

$$V(t + \tau) = S + V \cdot \bar{R}$$

$$W(t + \tau) = \bar{S} \cdot V \cdot \bar{W} + W(\bar{V} \cdot \bar{R}) = \bar{S}V + VW + WR$$

$$Y = W$$

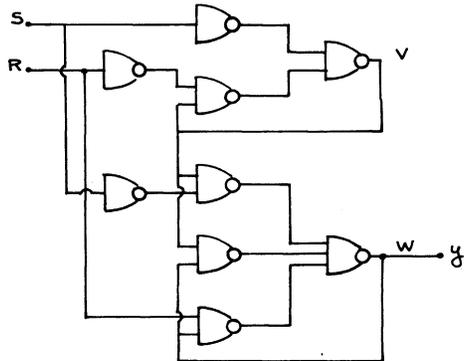


FIG. IV.64.

Le schéma technologique correspondant à ces deux relations est représenté par la figure IV.64.

IV.2.5. Exercice 5. — Dispositif de perçage automatique avec ou sans débouillage

On se propose d'automatiser en utilisant un automate programmable une perceuse susceptible d'usiner deux types de pièces, minces ou de grande épaisseur.

Le fonctionnement désiré de l'ensemble peut être décrit comme suit :

— Le démarrage d'une opération de perçage s'obtient par une action fugitive sur un bouton poussoir d . Toute manipulation de ce bouton poussoir en cours de perçage est sans effet sur le fonctionnement du système.

— La sélection du type de perçage avec ou sans débouillage est effectuée à l'aide d'un commutateur s . Le perçage d'une pièce mince correspond à s fermé et implique simultanément une commande (R) en rotation du forêt et sa commande en translation suivant le cycle A représenté par la figure IV.65. Les positions basse et haute du forêt sont repérées respectivement par des contacts b et h . Le perçage d'une pièce épaisse correspond à s ouvert et implique simultanément une commande (R) en rotation du forêt et sa commande en translation suivant le cycle B représenté par la figure IV.65. Le perçage partiel suivi d'un retrait facilitant l'élimination des copeaux est appelé débouillage. Il nécessite la prise en compte du contact intermédiaire m . Les mouvements de montée, descente sont obtenus par les commandes M (montée) D (descente) du moteur de translation.

— Tout perçage implique la présence d'une pièce. Cette présence est repérée par un contact p qui reste actionné tant que la pièce p est en place ; le perçage suivant n'est possible qu'après un changement de la pièce détecté par le relâchement du contact p .

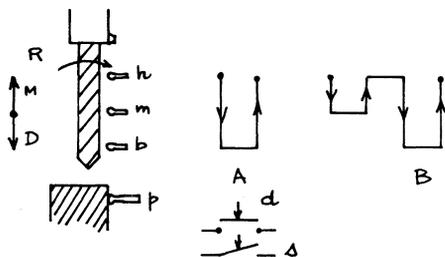


FIG. IV.65.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.66. Il existe quatre boucles de retour de l'unité de perçage vers la structure de commande qui possède donc six entrées et trois sorties M. D. R. Le pro-

cessus à commander se décompose naturellement en trois sous-systèmes : (fig. IV.67) :

— ensemble moteur, système mécanique de translation comprenant deux entrées M, D et trois sorties *b*, *h*, *m* ;

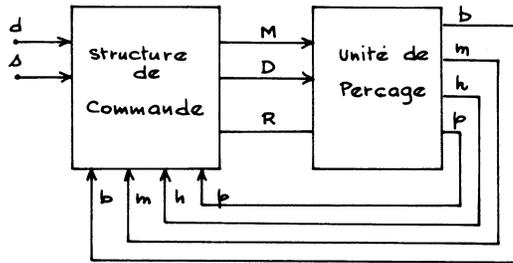


FIG. IV.66.

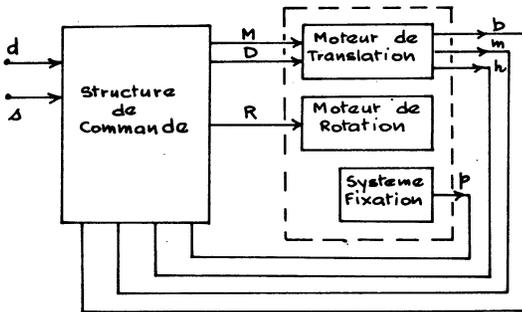


FIG. IV.67.

— ensemble moteur, mécanique de rotation comprenant une seule entrée R ;

— ensemble système de fixation comprenant une seule sortie. Nous n'utiliserons pas toutefois cette décomposition dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges en considérant l'unité de perçage comme un processus indécomposable.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : l'état appuyé des contacts *d*, *s*, *b*, *m*, *h*, *p* est représenté par $d = 1, s = 1, b = 1, m = 1, h = 1, p = 1$ et l'état relâché par $d = 0, s = 0, b = 0, m = 0, h = 0, p = 0$.

Sortie : les états des grandeurs de commande M, D, R sont représentés par $M = 1$ commande en translation vers le haut de la broche de perçage $D = 1$ commande en translation vers le bas de la broche de perçage, $R = 1$ commande de mise en rotation du forêt.

Alphabet d'entrée $\{ dsbmhp, dsbmh\bar{p}, \dots, \bar{d}\bar{s}\bar{b}\bar{m}\bar{h}\bar{p} \}$

Alphabet de sortie $\{ MDR, MD\bar{R}, \dots, \bar{M}\bar{D}\bar{R} \}$

La situation géographique des contacts h , m , b est telle que les événements h , m , b sont deux à deux exclusifs. Dans un fonctionnement normal du processus les événements élémentaires comprenant les expressions hmb , hmb , $\bar{h}mb$ et $h\bar{m}b$ ne se produiront jamais.

Il n'est pas souhaitable de commander simultanément M et D l'événement M.D est un événement interdit.

Étape 4 et 5. — La construction du réseau de Pétri est obtenue par la composition des réseaux de Pétri relatifs au perçage avec ou sans déburrage puis par la modification de ce réseau afin de tenir compte de la contrainte correspondant à la détection de présence de la pièce.

Perçage sans déburrage. — L'état initial systèmes de translation et de rotation non commandés, broche de perçage en position haute (fig. IV.65) est représenté par la place p_1 (\bar{M} , \bar{D} , \bar{R}) marquée (fig. IV.68) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est d . La production de cet événement permet d'obtenir le marquage correspondant aux places p_2 ($\bar{M}\bar{D}$), p_3 (\bar{R}) marquées c'est-à-dire au déplacement vers le bas de broche de perçage et à la mise en rotation du forêt. La translation vers le bas s'effectue jusqu'au moment où le contact b est appuyé. La production de l'événement b est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 places p_4 ($M\bar{D}$) et p_3 (\bar{R}) marquées. Le marquage M_2 représente la remontée de la broche. Le passage du marquage M_2 au marquage initial M_0 résulte de la production de l'événement h indiquant la sortie du forêt de la pièce percée. Les commandes en rotation et en translation sont arrêtées simultanément. Le réseau de Pétri obtenu est représenté par la figure IV.68.

Perçage avec déburrage. — En procédant de manière identique à partir du même état initial l'on obtient le réseau de Pétri donné par la figure IV.69. La production de l'événement m est utilisée afin de permettre une remontée du forêt avant le perçage total de la pièce.

Perçage avec ou sans déburrage. — La comparaison des réseaux construits permet le tracé de la partie commune aux deux cycles de fonctionnement (fig. IV.70). La décision d'effectuer le cycle de perçage avec déburrage doit être prise avant la production de l'événement m et s'exprime par la production de l'événement s . Les événements m , s et b étant exclusifs une composition possible des deux réseaux précédents est donnée par la figure IV.71.

L'introduction de la contrainte relative à la présence et au changement de la pièce à usiner peut se faire en utilisant une place supplémentaire p_7 ($\bar{M}\bar{D}\bar{R}$) (fig. IV.72). Le marquage de cette place représente l'état de la machine correspondant aux systèmes de translation et de rotation non commandés, à la broche de perçage en position haute et à la pièce percée

non enlevée. La production de l'événement \bar{p} , enlèvement de la pièce usinée, permet de passer de ce marquage supplémentaire au marquage initial M_0 . Le passage du marquage M_0 au marquage M_1 indiquant le démarrage d'un cycle nécessite de plus la production de l'événement $d.p$.

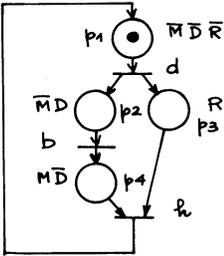


FIG. IV.68.

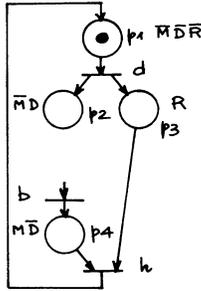


FIG. IV.70.

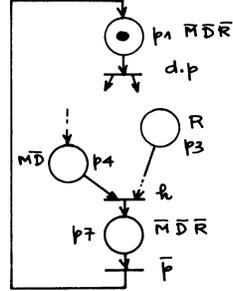


FIG. IV.72.

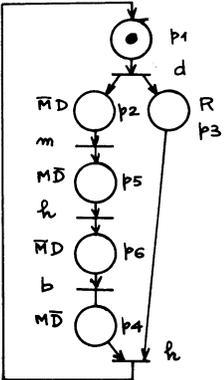


FIG. IV.69.

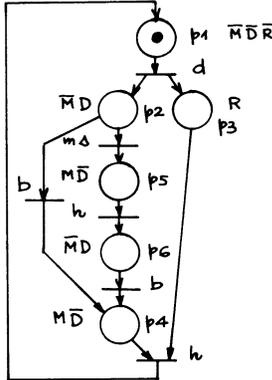


FIG. IV.71.

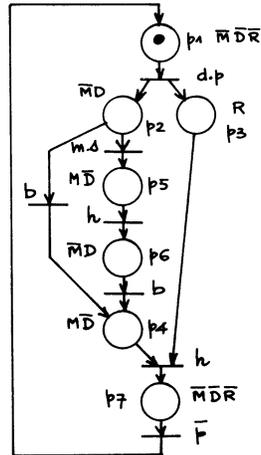


FIG. IV.73.

FIG. IV.74.

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	
	1	0	0	0	0	0	p_1
	0	1	0	0	0	0	p_2
	0	1	1	1	1	0	p_3
	0	0	0	0	1	0	p_4
	0	0	1	0	0	0	p_5
	0	0	0	1	0	0	p_6
	0	0	0	0	0	1	p_7

Le réseau de Pétri final est représenté par la figure IV.73. Il implique le non-enlèvement de la pièce à usiner durant le cycle de perçage et résume le cahier des charges. L'ensemble des marquages $\{M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\}$ est donné par le tableau matriciel (fig. IV.74).

Étapes 6, 7 et 8. — La matérialisation de la structure de commande à l'aide d'un automate ou séquenceur programmable, correspond au choix d'une solution synchrone. Elle nécessite l'écriture dans le langage de la machine utilisée du programme permettant aux instants d'échantillonnage, le calcul des valeurs à imposer aux variables de commande en fonction des valeurs présentes ou passées des variables d'entrée de la structure de commande.

Ce programme s'obtenant facilement à partir des équations booléennes de définition des variables secondaires et de sorties de la structure séquentielle, les étapes 6, 7, 8 seront réduites à l'écriture d'un ensemble possible de ces équations. Cette écriture résulte du choix d'un codage des états de la machine séquentielle. L'association aux marquages $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ des états $q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ et le codage canonique (fig. IV.75) de ces états à l'aide des variables secondaires $X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ évite le tracé de la matrice des états et permet l'écriture directe par inspection du réseau de Pétri des équations à programmer. En effet, le choix d'une solution synchrone permet l'utilisation d'un codage quelconque et par l'application de la remarque 1 du § III.4.2 pour toute variable secondaire X_i ,

X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
1	0	0	0	0	0	q_0
0	1	0	0	0	0	q_1
0	0	1	0	0	0	q_2
0	0	0	1	0	0	q_3
0	0	0	0	1	0	q_4
0	0	0	0	0	1	q_5

$$(X_i)_n = \left(\bar{X}_i \cdot (E_1 + E_3)_i + X_i \cdot \overline{(E_0 + E_1)_i} \right)_{n-1}$$

FIG. IV.75.

X_i prend la valeur 1 et seulement la valeur 1 pour le marquage M_i associé à l'état q_i de la machine.

$\bar{X}_i(E_1 + E_3)_i$ représente l'ensemble des conditions marquage-transition de passage de 0 à 1 de la variable X_i .

$(E_0 + E_1)_i$ représente l'ensemble des conditions marquage transition de passage de 1 à 0 de la variable X_i . Par exemple, la variable X_4 associée au marquage M_4 (places p_3 et p_4 marquées) passe de la valeur 0 à la valeur 1 si l'événement b se produit le marquage initial étant M_3 (places p_3 et p_6 marquées) soit $X_3 = 1$ ou M_1 (places p_2 et p_3 marquées), soit $X_1 = 1$. Elle passe de la valeur 1 à la valeur 0 si l'événement h se produit. Il est donc possible d'écrire :

$$(X_4)_n = (X_3 \cdot b + X_1 \cdot b + X_4 \cdot \bar{h})_{n-1}$$

et en procédant de manière analogue pour l'ensemble des équations :

$$\begin{aligned}(X_0)_n &= (X_5 \cdot \bar{p} + X_0 \cdot \overline{dp})_{n-1} \\(X_1)_n &= (X_0 \cdot dp + X_1 \cdot \overline{m \cdot s})_{n-1} \\(X_2)_n &= (X_1 \cdot m \cdot s + X_2 \cdot \bar{h})_{n-1} \\(X_3)_n &= (X_2 \cdot h + X_3 \cdot \bar{b})_{n-1} \\(X_4)_n &= (X_3 \cdot b + X_1 \cdot b + X_4 \cdot \bar{h})_{n-1} \\(X_5)_n &= (X_4 \cdot h + X_5 \cdot p)_{n-1}\end{aligned}$$

Les équations de sortie se déduisent par inspection des places

$$\begin{aligned}R &= X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \\M &= X_2 + X_4 \\D &= X_1 + X_3\end{aligned}$$

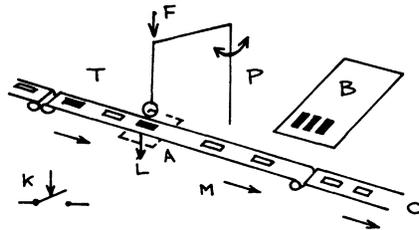
IV.2.6. Exercice 6. — Automatisation d'un système de tri

Description du processus

La partie mécanique d'un système de tri de pièces usinées est représentée par la figure IV.76. Elle se compose principalement des ensembles suivants :

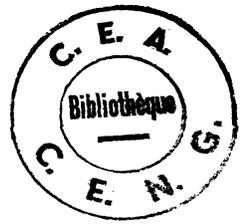
- un tapis horizontal T entraîné par un moteur M et transportant des pièces usinées ;
- une pièce permettant de transporter des pièces d'une zone A vers une zone B. L'évacuation des pièces : prise de la pièce en A, transfert en B, retour de la pièce en A ; s'effectue grâce à la seule commande P. La position de repos de la pièce prête à commencer un cycle de transfert complet est repérée par un contact F ;
- un système de pesée permettant une détection de la présence dans la zone A de pièces lourdes L ;
- un interrupteur K.

FIG. IV. 76.



Description du fonctionnement souhaité

On veut réaliser le tri des pièces usinées en transférant les pièces lourdes dans la zone B et les pièces légères dans la zone C. L'interrupteur K permet d'effectuer ou de ne pas effectuer ce tri.



— si l'interrupteur K est ouvert, le tri n'est pas effectué. Le tapis fonctionne sans interruption et toutes les pièces sont rassemblées dans la zone C ;
 — si l'interrupteur K est fermé, le tri est effectué. A chaque détection d'une pièce lourde dans la zone A :

- . le tapis s'arrête
- . la pièce est évacuée par la pince dans la zone B.
- . le tapis, dès l'enlèvement de la pièce détecté par le système de pesée, est remis en marche jusqu'à la détection d'une nouvelle pièce lourde.

L'automatisation sera effectuée en utilisant une solution asynchrone et des circuits combinatoires à trois entrées e_1, e_2, e_3 et deux sorties S et C (fig. III.77) tels que

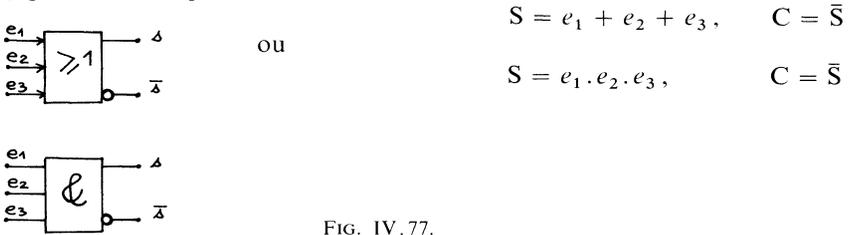


FIG. IV.77.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.78. Il existe deux boucles de retour de l'ensemble tapis pince vers la structure de commande qui possède donc trois entrées et deux sorties M, P. Le processus à commander se décompose naturellement en deux sous-systèmes (fig. IV.79) :

- ensemble moteur-tapis système de pesée comprenant une entrée M et une sortie L.
- ensemble pince d'évacuation comprenant une entrée P et une sortie F.

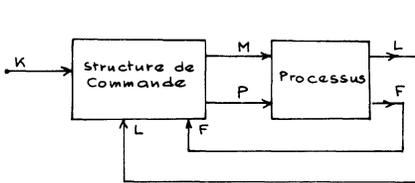


FIG. IV.78.

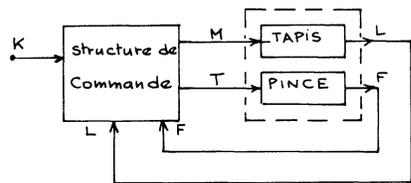


FIG. IV.79.

Nous allons utiliser cette décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : la position fermée de l'interrupteur K est représentée par $K = 1$, la détection d'une pièce lourde par $L = 1$ et le contact F appuyé par $F = 1$.

Sortie : les états des grandeurs de commande M, P sont représentés par $M = 1$ commande du tapis, $P = 1$ commande de la pince.

Alphabet d'entrée { $\bar{F}\bar{L}\bar{K}$, $\bar{F}\bar{L}K$, ..., FLK }

Alphabet de sortie { $M\bar{P}$, $\bar{M}P$, MP , $\bar{M}\bar{P}$ }

Étapes 4 et 5. — La construction du réseau de Pétri de description de l'ensemble du cahier des charges est effectuée en établissant, pour chaque variable de commande un réseau de Pétri séparé et en couplant si nécessaire ces réseaux par l'intermédiaire des variables affectées aux transitions.

Variable de sortie M. — L'état initial moteur commandé interrupteur K ouvert, ou interrupteur K fermé sans détection d'une pièce lourde L, ($K\bar{L}$) est représenté par la place p_1 (M) marquée (fig. IV.80) ce qui définit le marquage initial. L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est LK.

La production de cet événement permet d'obtenir le marquage correspondant à la place p_2 (\bar{M}) marquée et à l'arrêt du moteur d'entraînement du tapis, le tri étant désiré (K) et une pièce lourde détectée (L). La remise en marche du moteur M dépend alors de l'enlèvement de la pièce lourde (\bar{L}). La production de l'événement \bar{L} est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage initial M_0 . Le réseau de Pétri obtenu est représenté par la figure IV.81. Il résume la partie du cahier des charges relative à la variable de commande M.

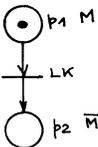


FIG. IV.80.

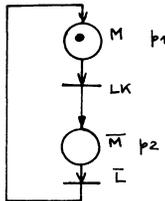


FIG. IV.81.

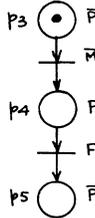


FIG. IV.82.

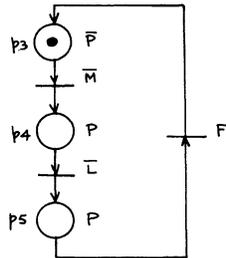


FIG. IV.83.

Variable de sortie P. — L'état initial pince au repos et non commandée est représenté par la place p_3 (\bar{P}) marquée (fig. IV.82) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie (P) est l'arrêt du moteur (\bar{M}) puisque cet événement implique le désir d'effectuer le tri et la présence d'une pièce lourde L prête à être évacuée. La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_4 (P) marquée et à la commande d'évacuation de la pièce détectée de la zone A vers la zone C puis au retour de la pince. L'arrêt

de la commande de la pince dépend alors de la production de l'événement F. Toutefois la nécessité de l'obtention d'une séquence $\bar{F}F$ avant l'arrêt de la pince entraîne l'utilisation d'un marquage M_2 intermédiaire. Ce marquage place p_5 (P) marquée obtenu par l'événement \bar{L} garantit le déplacement effectif de la pince. La production de l'événement F est utilisée pour passer du marquage M_2 au marquage initial M_0 . Le réseau de Pétri obtenu est représenté par la figure III.83. Il décrit la partie du cahier des charges relative à la variable de commande P.

L'ensemble des réseaux de Pétri donnés par les figures IV.81 et 83 résume le cahier des charges compte tenu du choix initial d'une décomposition de la structure de commande en deux sous-ensembles. Cette décomposition est représentée par la figure IV.84. L'ensemble des marquages $\{M_0, M_1\}$ variable M est donné par la figure IV.85, l'ensemble des marquages $\{M_0, M_1, M_2\}$ variable P par la figure IV.86.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution asynchrone et le nombre peu élevé de variables d'entrée permet la détermination des matrices des états et des sorties puis le choix d'un code de représentation respectant les adjacences. Les structures SM et SP (fig. IV.84) sont traitées séparément.

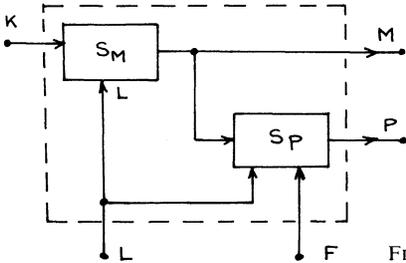


FIG. IV.84.

M_0	M_1	
1	0	p_1
0	1	p_2

FIG. IV.85.

M_0	M_1	M_2	
1	0	0	p_3
0	1	0	p_4
0	0	1	p_5

FIG. IV.86.

Structure SM. — En associant aux marquages M_0, M_1 les états q_0, q_1 , il est possible de déterminer les matrices des états et de sortie (fig. IV.87). Une seule variable secondaire X suffit et en choisissant $X = M$ l'on obtient la matrice codée de la figure IV.88 soit en développant par rapport aux 1 de la fonction

$$M(t + \tau) = \bar{L} + M\bar{K}$$

	$\bar{L}\bar{K}$	$\bar{L}K$	$L\bar{K}$	LK	
q_0	q_0	q_0	q_1	q_0	M
q_1	q_0	q_0	q_1	q_1	\bar{M}

FIG. IV.87.

x	$L\bar{K}$	$\bar{L}\bar{K}$	$\bar{L}K$	LK
0	1	1	0	0
1	1	1	0	1

FIG. IV.88.

Structure SP. — En associant aux marquages M_0, M_1, M_2 les états q_0, q_1, q_2 , il est possible de déterminer les matrices des états de sortie

(fig. IV.89). Deux variables secondaires X, Y suffisent et en choisissant un code binaire réfléchi tel que $Y = P$ l'on obtient compte tenu du respect des adjacences la matrice codée de la figure IV.89. Par application des relations (remarque 3, § III.3)

$$X(t + \tau) = (\Sigma \Pi \varepsilon)_X + X \cdot \overline{(\Sigma \Pi \delta)_X}$$

$$Y(t + \tau) = (\Sigma \Pi \varepsilon)_Y + Y \cdot \overline{(\Sigma \Pi \delta)_Y}$$

où $(\Sigma \Pi \varepsilon)_X, (\Sigma \Pi \varepsilon)_Y$ représente l'ensemble des conditions état interne-entrée de passage de 0 à 1 (enclenchement) de $X(t + \tau), Y(t + \tau)$ et $(\Sigma \Pi \delta)_X, (\Sigma \Pi \delta)_Y$ représente l'ensemble des conditions états interne-entrée de passage de 1 à 0 (déclenchement) de $X(t + \tau), Y(t + \tau)$ il est possible d'écrire

$$X(t + \tau) = \bar{Y} \cdot \bar{M} + X \cdot \overline{(Y \bar{L})} = \bar{Y} \cdot \bar{M} + X \cdot L + X \bar{Y}$$

$$Y(t + \tau) = X + Y \cdot \overline{(X \cdot F)} = X + YX + Y \bar{F}$$

	\bar{M}				M				
	$\bar{L}\bar{F}$	$\bar{L}F$	$L\bar{F}$	LF	$\bar{L}\bar{F}$	$\bar{L}F$	$L\bar{F}$	LF	
q_0	q_1	q_1	q_1	q_1	q_0	q_0	q_0	q_0	\bar{P}
q_1	q_2	q_2	q_1	q_1	q_1	q_1	q_2	q_2	P
q_2	q_2	q_0	q_0	q_2	q_2	q_0	q_0	q_2	P

FIG. IV.89.

		MLF								
	Y X	000	001	011	010	110	111	101	100	P
00	01	01	01	01	00	00	00	00	00	0
01	11	11	11	11	-	-	-	-	-	-
11	10	10	11	11	11	11	10	10	10	1
10	10	00	00	10	10	00	00	10	10	1

FIG. IV.90.

Etape 8. — Le schéma technologique de la figure IV.91 se déduit directement des relations ci-dessus et ne tient pas compte des adaptations éventuellement nécessaires; rebondissements des contacts, isolation galvanique...; à la sortie des capteurs ou à l'entrée des organes de commande.

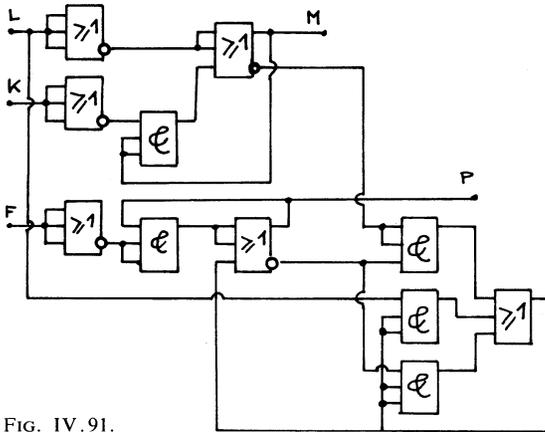


FIG. IV.91.

REMARQUE. — La figure IV.92 représente un réseau de Pétri obtenu sans tenir compte des décompositions fonctionnelles du processus à automatiser. L'utilisation de ce réseau conduit à la synthèse d'une seule machine séquentielle comportant 8 états internes l'ensemble des marquages M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 (fig. IV.93) nécessitant la définition de 5 états q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 .

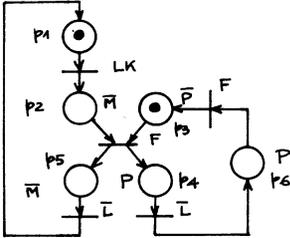


FIG. IV.92.

	p_6	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1
M_0	0	0	0	1	0	1
M_1	0	0	0	1	1	0
M_2	0	1	1	0	0	0
M_3	1	0	0	0	0	1
M_4	1	0	0	0	1	0

FIG. IV.93.

IV.2.7. Exercice 7. — Automatisation d'un système mécanique

On considère le système mécanique représenté par la figure IV.94. Ce système comporte principalement un vérin V et son distributeur de commande ED, un plateau P entraîné en rotation par un moteur R et un bouton poussoir de mise en marche m . La position de la tige du vérin est repérée grâce à deux contacts g et d . La commande en translation du vérin est obtenue par les commandes droite D et gauche G du distributeur.

Effectuer, en logique synchrone câblée en utilisant des bascules D, h et

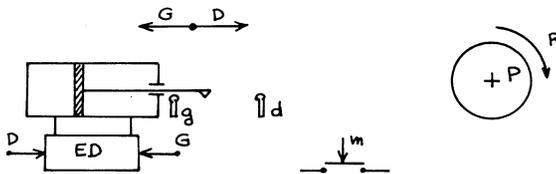


FIG. IV.94.

des portes NAND (ON) à cinq entrées la synthèse de la structure de commande correspondant au cahier des charges suivant :

- la tige au vérin étant initialement immobile et positionnée en g et le plateau P arrêté (\bar{R}), par action sur le bouton poussoir m , simultanément :
- la tige du vérin se déplace de g vers d où elle s'arrête,
- le plateau P est mis en rotation (R) et reste en rotation tant que le bouton poussoir m est maintenu.

Dès qu'il est relâché (\bar{m}) le plateau s'arrête (\bar{R}) et reste immobile quelles que soient les manipulations sur le bouton poussoir m . La tige du vérin étant immobile et positionnée en d et le plateau P à l'arrêt :

La tige du vérin est déplacée alternativement de droite à gauche puis de gauche à droite ..., d, g, d, g, \dots et simultanément le plateau R se met en rotation chaque fois que le bouton poussoir est appuyé et s'arrête quand celui-ci est relâché. Le système revient à l'état initial lorsque la tige du vérin se trouvera en position g le bouton poussoir m étant relâché. Le nombre d'aller et retour de la tige du vérin est donc lié aux manipulations du bouton-poussoir.

Solution

Étapes 1, 2 et 3. — L'énoncé de ce problème et le traitement des étapes 1 et 2 font l'objet de l'exemple 1 du § IV.1.1. Le processus se décompose en deux sous-systèmes plateau P ensemble distributeur-vérin susceptibles d'être commandés en parallèle (fig. IV.95). Nous adoptons les conventions suivantes :

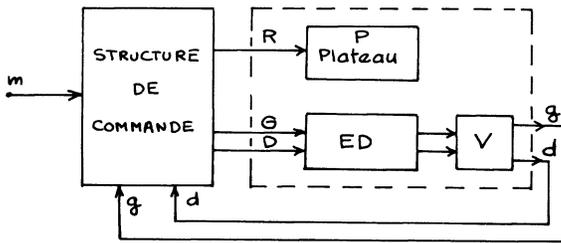


FIG. IV.95.

Entrée : le bouton poussoir et les contacts appuyés (relâchés) sont représentés par $m = 1, g = 1, d = 1$ ($m = 0, g = 0, d = 0$).

Sortie : les commandes du moteur d'entraînement du plateau et du distributeur sont représentés par R, D, G : $R = 1, D = 1, G = 1$ organes commandés, $R = 0, D = 0, G = 0$ organes non commandés.

Étape 4. — Comme dans l'exercice 6 la construction du réseau de Pétri de description du cahier des charges est effectuée en établissant, pour les variables de commande de chaque sous-système un réseau de Pétri séparé puis en couplant si nécessaire ces réseaux par l'intermédiaire des variables associées aux transitions.

Variable de sortie R. — L'état initial plateau arrêté, moteur non commandé est représenté par la place p_1 (\bar{R}) marquée (fig. IV.96) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est m . La production de cet

événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_2 (R) marquée et à la commande du moteur R . L'arrêt du moteur dépend alors de la production de l'événement \bar{m} qui est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 (place p_3 marquée \bar{R}). La remise en route du moteur R est dans cet état fonction de l'état du sous-système vérin distributeur qui doit être tel que $D = 0, G = 0, d = 1$ et de la valeur prise par l'entrée m . Un marquage M_3 (place p_4 marquée \bar{R}) est utilisé pour tenir compte de la condition relative à la production de l'événement $\bar{D}\bar{G}d$ puis une place p_5 (R) permet par l'intermédiaire de la transition t_1 (m) de satisfaire la deuxième condition. L'évolution du marquage M_4 place p_5 marquée (R) vers le marquage M_3 est obtenue par la production de l'événement \bar{m} . Le retour au marquage initial M_0 s'effectue si l'événement $\bar{m}.g$ se produit. Il suffit donc de relier la place p_4 à la place p_1 par la transition t_2 ($\bar{m}g$). Les événements m et $\bar{m}g$ sont exclusifs, les transitions t_1 et t_2 ne sont donc jamais en conflit. Le réseau de Pétri obtenu résume la partie du cahier des charges relative à la variable de commande R .

Variable de sortie D, G. — L'état initial vérin non commandé tige du vérin positionnée en g est représenté par la place p_6 ($\bar{D}\bar{G}$) marquée (fig. IV.97) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est m . La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à

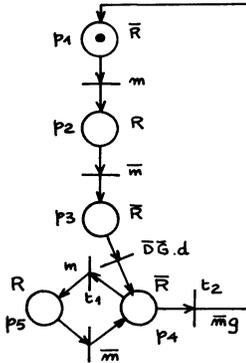


FIG. IV.96.

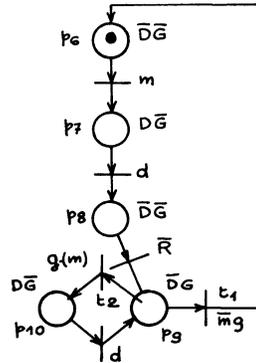


FIG. IV.97.

la place p_7 ($D\bar{G}$) marquée et à la commande du vérin de la droite vers la gauche. L'arrêt en d de la tige du vérin est résumé par le marquage M_2 (place p_8 marquée $\bar{D}\bar{G}$) obtenu à partir du marquage M_1 par la production de l'événement d . Le déplacement alternatif de la tige du vérin est dans cet état fonction de l'état du sous-système Plateau qui doit être tel que $R = 0$. Un marquage M_3 (place p_9 marquée $\bar{D}\bar{G}$) est utilisé pour indiquer le démarrage du déplacement alternatif de la tige du vérin après la production de

l'événement \bar{R} . L'événement m ne se produisant pas, le déplacement alternatif de la tige du vérin peut être décrit par les marquages M_3 (DG) M_4 (place p_{10} marquée $D\bar{G}$) les places p_3 et p_4 étant réunies par les transitions g et d . Le retour au marquage initial M_0 s'effectue si l'événement $\bar{m}g$ se produit. Il suffit donc de relier la place p_9 à la place p_6 par la transition $t_1(\bar{m}g)$.

Les événements $m.g$ et g ne sont pas exclusifs, il est donc nécessaire afin d'éviter le conflit lié au partage de la place p_9 par les transitions t_1 et t_2 de conditionner l'évolution du marquage M_3 au marquage M_4 par la production de l'événement mg . Cette modification implique, que lors des oscillations de la tige du vérin, le début du déplacement vers la gauche de la tige du vérin est conditionné par la non-production de l'événement \bar{m} soit m , ce qui respecte le cahier des charges. Le réseau de Pétri obtenu résume la partie du cahier des charges relative aux variables de commandes D et G . L'ensemble des réseaux de Pétri donnés par les figures IV.96 et 97 résume le cahier des charges compte tenu du choix initial d'une décomposition de la structure de commande en deux sous-ensembles SR , SDG . Cette décomposition est représentée par la figure IV.98. L'ensemble des marquages $\{ M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 \}$ variable R est donné par la figure IV.99, l'ensemble des marquages $\{ M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 \}$ variables D, G par la figure IV.100.

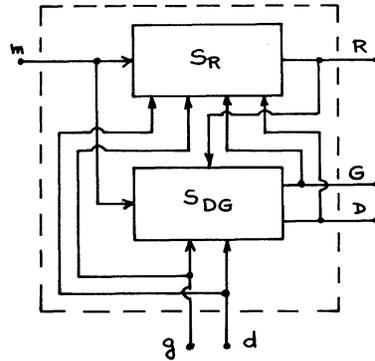


FIG. IV.98.

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	
p_1	1	0	0	0	0	p_1
p_2	0	1	0	0	0	p_2
p_3	0	0	1	0	0	p_3
p_4	0	0	0	1	0	p_4
p_5	0	0	0	0	1	p_5

FIG. IV.99.

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	
p_6	1	0	0	0	0	p_6
p_7	0	1	0	0	0	p_7
p_8	0	0	1	0	0	p_8
p_9	0	0	0	1	0	p_9
p_{10}	0	0	0	0	1	p_{10}

FIG. IV.100.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution synchrone en logique câblée imposée dans l'énoncé du problème permet le choix d'un code quelconque de représentation des états. Les structures SR et SDG (fig. IV.98) seront traitées séparément.

Structure SR. — Associons aux marquages $\{M_0, M_1, M_2, M_3, M_4\}$ les états q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 et un codage canonique à l'aide de l'ensemble $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$ de variables secondaires (fig. IV.101). Il est possible par inspection du réseau (fig. IV.96) d'écrire les équations relatives aux grandeurs d'entrée $dx_1, dx_2, dx_3, dx_4, dx_5$, des bascules D :

$$\begin{aligned} dx_1 &= X_4 \cdot \bar{m} \cdot g + X_1 \cdot \bar{m} \\ dx_2 &= X_1 \cdot m + X_2 \cdot m \\ dx_3 &= X_2 \cdot \bar{m} + X_3 \cdot \bar{D} \cdot \bar{G} \cdot d \\ dx_4 &= X_3 \cdot \bar{D} \cdot \bar{G} \cdot d + X_5 \cdot \overline{(m + \bar{m} \cdot g)} \\ dx_5 &= X_4 \cdot m + X_5 \cdot m \end{aligned}$$

et en s'intéressant à l'étiquette des places du réseau

$$R = X_2 + X_5$$

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	
X_1	1	0	0	0	0	
X_2	0	1	0	0	0	
X_3	0	0	1	0	0	
X_4	0	0	0	1	0	
X_5	0	0	0	0	1	

FIG. IV.101.

	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}	
X_6	1	0	0	0	0	
X_7	0	1	0	0	0	
X_8	0	0	1	0	0	
X_9	0	0	0	1	0	
X_{10}	0	0	0	0	1	

FIG. IV.102.

Structure SDG. — Associons aux marquages $\{M_0, M_1, M_2, M_3, M_4\}$ les états $q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}$ et un codage canonique à l'aide de l'ensemble $\{X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}\}$ de variables secondaires (fig. IV.102). Il est possible par inspection du réseau (fig. IV.97) d'écrire les équations relatives aux grandeurs d'entrées $dx_6, dx_7, dx_8, dx_9, dx_{10}$ des bascules D :

$$\begin{aligned} dx_6 &= X_9 \cdot \bar{m} \cdot g + X_6 \cdot \bar{m} \\ dx_7 &= X_6 \cdot m + X_7 \cdot \bar{d} \\ dx_8 &= X_7 \cdot d + X_8 \cdot R \\ dx_9 &= X_8 \cdot \bar{R} + X_9 \cdot \bar{g} \\ dx_{10} &= X_9 \cdot g \cdot m + X_{10} \cdot \bar{d} \end{aligned}$$

et en s'intéressant à l'étiquette des places du réseau

$$D = X_7 + X_{10} \quad G = X_9$$

Étape 8. — Le schéma technologique de la figure IV.103 se déduit directement des relations ci-dessus et ne tient pas compte des adaptations éventuellement nécessaires (rebondissements des contacts, isolation galvanique... à la sortie des capteurs ou à l'entrée des organes de commande. Il implique de plus l'implantation d'un circuit horloge compatible avec les bascules D, h utilisées et les variations temporelles des grandeurs d'entrée des structures.

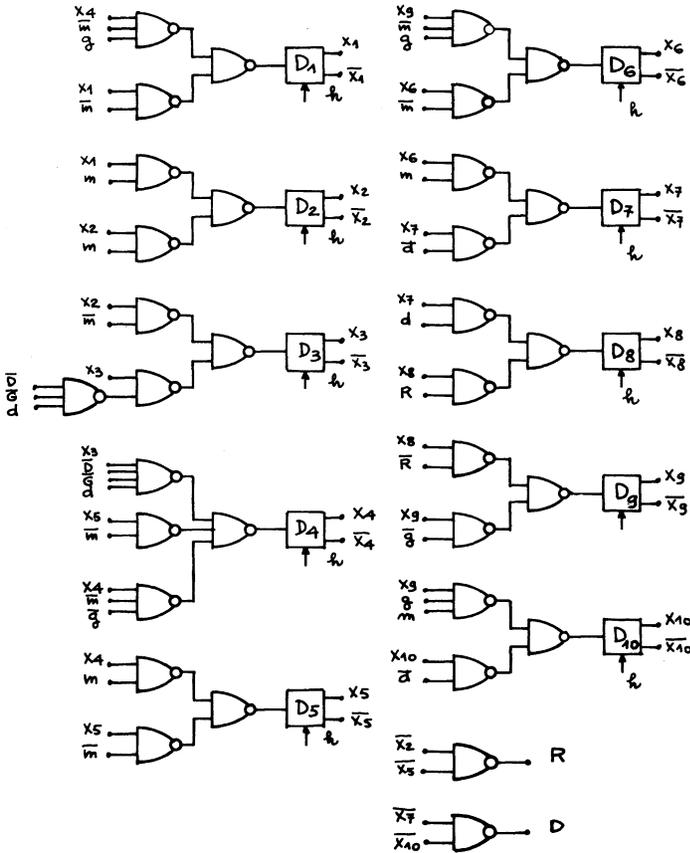


FIG. IV.103.

$x_9 \longrightarrow G$

REMARQUE. — Dans le cas où l'on ne tient pas compte des décompositions fonctionnelles du processus à automatiser, il est possible de construire progressivement un réseau de Pétri de description de la structure globale.

Étape 4. — L'état initial plateau arrêté, moteur R non commandé, vérin non commandé, tige du vérin positionnée en g est représenté par la place p_1 ($\bar{D}\bar{G}, \bar{R}$) marquée (fig. IV.104) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est m . La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant aux places p_2 ($D\bar{G}$) et p_3 (R) marquées. Deux places ont été utilisées afin de représenter le fonctionnement parallèle et asynchrone des processus Plateau et distributeur-vérin. L'évolution des marqueurs dans les deux branches parallèles se déduit du cahier des charges. La production de l'événement d , tige du vérin positionnée en d permet de passer de $D\bar{G}$ à $\bar{D}\bar{G}$ vérin non commandé (place p_4 marquée). La production de l'événement \bar{m} , bouton poussoir relâché permet de passer de R à \bar{R} arrêt moteur commande (place p_5 marquée). Le marquage M_5 correspondant aux places p_8 (\bar{R}) et p_6 ($\bar{D}G$) marquées est obtenu directement sans condition logique sur la transition t_1 , à partir du marquage M_4 places p_4 ($\bar{D}\bar{G}$) et p_5 (\bar{R}) marquées. L'ensemble des places p_8 (\bar{R}), p_9 (R) reliées par les transitions t_4 (m), t_5 (\bar{m}) et des places p_6 ($\bar{D}G$), p_7 ($D\bar{G}$) reliées par les transitions t_2 (g), t_3 (d) permettent de décrire d'une part la rotation du plateau fonction de l'état du bouton poussoir m et d'autre part le déplacement alternatif de la tige du vérin. La production de l'événement $g\bar{m}$ assure à partir du marquage M_5 le retour au marquage initial M_0 place p_1 marquée $\bar{D}\bar{G}\bar{R}$. Les événements g et $g\bar{m}$ ne sont pas exclusifs il est donc nécessaire afin d'éviter le conflit lié au partage de la place p_6 par les transitions t_2 et t_6 de conditionner le tir de la transition t_2 par la production de l'événement gm .

Le réseau de Pétri donné par la figure IV.104 résume le cahier des charges. L'ensemble des marquages $\{M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8\}$ est représenté par la figure IV.105.

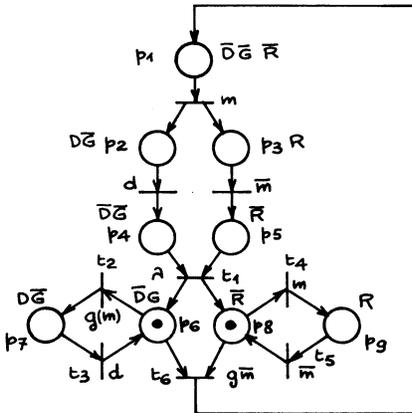


Fig. IV.104.

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	
p_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	p_1
p_2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	p_2
p_3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	p_3
p_4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	p_4
p_5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	p_5
p_6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	p_6
p_7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	p_7
p_8	0	0	0	0	0	1	0	0	1	p_8
p_9	0	0	0	0	0	0	1	1	0	p_9

Fig. IV.105.

Étapes 6, 7 et 8. — En utilisant comme précédemment une solution en logique synchrone cablée et un codage canonique; variables secondaires X_1, X_2, \dots, X_9 associées aux états q_0, q_1, \dots, q_9 les commandes $dx_1, dx_2, \dots, dx_8, dx_9$, des neuf bascules D utilisées s'écrivent :

$$\begin{aligned} dx_1 &= X_6.\bar{m}.g + X_1.\bar{m} \\ dx_2 &= X_1.m + X_2.d.m \\ dx_3 &= X_2.m.d + X_3.m \\ dx_4 &= X_2.\bar{m}.\bar{d} + X_4.d \\ dx_5 &= X_2.\bar{m}.d + X_3.\bar{m} + X_4.d \\ dx_6 &= X_5 + X_7.\bar{m} + X_8.\bar{m}.d + X_6.\bar{m}.\bar{g} + X_9.\bar{m}.d \\ dx_7 &= X_6.m\bar{g} + X_8.m.d + X_7.m\bar{g} + X_9.m.d \\ dx_8 &= X_6.mg + X_7.m.g + X_9.m.\bar{d} + X_8.m\bar{d} \\ dx_9 &= X_8.\bar{m}.\bar{d} + X_9.\bar{m}.\bar{d} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} R &= X_8 + X_7 + X_2 + X_1 \\ D &= X_3 + X_1 + X_9 + X_8 \quad G = X_7 + X_6 \end{aligned}$$

Cette solution est à comparer avec celle correspondant à l'implantation des deux structures SR, SDG (fig. IV.103).

IV.2.8. Exercice 8. — Commande de moteurs thermiques

On désire automatiser en utilisant des bascules JK h et des portes NAND (ON) à cinq entrées le fonctionnement du système de commande de deux ensembles mécaniques identiques composés chacun d'un moteur thermique R associé à une pompe de refroidissement P.

Fonctionnement normal. — Les deux ensembles moteur pompe R_1P_1 et R_2P_2 ont leurs fonctionnements normaux semblables et indépendants. La pompe P_1 (P_2) et le moteur R_1 (R_2) étant initialement à l'arrêt la mise en route du système s'opère en appuyant sur un bouton poussoir m_1 (m_2). La pompe P_1 (P_2) seule est alors commandée et sa mise en marche effective, détectée par un capteur binaire de débit q_1 (q_2) entraîne la mise en route du moteur associé R_1 (R_2). La marche du moteur R_1 (R_2) est considérée comme effective quand sa vitesse atteint une valeur prédéterminée. L'information vitesse atteinte est donnée par un capteur binaire v_1 (v_2).

La mise hors-service du système s'opère en appuyant sur un bouton poussoir a_1 (a_2). Elle est prioritaire sur l'action du bouton poussoir m_1 (m_2) et commande à tout instant du cycle l'arrêt total et simultané de la pompe et du moteur. Toute action sur le bouton poussoir m_1 (m_2) avant l'arrêt de la pompe et du moteur est sans action sur le fonctionnement futur du système.

Reprise en secours. — Si un moteur s'arrête sans que cela ait été provoqué par l'ordre d'arrêt l'autre moteur est mis en marche conformément à la

séquence de démarrage indiquée dans le paragraphe fonctionnement normal, l'ordre d'arrêt a_i étant prioritaire. Si une pompe P_i s'arrête sans que cela ait été provoqué par l'ordre d'arrêt le moteur associé R_i est mis hors-service et simultanément l'autre moteur est mis en marche conformément à la séquence de démarrage indiquée dans le paragraphe fonctionnement normal.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.106. Il existe quatre boucles de retour de l'ensemble moteurs-pompes vers la structure de commande qui possède compte tenu des entrées du système huit entrées $m_1, a_1, m_2, a_2, q_1, v_1, q_2, v_2$ et quatre sorties P_1, R_1, P_2, R_2 . Le processus à commander se décompose naturellement en deux sous-ensembles P_1M_1, P_2M_2 et en quatre sous-systèmes P_1, R_1, P_2, R_2 (fig. IV.107). Les sous-systèmes P_1 et R_1, P_2 et R_2 , sont couplés par l'intermédiaire du circuit de refroidissement.

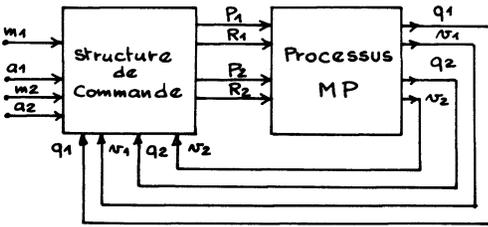


FIG. IV.106.

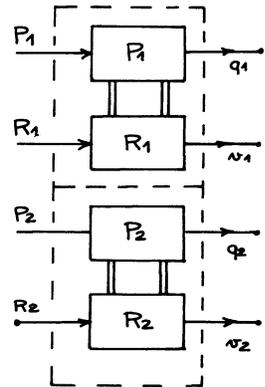


FIG. IV.107.

Nous allons utiliser la décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges. La construction progressive des réseaux est obtenue en traçant tout d'abord les réseaux relatifs au paragraphe fonctionnement normal du cahier des charges puis en introduisant les modifications associées aux contraintes définies dans le paragraphe Reprise en secours.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : la position appuyée des boutons poussoirs m_1, a_1, m_2, a_2 est représentée par $m_1 = 1, a_1 = 1, m_2 = 1, a_2 = 1$.

Les détections d'existence de débits de sortie et de vitesses atteintes par $q_1 = 1, q_2 = 1, v_1 = 1, v_2 = 1$.

Sortie : les états des grandeurs de commande $P_1, M_1 ; P_2, M_2$ sont représentées par $P_1 = 1$ ($P_2 = 1$) commande de la pompe P_1 (P_2), $R_1 = 1$ ($R_2 = 1$) commande du moteur R_1 (R_2).

Alphabet d'entrée : il est composé de 2^8 événements élémentaires.

Alphabet de sortie : $\{ \bar{P}_1 \cdot \bar{R}_1 \cdot \bar{P}_2 \bar{R}_2, \dots, P_1 R_1 P_2 R_2 \}$ les événements $\bar{P}_1 R_1, \bar{P}_2 R_2$ sont interdits.

Étapes 4 et 5. — La construction du réseau de Pétri de description de l'ensemble du cahier des charges est effectuée en établissant, pour chaque variable de commande un réseau de Pétri séparé et en couplant si nécessaire ces réseaux par l'intermédiaire des variables affectées aux transitions.

Variable P_1 . — Fonctionnement normal.

L'état initial pompe P_1 arrêtée et non commandée est représenté par la place p_1 (\bar{P}_1) marquée (fig. IV.108) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible, en fonctionnement normal, de faire évoluer immédiatement la sortie est $m_1 \cdot \bar{a}_1$ l'ordre d'arrêt étant prioritaire. La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_2 (P_1) marquée et à la mise en route de la pompe P_1 . La suppression de l'ordre de commande de la pompe dépend alors uniquement de l'ordre prioritaire d'arrêt a_1 . La production de l'événement a_1 est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 place p_2 marquée (\bar{P}_1). La pompe P_1 n'étant plus commandée le retour à l'état initial s'effectue après l'arrêt complet du moteur et de la pompe. Cette condition se résume par le produit $\bar{q}_1 \cdot \bar{v}_1$. La production de l'événement $\bar{q}_1 \cdot \bar{v}_1$ permet de passer du marquage M_2 au marquage initial M_0 .

Variable R_1 . — Fonctionnement normal.

L'état initial moteur R_1 arrêté et non commandé est représenté par la place p_4 (\bar{R}_1) marquée (fig. IV.109) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible, en fonctionnement normal, de faire évoluer immédiatement la sortie est $\bar{a}_1 \cdot q_1$, l'événement q_1 indiquant le fonctionnement effectif de la pompe P_1 .

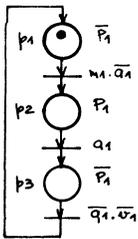


FIG. IV. 108.

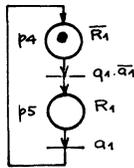


FIG. IV. 109.

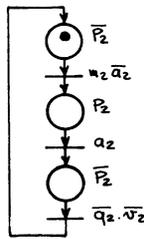


FIG. IV. 110.

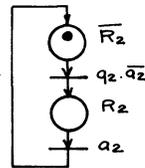


FIG. IV. 111.

La production de l'événement a_1q_1 permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_5 (R_1) marquée. Le retour à l'état initial s'effectue par action sur le bouton poussoir a_1 . La production de l'événement a_1 conditionne le passage du marquage M_1 au marquage initial M_0 .

Variables P_2 et R_2 . — Fonctionnement normal.

Les deux sous-ensembles moteur-pompe P_1R_1 et P_2R_2 ayant leurs fonctionnements normaux semblables les réseaux de Pétri relatifs aux variables P_2 et R_2 sont représentés par les figures IV.110 et IV.111.

Variable P_1 . — Fonctionnement normal et reprise en secours. La pompe P_1 est mise en service « reprise en secours » si le moteur R_2 commandé ($R_2 = 1$) s'arrête ou si la pompe P_2 commandée s'arrête. L'arrêt du moteur R_2 commandé peut être détecté par la production de la séquence d'événements de longueur 2 : $R_2.v_2$ moteur commandé effectivement ; $R_2\bar{v}_2$ moteur commandé, vitesse du moteur insuffisante. Il est commode d'utiliser une variable X_2 dont la valeur $X_2 = 1$ correspond à un arrêt du moteur commandé après un fonctionnement effectif.

Variable X_2 . — L'état initial moteur R_2 non commandé et arrêté ou commandé, la vitesse prédéterminée n'étant pas encore atteinte est représenté par la place p_6 (\bar{X}_2) marquée (fig. IV.112) ce qui définit le marquage initial M_0 . La séquence des événements R_2v_2 , $R_2\bar{v}_2$ entraîne la modification de X_2 et deux places p_7 (\bar{X}_2), p_8 (X_2) sont nécessaires pour représenter cette séquence. Le retour à l'état initial s'effectue par la production de l'événement $\bar{R}_2.v_2$ ou à partir du marquage M_1 (place p_7 marquée) par la production de l'événement \bar{R}_2 . De manière analogue l'arrêt de la pompe P_2 commandée peut être détectée par la production de la séquence d'événements de longueur 2 : P_2q_2 pompe commandée débitant effectivement ; $P_2\bar{q}_2$ pompe commandée débitant de façon insuffisante. Il est commode d'utiliser une variable Y_2 dont la valeur $Y_2 = 1$ correspond à un arrêt du moteur commandé après un fonctionnement effectif.

Variable Y_2 . — L'état initial pompe P_2 non commandée et arrêtée ou commandée, le débit $q_2 = 1$ n'étant pas encore atteint est représenté par la place p_9 (\bar{Y}_2) marquée (fig. IV.113) ce qui définit le marquage initial M_0 . La séquence des événements P_2q_2 , $P_2\bar{q}_2$ entraîne la modification de Y_2 et deux places p_{10} (\bar{Y}_2), p_{11} (Y_2) sont nécessaires pour représenter cette séquence. Le retour à l'état initial s'effectue par la production de l'événement \bar{P}_2q_2 ou à partir du marquage M_1 (place p_{10} marquée) par la production de l'événement \bar{P}_2 .

L'utilisation des variables X_2 et Y_2 permet de compléter le réseau de Pétri relatif à la variable P_1 , la condition d'évolution du marquage M_0 au marquage M_1 (fig. IV.114) étant

$$m_1 \cdot \bar{a}_1 + \bar{a}_1 \cdot \bar{m}_1 \cdot X_2 + \bar{a}_1 \cdot \bar{m}_1 \cdot Y_2 = m_1 \cdot \bar{a}_1 + \bar{a}_1 \cdot Y_2 + \bar{a}_1 \cdot X_2$$

Variable R_1 . — Fonctionnement normal et reprise en secours. Le moteur R_1 est mis en service « reprise en secours » si le moteur R_2 commandé ($R_2 = 1$) s'arrête. Il est mis hors service si la pompe P_1 s'arrête. La première condition est satisfaite la pompe P_1 étant mise en route par l'événement $\bar{a}_1 \cdot X_2$. Il suffit afin de tenir compte de la seconde de conditionner le tir de la transition t_1 par l'événement $q_1 P_1 \bar{a}_1$ et celui de la transition t_2 par l'événement $a_1 + \bar{q}_1 \cdot P_1$ (fig. IV.115).

Les deux sous-ensembles moteur-pompe $P_1 R_1$ et $P_2 R_2$ ayant leurs fonctionnements « reprise en secours » symétriques les réseaux de Pétri relatifs aux variables P_2 et R_2 sont représentées par les figures IV.116, 117, 118 et 119.

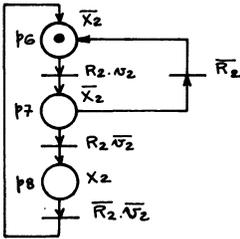


FIG. IV.112.

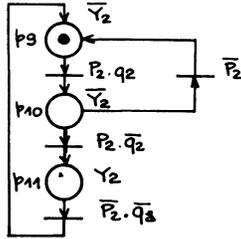


FIG. IV.113.

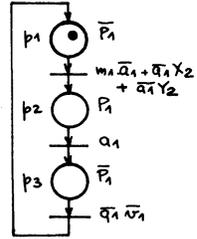


FIG. IV.114.

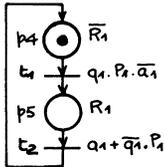


FIG. IV.115.

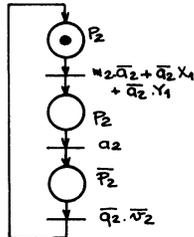


FIG. IV.116.

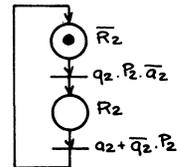


FIG. IV.117.

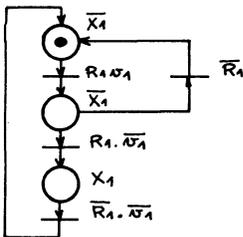


FIG. IV.118.

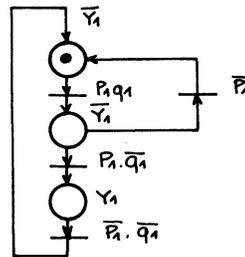


FIG. IV.119.

L'ensemble des réseaux de Pétri donnés par les figures IV.114 à IV.119 résume le cahier des charges compte tenu du choix initial d'une décomposition de la structure de commande en quatre sous-ensembles SP_1, SR_1, SP_2, SR_2 . Cette décomposition est représentée par la figure IV.120. Les ensembles des marquages $\{M_0, M_1, M_2\}, \{M_0, M_1\}$, associés aux variables P_1, R_1, X_2, Y_2 sont donnés par la figure IV.121.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution synchrone en logique câblée imposée dans l'énoncé permet le choix d'un code quelconque de représentation des états. Les structures SP_1, SX_2, SY_2, SR_1 seront traitées séparément.

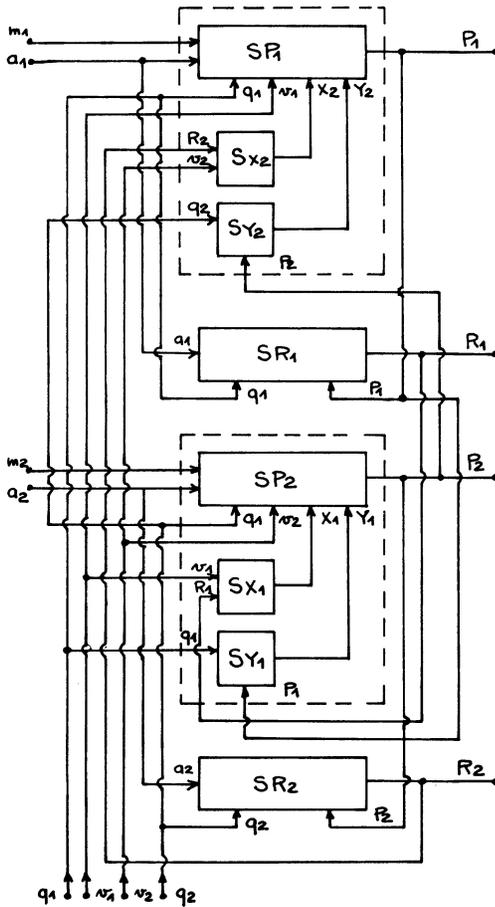


FIG. IV.120.

M_0	M_1	M_2	
1	0	0	P_1
0	1	0	P_2
0	0	1	P_3

M_0	M_1	
1	0	P_4
0	1	P_5

M_0	M_1	M_2	
1	0	0	P_6
0	1	0	P_7
0	0	1	P_8

M_0	M_1	M_2	
1	0	0	P_9
0	1	0	P_{10}
0	0	1	P_{11}

FIG. IV.121.

Structure SP_1 . — Associons aux marquages $\{M_0, M_1, M_2\}$ les états $\{q_1, q_2, q_3\}$ et un codage canonique à l'aide de l'ensemble $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ de variables secondaires (fig. IV.122). Il est possible d'écrire par application de la relation (III.4.2).

$$J = E_1 + E_3, \quad K = E_0 + E_1$$

$$J_1 = \overline{q_1} \cdot \overline{v_1}$$

$$K_1 = m_1 \cdot \overline{a_1} + \overline{a_1} \cdot X_2 + \overline{a_1} \cdot Y_2$$

$$J_2 = K_1$$

$$K_2 = a_1$$

$$J_3 = K_2$$

$$K_3 = J_1 \quad P_1 = Z_1$$

$\overline{z_1}$	$\overline{z_2}$	$\overline{z_3}$	
1	0	0	q_1
0	1	0	q_2
0	0	1	q_3

FIG. IV.122.

Structure SX_2 . — Associons aux marquages $\{M_0, M_1, M_2\}$ les états $\{q_4, q_5, q_6\}$ et un codage canonique à l'aide de l'ensemble $\{Z_4, Z_5, Z_6\}$ de variables secondaires (fig. IV.123). Par examen du réseau (fig. IV.112)

$\overline{z_4}$	$\overline{z_5}$	$\overline{z_6}$	
1	0	0	q_4
0	1	0	q_5
0	0	1	q_6

FIG. IV.123.

$$J_4 = \overline{R_2}$$

$$K_4 = R_2 \cdot v_2$$

$$J_5 = K_4$$

$$K_5 = R_2 \cdot \overline{v_2} + \overline{R_2}$$

$$J_6 = R_2 \cdot \overline{v_2}$$

$$K_6 = \overline{R_2} \cdot \overline{v_2} \quad X_2 = Z_6$$

Structure SY_2 . — Associons aux marquages $\{M_0, M_1, M_2\}$ les états $\{q_7, q_8, q_9\}$ et un codage canonique à l'aide de l'ensemble $\{Z_7, Z_8, Z_9\}$ de variables secondaires (fig. IV.124). Par examen du réseau (fig. IV.113)

$$J_7 = \overline{P_2}$$

$$K_7 = P_2 \cdot q_2$$

$$J_8 = K_7$$

$$K_8 = P_2 \cdot \overline{q_2} + \overline{P_2}$$

$$J_9 = K_8$$

$$K_9 = \overline{P_2} \cdot \overline{q_2} \quad \text{et} \quad Y_2 = Z_9$$

$\overline{z_7}$	$\overline{z_8}$	$\overline{z_9}$	
1	0	0	q_7
0	1	0	q_8
0	0	1	q_9

FIG. IV.124.

Structure SR_1 . — En utilisant une seule variable secondaire $Z_{10} = R_1$

$$J_{10} = q_1 \cdot P_1 \cdot \overline{a_1}$$

$$K_{10} = a_1 + \overline{q_1} \cdot P_1$$

Étape 8. — Le schéma technologique de la figure IV.125 se déduit directement des relations ci-dessus et ne tient pas compte des adaptations éventuellement nécessaires : rebondissements des contacts, isolation

galvanique... à la sortie des capteurs ou à l'entrée des organes de commande. Il implique de plus l'implantation d'un circuit horloge compatible avec les bascules JKh utilisées et les variations temporelles des grandeurs d'entrée des structures.

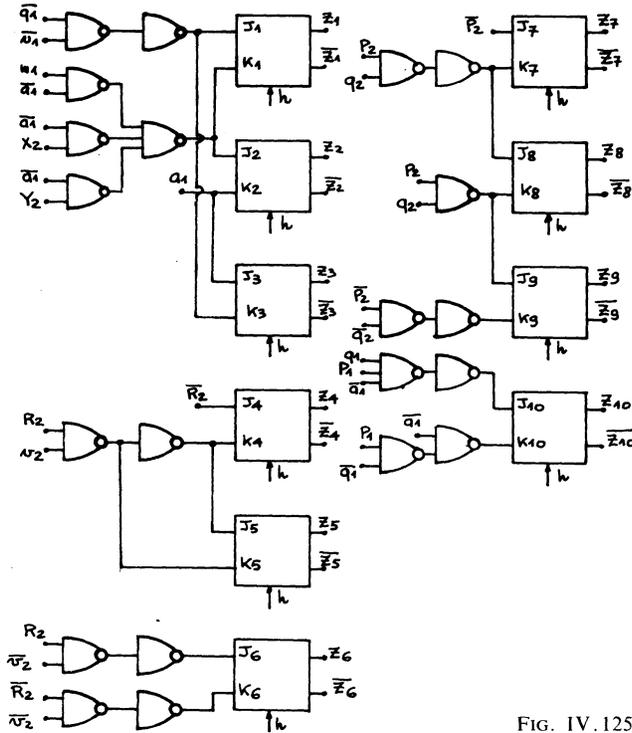


FIG. IV.125.

IV.2.9. Exercice 9. — Automatisation d'un réseau de distribution

Un réseau de distribution d'eau est à mettre sous pression par l'intermédiaire de deux pompes P_1 et P_2 asservies en pression. L'asservissement des pompes est un asservissement par tout ou rien dont la loi de commande est donnée par la figure IV.126 et peut être résumée comme suit :

Si $p < 5$ bars. $p_1 = 1$ la pompe P_1 est mise en marche, $p_2 = 1$ la pompe P_2 est mise en marche ;

Si $5 \text{ bars} \leq p \leq 6$ bars. $p_1 = 1$ la pompe P_1 est mise en marche, $p_2 = 0$ la pompe P_2 est arrêtée ;

Si $p \geq 6$ bars. $p_1 = 0$ la pompe P_1 est arrêtée, $p_2 = 0$ la pompe P_2 est arrêtée. Dans les inégalités précédentes p est la pression du réseau et p_1, p_2 les informations binaires de sortie des capteurs de pression relatifs aux pompes P_1 et P_2 .

a) *Cycle de démarrage et fonctionnement normal du système.* — Les pompes P_1 et P_2 étant initialement à l'arrêt la mise en route du système s'opère en appuyant sur un bouton poussoir m . La commande des pompes s'effectue alors de manière automatique en fonction de la pression p existant dans le réseau d'utilisation. La mise hors service s'opère en appuyant sur un bouton poussoir a . Elle est prioritaire sur l'action du bouton poussoir m et commande à tout instant du cycle l'arrêt total des pompes en service.

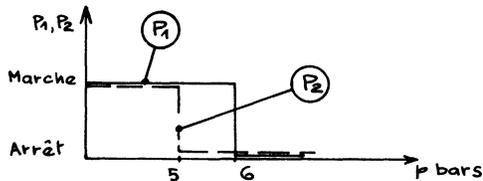


FIG. IV. 126.

b) *Fonctionnement anormal du système*

Le bon fonctionnement des pompes est vérifié par une mesure binaire de l'existence d'un débit de sortie. Ces mesures d_1 pour la pompe P_1 , d_2 pour la pompe P_2 permettent la détection de l'arrêt d'une ($d_1 = 0, d_2 = 1$; $d_1 = 1, d_2 = 0$) ou des deux pompes ($d_1 = 0, d_2 = 0$) pour une cause anormale. La détection d'une panne entraîne le fonctionnement suivant :

— les deux pompes étant en marche ($p < 5$ bars) la détection d'une panne $d_1 = 0, d_2 = 1$ ou $d_1 = 1, d_2 = 0$ entraîne l'apparition d'un signal d'alarme L. La commande de la pompe en panne est alors supprimée et seule la pompe en marche continue à être asservie sur la mesure de pression.

Lorsque la pompe qui est en panne est réparée, sans avoir l'obligation d'arrêter l'autre pompe, on utilise un bouton poussoir d'acquiescement r qui permet d'annuler l'alarme et de remettre le système en fonctionnement automatique normal.

— la pompe P_1 étant en marche et la pompe P_2 arrêtée, $5 \text{ bars} \leq p < 6 \text{ bars}$ la détection d'une panne $d_1 = 0$ entraîne l'apparition de l'alarme L, la suppression de la commande de P_1 et la mise en marche de la pompe P_2 qui sera asservie alors sur la mesure de pression p_1 . La pompe P_1 étant réparée il est possible par l'intermédiaire du bouton poussoir d'acquiescement r d'annuler l'alarme et de revenir au fonctionnement automatique normal du système.

— la détection d'une panne générale correspondant à la détection simultanée de panne sur les deux pompes $d_1 = 0, d_2 = 0$ ou à la détection d'une panne sur l'une des pompes restant en état de marche, entraîne l'apparition ou le maintien de l'alarme L, l'apparition d'une alarme générale G et la suppression des ou de la commande correspondant aux ou

à la pompe en panne. Après la réparation de l'ensemble des pannes le bouton poussoir r permet de revenir à l'état initial, les alarmes L et G étant annulées.

La structure de commande du système est à réaliser en utilisant des relais électromagnétiques.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.127. Il existe quatre boucles de retour de l'ensemble P_1, P_2, LG vers la structure de commande qui possède compte tenu des entrées principales du système 7 entrées $m, a, r, d_1, d_2, p_1, p_2$ et quatre sorties L, G, P_1, P_2 . Le processus à commander (fig. IV.128) se décompose naturellement en trois systèmes pompe P_1 , pompe P_2 , réseau R, les sorties L et G alarmes étant des sorties de la structure de commande. Comme dans l'exercice 8 nous allons utiliser la décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges en construisant progressivement les réseaux de Pétri relatifs aux variables P_1, P_2, L, G . Cette construction s'opère, en traçant tout d'abord les graphes correspondant au fonctionnement normal puis en introduisant les modifications associées aux contraintes définies dans le paragraphe fonctionnement anormal du système.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : la position appuyée des boutons poussoirs m, a, r est représentée par $m = 1, a = 1, r = 1$, et l'existence d'un débit normal à la sortie des pompes P_1 et P_2 par $d_1 = 1$ et $d_2 = 1$.

Sortie : les états des grandeurs de commande P_1, P_2 ou de sortie L, G sont représentées par $P_1 = 1, (P_2 = 1)$ commande de la pompe P_1 (P_2), $L = 1$ ($G = 1$) alarme L (G) en fonctionnement.

Alphabet d'entrée : il est composé de 2^7 événements élémentaires. L'événement $\bar{L}.G$ est un événement interdit.

Étapes 4 et 5

Variable P_1 . — Fonctionnement normal.

L'état initial pompe P_1 arrêtée et non commandée est représenté par la place p_1 marquée (\bar{P}_1) (fig. IV.129) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible, en fonctionnement normal, de faire évoluer immédiatement la sortie est p_1 et la production passée de l'événement m sans jamais avoir eu depuis cette production l'événement a . Il est commode d'utiliser une mémoire à niveau à arrêt prioritaire (fig. IV.130) pour exprimer cette dernière condition. La production de l'événement X. p_1 permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place p_2 (P_1) marquée

et à la mise en route de la pompe P_1 . La suppression de l'ordre de commande de la pompe, dépend alors de la pression p dans le réseau et de la variable X . La production de l'événement $\bar{p}_1 + \bar{X}$ est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_0 .

Variable P_2 . — Fonctionnement normal.

Le réseau associé à la variable P_2 est donné par la figure IV.131 et se construit de manière analogue au réseau de la figure IV.129.

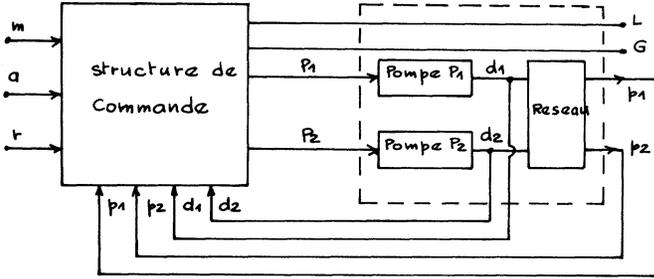


FIG. IV. 127.

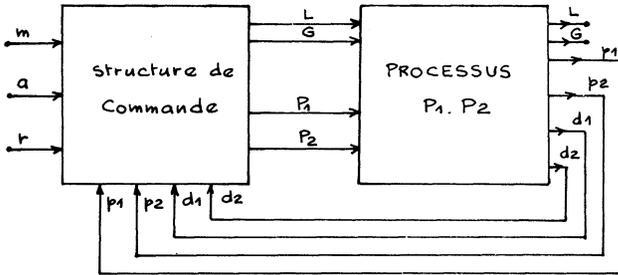


FIG. IV. 128.

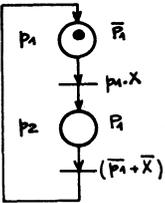


FIG. IV. 129.

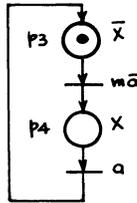


FIG. IV. 130.

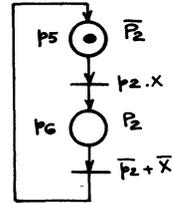


FIG. IV. 131.

Variable P_1 . — Fonctionnements normal et anormal.

La suppression de la commande de la pompe P_1 est opérée si la pompe P_1 s'arrête, le système revenant à l'état initial après une action fugitive sur le bouton poussoir d'acquiescement r . L'arrêt de la pompe P_1 commandée peut être détecté par la production de la séquence d'événements de longueur 2, $P_1.d_1$ pompe commandée débitant effectivement, $P_1.\bar{d}_1$ pompe commandée débit de sortie nul. Il est commode d'utiliser une variable L_1 dont la valeur $L_1 = 1$ correspond à un arrêt de la pompe commandée après un fonctionnement effectif.

Variable L_1 . — L'état initial pompe P_1 non commandée et ne débitant pas ou commandée le débit en fonctionnement normal n'étant pas encore atteint est représenté par la place p_7 marquée (\bar{L}_1) (fig. IV.132) ce qui définit le marquage initial M_0 . La séquence des événements $P_1.d_1$, $P_1.\bar{d}_1$, entraîne la modification de L_1 et deux places p_8 (\bar{L}_1) et p_9 (L_1) sont nécessaires pour représenter cette séquence. Le retour à l'état initial s'effectue par la production de l'événement r ou à partir du marquage M_1 place p_8 marquée (\bar{L}_1) par la production de l'événement \bar{P}_1 . L'utilisation de la variable L_1 permet de compléter le réseau de Pétri relatif à la variable P_1 (fig. IV.129). La production de l'événement L_1 à partir du marquage M_1 place p_2 marquée (P_1) entraîne la suppression de la commande \bar{P}_1 . Une place p_{10} (\bar{P}_1) est utilisée à cet effet et implique un marquage M_2 (fig. IV.133). Le retour au marquage initial s'effectue par la production de l'événement r , la pompe P_1 étant de nouveau en état de fonctionner. Le conflit résultant du tir simultané des transitions t_1 et t_2 est évité en utilisant l'événement ($\bar{p}_1 + \bar{X}$). \bar{L}_1 pour passer du marquage M_1 à M_0 .

Variable P_2 . — Fonctionnements normal et anormal.

La pompe P_2 est asservie en cas de panne de la pompe P_1 sur la mesure de pression p_1 , le fonctionnement de la pompe P_2 étant par ailleurs identique au fonctionnement de la pompe P_1 . Il suffit donc d'utiliser une variable L_2 dont la valeur $L_2 = 1$ correspond à un arrêt de la pompe P_2 commandée après un fonctionnement effectif. Le réseau de Pétri associé à la variable L_2 est donné par la figure IV.134. Il est alors possible comme précédemment, de compléter le réseau de Pétri correspondant au fonctionnement normal (fig. IV.131), en ajoutant la condition relative à l'asservissement sur la mesure de pression p_1 . Le réseau modifié est représenté par la figure IV.135.

Variables L, G . — Par construction $L = L_1 + L_2$ et $G = L_1.L_2$. L'ensemble des réseaux de Pétri donnés par les figures IV.130, 132, 133, 134 et 135 résume le cahier des charges compte tenu du choix d'une décomposition de la structure de commande en cinq sous-ensembles $SP_1, SP_2, SX, SL_1, SL_2$. Cette décomposition est représentée par la figure IV.136. Les ensembles des marquages $\{M_0, M_1, M_2\}$, $\{M_0, M_1\}$ associés aux variables P_1, P_2, L_1, L_2, X sont donnés par la figure IV.137.

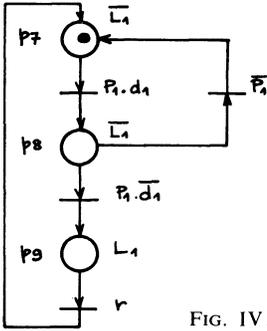


FIG. IV. 132.

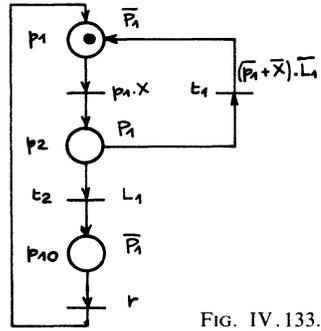


FIG. IV. 133.

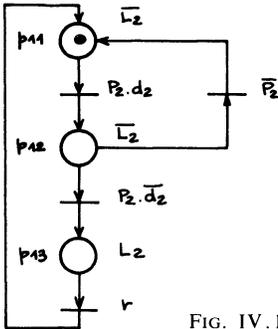


FIG. IV. 134.

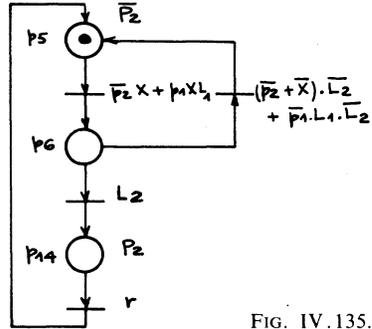


FIG. IV. 135.

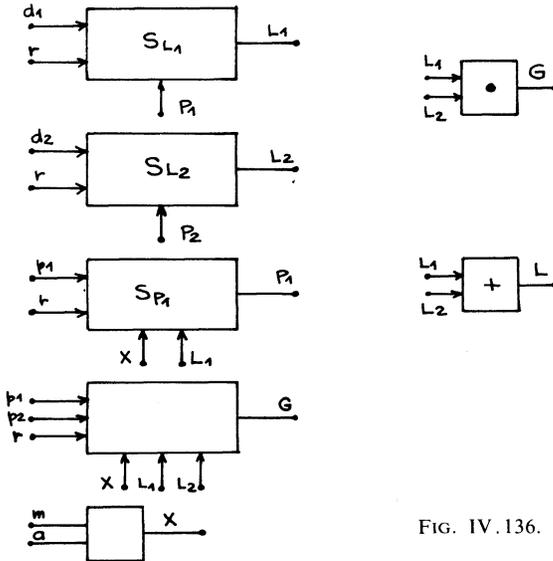


FIG. IV. 136.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution asynchrone imposée dans l'énoncé implique le choix d'un code de représentation des états respectant les adjacences.

M_0	M_1	
1	0	P_3
0	1	P_4

M_0	M_1	M_2				
1	0	0	P_1	P_5	P_7	P_{11}
0	1	0	P_2	P_6	P_8	P_{12}
0	0	1	P_{10}	P_{14}	P_9	P_{13}

FIG. IV.137.

Structures SP_1, SP_2, SL_1, SL_2 . — Les réseaux de Pétri des figures IV.132, 133, 134 et 135 comportent trois places et quatre transitions placées de manière identiques au réseau représenté par la figure IV.138. Il suffit donc d'établir les équations d'une machine séquentielle simulant ce réseau puis de particulariser les étiquettes a, b, c, d des transitions.

La matrice des états est donnée par la figure IV.140. En associant au marquage $\{ M_0, M_1, M_2 \}$ (fig. IV.139) les états $\{ q_0, q_1, q_2 \}$. Deux variables secondaires Y, Z suffisent pour coder les trois états et compte tenu des adjacences à respecter la matrice codée est déterminée (fig. IV.141). Les événements b et d sont exclusifs les colonnes correspondantes sont indéterminées.

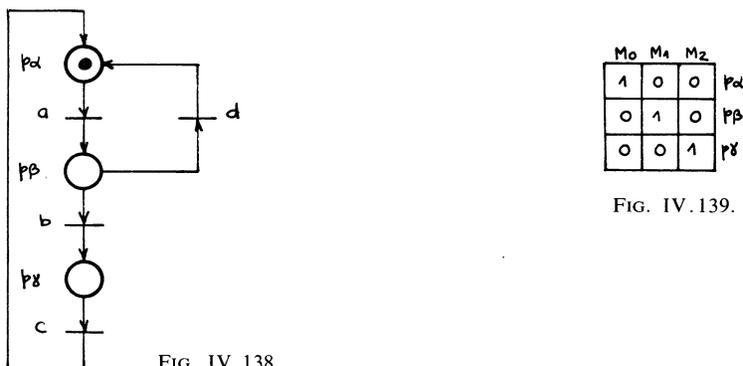


FIG. IV.138.

FIG. IV.139.

	a												b												c												d											
q_0	-	-	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	q_1	-	-	q_1	q_1	q_0	q_0	q_2	q_2	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-														
q_1	q_1	q_1	q_0	q_0	q_2	q_2	-	-	q_1	q_1	q_0	q_0	q_2	q_2	-	-	q_1	q_1	q_0	q_0	q_2	q_2	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-								
q_2	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-	q_2	q_0	q_2	q_0	q_2	q_0	-	-								

FIG. IV.140.

L'application de la relation :

$$X_i(t + \tau) = (\Sigma\Pi)_e + X_i(\overline{\Sigma\Pi})_d$$

facilite l'écriture des équations des variables secondaires

$$Y(t + \tau) = \overline{Z}.a + Y[\overline{Z}.d + Z.c]$$

$$Z(t + \tau) = Y.b + Z.Y$$

	-----																d
Z	-----																c
Y	-----																b
00	00	00	00	00	00	00	00	-	-	01	01	01	01	01	01	-	-
01	01	01	00	00	11	11	-	-	01	01	00	00	11	11	-	-	
11	11	10	11	10	11	10	-	-	11	10	11	10	11	10	-	-	
10	-	00	-	00	-	00	-	-	-	00	-	00	-	00	-	-	
	-----																a

FIG. IV. 141.

Structure SP_1

$$a = p_1.X \quad b = L_1 \quad c = r \quad d = (\overline{p_1} + \overline{X}).\overline{L_1}$$

Les équations des variables secondaires Y_1, Z_1 peuvent donc s'écrire :

$$Y_1(t + \tau) = \overline{Z_1}.p_1.X + Y_1[\overline{Z_1}(\overline{p_1} + \overline{X}).\overline{L_1} + Z_1.r]$$

$$Z_1(t + \tau) = Y_1.L_1 + Z_1.Y_1$$

et la sortie $P_1 = Y_1.\overline{Z_1}$.

Structure SP_2

$$a = p_2.X + p_1.X.L_1 \quad b = L_2 \quad c = r$$

$$d = (\overline{p_2} + \overline{X}).\overline{L_2} + \overline{p_1}.L_1.\overline{L_2}$$

Les équations des variables secondaires Y_2, Z_2 peuvent donc s'écrire :

$$Y_2(t + \tau) = \overline{Z_2}(p_2.X + p_1.X.L_1) + Y_2[\overline{Z_2}((\overline{p_2} + \overline{X}).\overline{L_2} + \overline{p_1}.L_1.\overline{L_2}) + Z_2.r]$$

$$Z_2(t + \tau) = Y_2.L_2 + Z_2.Y_2$$

et la sortie $P_2 = Y_2.\overline{Z_2}$.

Structure SL_1

$$a = P_1.d_1, \quad b = P_1.\overline{d_1} \quad c = r \quad d = \overline{P_1}$$

Les équations des variables secondaires Y_3, Z_3 peuvent donc s'écrire :

$$\begin{aligned} Y_3(t + \tau) &= \overline{Z_3} \cdot P_1 \cdot d_1 + Y_3[\overline{Z_3} \cdot \overline{P_1} + Z_3 \cdot r] \\ Z_3(t + \tau) &= Y_3 \cdot P_1 \cdot \overline{d_1} + Z_3 \cdot Y_3 \end{aligned}$$

et la sortie $L_1 = Z_3$.

Structure SL_2

$$a = P_2 \cdot d_2 \quad b = P_2 \cdot \overline{d_2} \quad C = r \quad d = \overline{P_2}$$

Les équations des variables secondaires Y_4, Z_4 peuvent donc s'écrire :

$$\begin{aligned} Y_4(t + \tau) &= \overline{Z_4} \cdot P_2 \cdot d_2 + Y_4[\overline{Z_4} \cdot \overline{P_2} + Z_4 \cdot r] \\ Z_4(t + \tau) &= Y_4 \cdot P_2 \cdot \overline{d_2} + Z_4 \cdot Y_4 \end{aligned}$$

et la sortie $L_1 = Z_4$.

Structure SX. — La structure SX est une mémoire à niveau à arrêt prioritaire. Une variable secondaire X est suffisante

$$X(t + \tau) = m \cdot \overline{a} + X \cdot \overline{a}$$

Étape 8. — Le schéma technologique correspondant à la matérialisation à l'aide de relais se déduit des équations éventuellement simplifiées établies ci-dessus et ne sera pas donné. L'établissement des équations relatives aux variables secondaires a été faites en utilisant un développement par rapport au 1 ce qui impose un choix du type de relais utilisé.

IV.2.10. Exercice 10. — Automatisation d'une machine transfert rotative élémentaire

On désire automatiser en utilisant un automate programmable l'usinage d'une pièce mécanique.

Description du processus

La machine à automatiser se compose principalement (fig. IV.142) :

— d'un plateau tournant P assurant le déplacement vers les postes de chargement 1, d'évacuation 5 ou d'usinages 2, 3, 4, de pièces mécaniques ;

— d'un ensemble de vérins de transfert (T) d'indexage (I) munis de leur distributeur de commande et de contacts $d, g; h, b$ permettant le déplacement, le positionnement et l'immobilisation du plateau P. La position haute de la tige du vérin I assure l'indexage c'est-à-dire le positionnement et l'immobilisation du plateau P aux postes. Le déplacement ABA de la tige du vérin de transfert permet la rotation du plateau de $1/5$ de tour,

la tige du vérin d'indexage étant préalablement amenée en position basse ;
 — d'un ensemble de systèmes pneumatiques de chargement S_1 , d'évacuation S_5 ou d'usinage S_2, S_3, S_4 . Chaque système S_i comporte une entrée de commande C_i et deux sorties f_i, q_i résultant de séquences internes au système S_i et indiquant respectivement :

- $f_i = 0$ système prêt à fonctionner.
- $f_i = 1$ système en fonctionnement.
- $q_i = 1$ fonctionnement anormal du système S
- $q_i = 0$ fonctionnement normal du système S .

— d'un ensemble de deux interrupteurs m, v , et d'un bouton poussoir w .

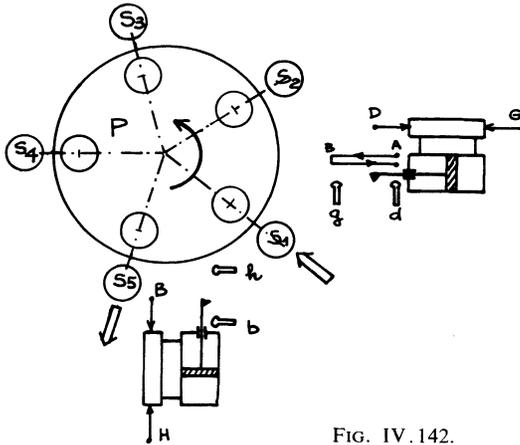


FIG. IV. 142.

L'interrupteur m fermé $m = 1$ permet la marche automatique de l'ensemble, l'interrupteur v étant en position automatique ($v = 1$) ou manuelle ($v = 0$). Le bouton poussoir w permet un fonctionnement en pas à pas du système l'interrupteur v étant en position manuelle ($v = 0$). L'interrupteur relâché ($m = 0$) correspond à l'arrêt du système tout cycle commencé étant préalablement terminé.

Description du fonctionnement

Fonctionnement normal automatique $q_i = 0, v = 1$.

Le système étant préalablement au repos, $m = 0$.

Système S_i : $C_i = 0, f_i = 0$

Vérin de transfert : $D = 1, G = 0; d = 1$

Vérin d'indexage : $B = 0, H = 1; h = 1$

la fermeture de l'interrupteur entraîne la répétition automatique du cycle suivant.

- désindexage du vérin I,
- rotation de 1/5 de tour du plateau P,
- indexage du vérin I,
- commandes parallèles des systèmes S_i .

Fonctionnement normal manuel $q_i = 0, v = 0$. — Le système étant dans l'état repos défini ci-dessus, la fermeture de l'interrupteur m et une action fugitive sur le bouton poussoir w permettent d'obtenir un et un seul cycle de fonctionnement automatique.

Toute action sur le bouton poussoir w en cours de cycle est sans effet sur le fonctionnement présent ou futur du système.

Fonctionnement anormal $q_i = 1$. — Toute apparition d'une information $q_i = 1$ indiquant un fonctionnement anormal du système S entraîne simultanément :

- la mise en route d'une alarme L,
- le blocage de toutes les commandes du système.

Les réparations étant effectuées, l'élimination de l'information d'alarme et le retour à l'état du système au moment du blocage des commandes est obtenu après une action fugitive sur un bouton poussoir r d'acquiescement.

Solution 1

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.143.

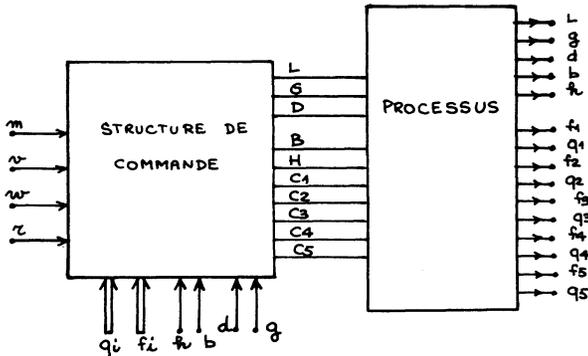


FIG. IV. 143.

Il existe 14 boucles de retour de l'ensemble machine transfert vers la structure de commande qui possède compte tenu des quatre entrées principales du système 18 entrées $m, v, w, r, g, d, b, h, f_1, q_1, f_2, q_2, f_3, q_3, f_4, q_4, f_5, q_5$ et 10 sorties $L, G, D, B, H, C_1, C_2, C_3, C_4$. Le processus à commander se

décompose naturellement en sept sous-systèmes S_I (indexage), S_T (transfert), S_1 (chargement), S_2, S_3, S_4 (usinage), S_5 (évacuation) la sortie L alarme étant une sortie de la structure de commande. Nous allons utiliser cette décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges en construisant progressivement les réseaux de Pétri relatifs aux structures de commande des sous-ensembles $S_I, S_T, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, L$. Ces constructions s'effectuent en traçant tout d'abord les réseaux correspondant au fonctionnement le plus courant puis en introduisant les modifications associées aux contraintes relatives aux fonctionnements particuliers de l'ensemble.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions supplémentaires suivantes :

Entrée : la position appuyée du bouton poussoir w est représentée par $w = 1$.

Sortie : les états de grandeurs de commande $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, D, G, H, B$, et de sortie L sont représentés par : $C_1, C_2, \dots, D, G, H, B = 1$ commande des systèmes, $L = 1$ alarme en fonctionnement.

Alphabet d'entrée : il est composé de 2^{18} événements élémentaires. Les produits $g.d$ et $h.b$ ne prennent jamais la valeur 1.

Alphabet de sortie : il est composé de 2^{10} événements élémentaires. Les événements GD et HB sont des événements interdits.

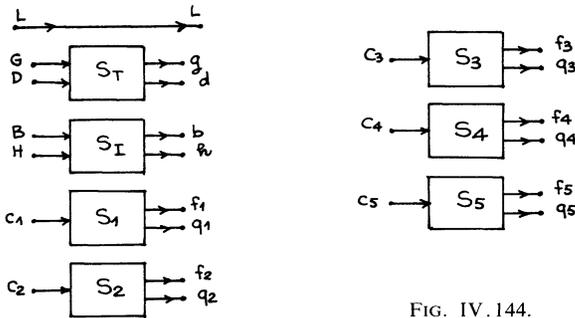


FIG. IV.144.

Étapes 4 et 5

Fonctionnement normal automatique

Système S_I : variables H, B . — L'état initial vérin d'indexage en position haute ($h = 1$) est commandé $H = 1, B = 0$, l'ensemble du système étant au repos est représenté par la place p_1 marquée $(H\bar{B})$ (fig. IV.145) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible, en fonctionnement normal automatique de faire évoluer les sorties HB est $m = 1, v = 1$ fermetures des interrupteurs m et v et de l'événement caractérisant

les fins de cycle de fonctionnement des systèmes parallèles S_1, S_2, \dots, S_5 . Il est commode d'utiliser pour chaque système S_i une variable z_i dont la valeur $z_i = 1$ est une indication de la fin d'un cycle de fonctionnement du système S_i , c'est-à-dire d'une reconnaissance de la séquence de longueur 2 : f_i, \bar{f}_i (fig. IV.146). L'événement $m.v.z_1.z_2.z_3.z_4.z_5$ permet de passer du marquage M_0 au marquage M_1 place p_2 marquée $\bar{H}\bar{B}$ commande du désindexage.

Le retour à l'état initial et au marquage initial est provoqué par la production de l'événement indiquant la fin du déplacement aller-retour ABA du vérin de transfert. Il est commode de représenter cet événement par une variable y dont la valeur $y = 1$ correspond à la production de la séquence $g.d$ (fig. IV.147). Le retour au marquage initial des réseaux de Pétri de définition des variables y (fig. IV.147) et z_i (fig. IV.146) s'effectuant respectivement par la production des événements suivants du cycle de fonctionnement global de la machine soient h et b .

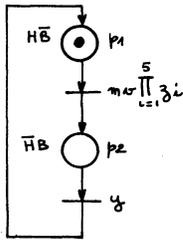


FIG. IV. 145.

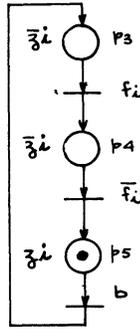


FIG. IV. 146.

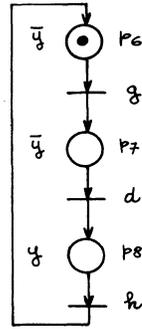


FIG. IV. 147.

Système S_T : variables D, G . — L'état initial vérin de transfert en position arrière ($d = 1$) commande $D = 1, G = 0$, l'ensemble du système étant au repos est représenté par la place p_9 marquée $(D\bar{G})$ (fig. IV.148) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible en fonctionnement normal automatique de faire évoluer les sorties D, G est la production de l'événement indiquant la fin de la séquence de désindexage. Il est commode de représenter cet événement par une variable l dont la valeur $l = 1$ correspond à la production de la séquence hb (fig IV.149). L'événement l permet de passer du marquage M_0 place p_9 marquée (fig. IV.148) au marquage M_1 place p_{10} marquée $\bar{D}\bar{G}$. La production de l'événement g indiquant l'arrivée au point B de la tige du vérin de transfert est utilisée pour passer au marquage M_2 place p_{11} $\bar{D}\bar{G}$ et le retour à l'état initial s'effectue par la production de l'événement d .

Le retour au marquage initial du réseau de Pétri de définition de la variable l est également obtenu par la production de l'événement d .

Systeme S_i : variables C_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$). — L'état initial système S_i non commandé $C_i = 0$, l'ensemble du système étant au repos, est représenté par la place p_{15} marquée \bar{C}_i (fig. IV.150) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible en fonctionnement normal automatique de faire évoluer la sortie C_i est la production de l'événement indiquant la fin de la séquence d'indexage. Il est commode de représenter cet événement par une variable x dont la valeur $x = 1$ correspond à la production de la séquence $b.h$ (fig. IV.151). L'événement x permet de passer du marquage M_0 place p_{15} marquée \bar{C}_i (fig. IV.150) au marquage M_1 place p_{16} marquée C_i . La production de l'événement f_i indique le fonctionnement effectif du système S_i . Elle est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 place p_{17} marquée C_i . Le retour au marquage initial est obtenu par l'information \bar{f}_i associée à la fin du fonctionnement de la séquence de fonctionnement du système S_i . Le retour au marquage initial du réseau de Pétri de définition de la variable x est obtenu par la production de l'événement f_i (fig. IV.151).

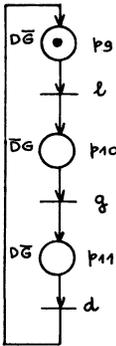


FIG. IV. 148.

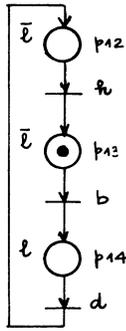


FIG. IV. 149.

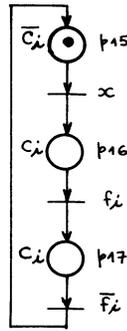


FIG. IV. 150.

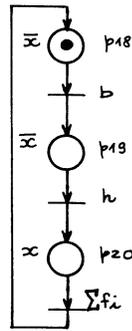


FIG. IV. 151.

REMARQUE. — Le tir des transitions situées entre les places p_{11} et p_9 (fig. IV.148), les places p_{14} et p_{12} (fig. IV.149), les places p_7 et p_8 (fig. IV.147), résulte, les places p_{11} , p_{14} et p_7 étant marquées, de la production de l'événement d . L'opération de tir s'effectue simultanément sur les trois transitions. Toutefois si la simulation physique de cette opération est assimilée à l'enclenchement asynchrone de trois mémoires, la simultanéité est peu probable. Il est donc nécessaire de vérifier qu'un tir décalé de ces transitions n'entraîne pas un aléa de fonctionnement lors de la matérialisation asynchrone de la structure de commande. Cette vérification est importante chaque fois que plusieurs transitions d'un ensemble de machines couplées sont tirées simultanément, et conduit à conditionner la transition située entre les places p_{11} et p_9 par l'événement $d\bar{l}$ qui garantit le marquage de la place p_{12} avant celui de la place p_9 .

Fonctionnement normal manuel

Le fonctionnement normal manuel implique $m = 1, v = 0$ l'obtention d'un cycle de fonctionnement étant lié à $w = 1$. Il suffit donc de modifier l'événement associé à la transition reliant les places p_1 et p_2 du réseau de Pétri relatif au système S_1 en y ajoutant l'événement élémentaire $m \cdot w \cdot z_1 z_2 z_3 z_4 z_5$.

Le réseau de Pétri modifié est donné par la figure IV.152.

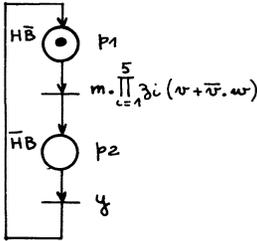


FIG. IV. 152.

Fonctionnement anormal

Le blocage de toutes les commandes se représente dans l'hypothèse d'un tir simultané des transitions en faisant correspondre à chaque place de l'ensemble des réseaux de Pétri (fig. IV.152, 148, 150, 151, 149, 147 et 146) une place commande bloquée dont l'étiquette est la même que celle de la place associée le déplacement d'un marqueur d'une place à l'autre s'obtenant par la production des événements $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5$ apparition

d'une panne, où $r \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i$ acquittement après réparation. L'ensemble des

réseaux de Pétri modifiés est donné par les figures IV.153, 154, 155, 156, 157, 158 et 159.

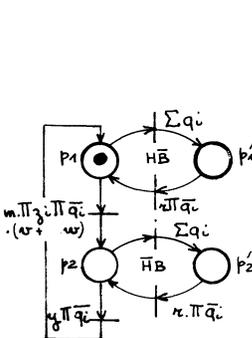


FIG. IV. 153.

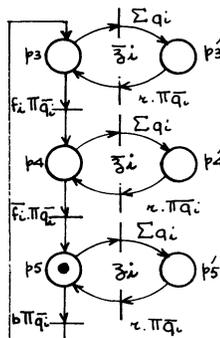


FIG. IV. 154.

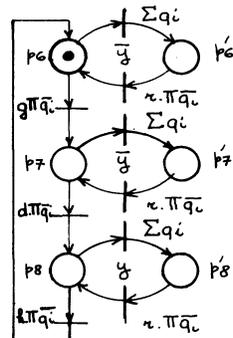


FIG. IV. 155.

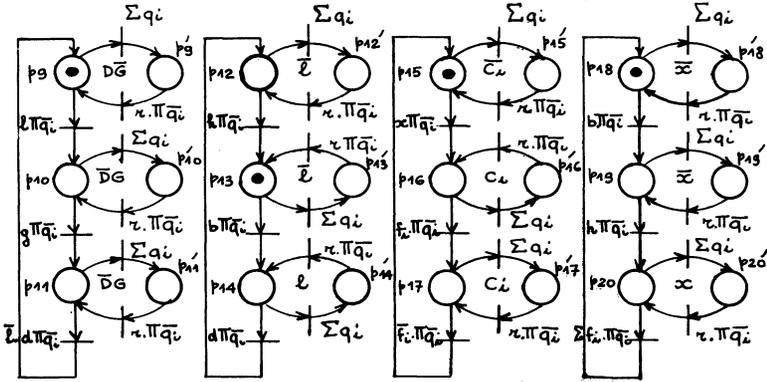


FIG. IV.156.

FIG. IV.157.

FIG. IV.158.

FIG. IV.159.

Variable L. — Une mémoire à niveau définie par le réseau de Pétri de la figure IV.160 est suffisante pour représenter la structure de commande S_L associée à la sortie L. L'action d'une panne étant prioritaire.

L'ensemble des réseaux de Pétri tracés résume le cahier des charges compte tenu du choix d'une décomposition de la structure de commande en huit sous-ensembles $SC_I, SC_T, SC_1, SC_2, SC_3, SC_4, SC_5, SC_L$. Cette décomposition est représentée par la figure IV.161. Les ensembles de marquage $\{M_0, M_1, M_2, M_3\}, \{M_0, M_1\}, \{M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\}$ associés aux structures SC_T, SC_L , et au réseau de Pétri de la figure IV.165 généralisant les réseaux de Pétri des structures $SC_T, S_z, S_y, S_{cl}, SCC_i, SC_x$, sont donnés par les figures IV.162, 164 et 165.

Étapes 6 et 7. — La matérialisation de la structure de commande à l'aide d'un automate programmable implique le choix d'une solution synchrone et donc d'un codage quelconque. Il est commode d'utiliser pour la structure séquentielle définie par le réseau de Pétri de la figure IV.165 et le tableau de marquage de la figure IV.163, le codage donné par le tableau de la figure IV.166. Ce choix permet d'écrire directement les équations des variables secondaires :

$$\begin{aligned}
 [Q_0]_{n+1} &= [\bar{A} \cdot Q_2 \cdot \gamma + Q_0(\bar{\alpha} + A)]_n \\
 [Q_1]_{n+1} &= [\bar{A} \cdot Q_0 \cdot \alpha + Q_1(\beta + A)]_n \\
 [Q_2]_{n+1} &= [\bar{A} \cdot Q_1 \cdot \beta + Q_2(\bar{\gamma} + A)]_n \\
 [A]_{n+1} &= [\delta + A \cdot \bar{\epsilon}]_n
 \end{aligned}$$

et il suffit alors de particulariser aux différentes structures représentées par les réseaux des figures IV.154 à IV.159 les paramètres $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$. Le codage représenté par la figure IV.167 est utilisé pour représenter les états q_0, q_1, q_2, q_3 associés au réseau de Pétri de la figure IV.153. Il permet

également d'écrire directement par inspection du réseau, les équations de description de la structure séquentielle.

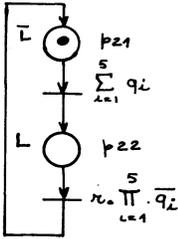


FIG. IV.160.

M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	p ₁
1	0	0	0	p ₁
0	1	0	0	p ₂
0	0	1	0	p _{1'}
0	0	0	1	p _{2'}

FIG. IV.162.

M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	
1	0	0	0	0	0	p ₁
0	1	0	0	0	0	p ₂
0	0	1	0	0	0	p ₃
0	0	0	1	0	0	p _{1'}
0	0	0	0	1	0	p _{2'}
0	0	0	0	0	1	p _{3'}

FIG. IV.163.

M ₀	M ₁	
1	0	p ₂₁
0	1	p ₂₂

FIG. IV.164.

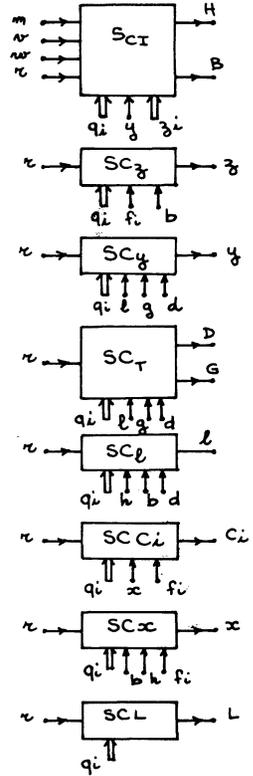


FIG. IV.161.

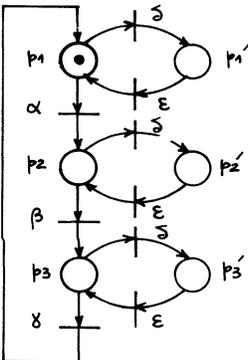


FIG. IV.165.

A	Q ₂	Q ₁	Q ₀	M ₀	Q ₀
0	0	0	1	M ₀	q ₀
0	0	1	0	M ₁	q ₁
0	1	0	0	M ₂	q ₂
1	0	0	1	M ₃	q ₃
1	0	1	0	M ₄	q ₄
1	1	0	0	M ₅	q ₅

FIG. IV.166.

N	Q ₁	Q ₀	M ₀	Q ₀
0	0	1	M ₀	q ₀
0	1	0	M ₁	q ₁
1	0	1	M ₂	q ₂
1	1	0	M ₃	q ₃

FIG. IV.167.

Structure de commande de l'indexage

Variables secondaires $I_0, I_1, N; A, V_0, V_1, V_2, y; W_0^i, W_1^i, W_2^i, z_i$ pour ($i = 1, 2, 3, \dots, 5$).

Variables de sortie H, B

$$[I_0]_{n+1} = \left[\bar{N} \cdot I_1 \cdot y \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + I_0 \cdot \left(m \cdot \prod_{i=1}^5 z_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i (v + w) + N \right) \right]_n$$

$$[I_1]_{n+1} = \left[\bar{N} \cdot I_0 \cdot m \prod_{i=1}^5 z_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i (v + w) + I_1 \cdot \left(y \cdot \prod_{i=1}^5 q_i + N \right) \right]_n$$

$$[N]_{n+1} = \left[\prod_{i=1}^5 q_i + A \cdot r \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i \right]_n, \quad N = \bar{A}$$

$$[V_0]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot V_2 \cdot h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + V_0 \cdot \left(g \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[V_1]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot V_0 \cdot g \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + V_1 \cdot \left(d \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[V_2]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot V_1 \cdot d \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + V_2 \cdot \left(h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$y = V_2$$

$$[W_0^i] = \left[\bar{A} \cdot W_2^i \cdot b \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + W_0^i \left(f_i \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[W_1^i] = \left[\bar{A} \cdot W_0^i \cdot f_i \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + W_1^i \left(\bar{f}_i \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[W_2^i] = \left[\bar{A} \cdot W_1^i \cdot \bar{f}_i \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + W_2^i \left(b \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$z_i = W_2^i$$

$$H = I_0 \quad B = I_1 \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, 4, 5$$

*Structure de commande du transfert*Variables secondaires $M_0, M_1, M_2, P_1, P_2, l$.Variables de sortie D, G .

$$[M_0]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot M_2 \cdot l \bar{d} \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + M_0 \left(l \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[M_1]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot M_0 \cdot l \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + M_1 \left(g \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[M_2]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot M_1 \cdot g \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + M_2 \left(l \bar{d} \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[P_0]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot P_2 \cdot d \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + P_0 \cdot \left(h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[P_1]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot P_0 \cdot h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + P_1 \left(b \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[P_2]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot P_1 \cdot b \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + P_2 \left(d \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$l = P_2, \quad D = M_0, \quad G = M_1 + M_2$$

*Structure de commande système S (i = 1, 2, ..., 5)*Variables secondaires J_0^i, J_1^i, J_2^i s K_0, K_1, K_2, x .Variables de sortie C_i

$$[J_0^i]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot J_2^i \cdot \bar{f}_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + J_0^i \left(x \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[J_1^i]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot J_0^i \cdot x \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + J_1^i \left(f_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$[J_2^i]_{n+1} = \left[\bar{A} \cdot J_1^i \cdot f_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + J_2^i \left(\bar{f}_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n$$

$$\begin{aligned}
 [K_0]_{n+1} &= \left[\bar{A} \cdot K_2 \cdot \prod_{i=1}^5 f_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + K_0 \cdot \left(b \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n \\
 [K_1]_{n+1} &= \left[\bar{A} \cdot K_0 \cdot b \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + K_1 \cdot \left(h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n \\
 [K_2]_{n+1} &= \left[\bar{A} \cdot K_1 \cdot h \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + K_2 \cdot \left(\prod_{i=1}^5 f_i \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i + A \right) \right]_n \\
 C_i &= J_1^i + J_2^i, \quad x = K_2
 \end{aligned}$$

Structure de commande alarme

$$[L]_{n+1} = \left[\prod_{i=1}^5 q_i + L \cdot r \cdot \prod_{i=1}^5 \bar{q}_i \right]_n \quad L = A = N$$

Étape 8. — Elle se résume à la programmation dans le langage de l'automate choisi de l'ensemble des équations booléennes ci-dessus. Le programme étant établi il est nécessaire de vérifier que le retard total T (fig. IV.168) égal à : $T = t_e + t_s + t_c$ où t_e et t_s sont les retards introduits par les convertisseurs d'entrée et de sortie et t_c le temps de traitement associé au programme enregistré est compatible avec la dynamique du processus.

Solution 2

Cette solution est obtenue en considérant l'ensemble des variables de sortie $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, D, G, H, B$ et en utilisant les conventions définies dans l'étape 3 de la solution 1.

Étapes 4 et 5

Fonctionnement normal automatique ou manuel. — L'état initial vérin d'indexage en position haute $h = 1$ et commandé $H = 1, B = 0$ ($H\bar{B}$) est représenté par la place marquée ($\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3, \bar{C}_4, \bar{C}_5, D, \bar{G}, H, \bar{B}$) (fig. IV.169) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible, en fonctionnement normal automatique ou manuel, de faire évoluer une des sorties est $m(v + w)$. La production de cet événement entraîne en fonctionnement normal les séquences de sortie suivantes (fig. IV.169) :

- commande de désindexage du vérin I ($\bar{C}_i D \bar{G} \bar{H} B$) place p_2 . La tige du vérin I étant en position basse (b) t_2
- commande aller du vérin de transfert ($\bar{C}_i \bar{D} \bar{G} \bar{H} B$) place p_3 . La tige du vérin T étant en position gauche (g) t_3

— commande retour du vérin de transfert ($\overline{C}_i \cdot \overline{D} \overline{G} \overline{H} \overline{B}$) place p_4 . La tige du vérin T étant en position droite (d) t_4

— commande indexage du vérin I ($\overline{C}_i \cdot \overline{D} \overline{G} \overline{H} \overline{B}$) place p_5 . La tige du vérin I étant en position haute (h) t_5 et l'ensemble des systèmes S_i prêt à fonctionner $\overline{f}_1 \cdot \overline{f}_2 \cdot \overline{f}_3 \cdot \overline{f}_4 \cdot \overline{f}_5$

— commande des processus S_i ($C_i \cdot \overline{D} \overline{G} \overline{H} \overline{B}$) place p_6 . Le fonctionnement des systèmes S_i étant effectifs (f_i) t_6 et ($C_i \cdot \overline{D} \overline{G} \overline{H} \overline{B}$) place p_7 le retour à l'état initial s'obtient par la production de l'événement ($\overline{f}_1 \cdot \overline{f}_2 \cdot \overline{f}_3 \cdot \overline{f}_4 \cdot \overline{f}_5$) t_7 . Le réseau de Pétri donné par la figure IV.169 résume le fonctionnement normal automatique ou manuel.

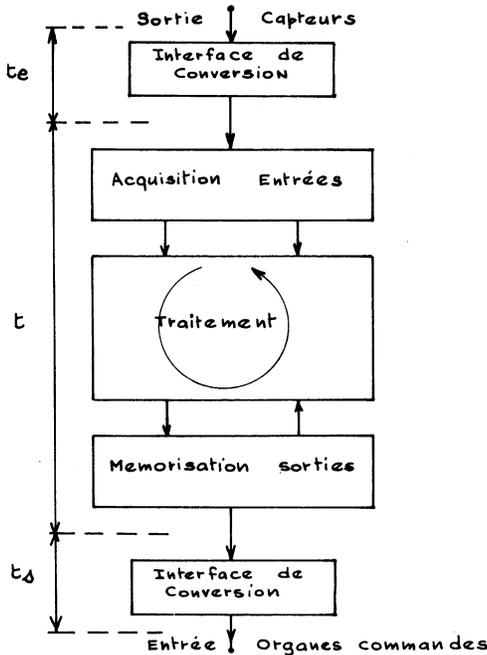


FIG. IV.168.

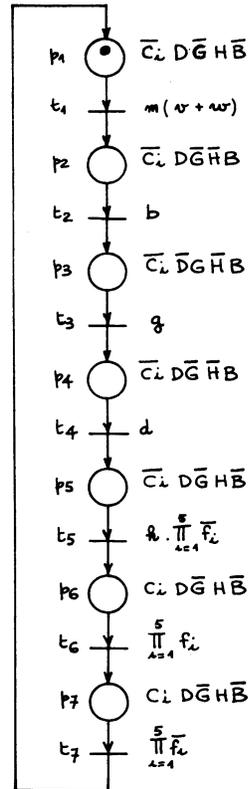


FIG. IV.169.

Fonctionnement anormal

Comme dans la solution 1, le blocage de toutes les commandes se représente simplement en faisant correspondre à chaque place p_i du réseau de Pétri de la figure IV.169 une place p'_i de même étiquette. Le déplacement d'un marqueur de la place p_i à la place p'_i s'obtient par la production de

l'événement $(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5)$ apparition d'une panne et le retour d'un marqueur de la place p_i' à la place p_i par l'événement $r \cdot \bar{q}_1 \cdot \bar{q}_2 \cdot \bar{q}_3 \cdot \bar{q}_4 \cdot \bar{q}_5$, acquittement après réparation. Le réseau de Pétri modifié compte tenu des possibilités de conflit dû au partage des places p_1, p_2, \dots, p_7 est donné par la figure IV.170. Ce graphe résume le cahier des charges de définition de la structure de commande.

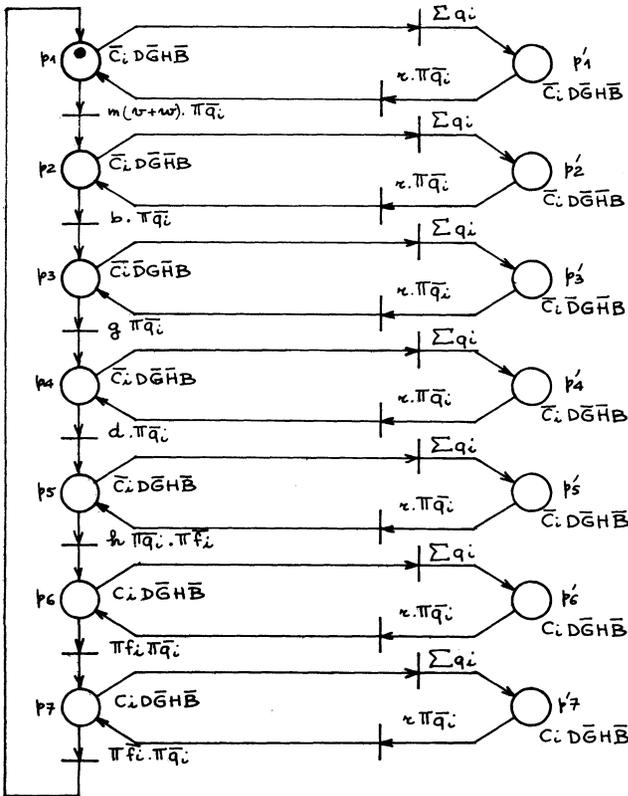


FIG. IV.170.

Étapes 6 et 7. — En associant à chaque place p_i marquée le marquage M_i et à chaque place p'_i marquée le marquage M_{i+7} il est commode d'utiliser un codage analogue à celui utilisé dans la solution 1. Ce codage est défini par la figure IV.171. Il permet, compte tenu du choix d'une solution synchrone, d'écrire directement les équations des variables secondaires $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$.

$$\begin{aligned}
 [X_1]_{n+1} &= \left[X_7 \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{f_i} \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_1 \cdot \overline{m(v+w) \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_8} \right]_n \\
 [X_2]_{n+1} &= \left[X_1 \cdot m(v+w) \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_2 \cdot \overline{b \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_8} \right]_n \\
 [X_3]_{n+1} &= \left[X_2 \cdot b \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_3 \cdot \overline{g \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_8} \right]_n \\
 [X_4]_{n+1} &= \left[X_3 \cdot g \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_4 \cdot \overline{d \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_8} \right]_n \\
 [X_5]_{n+1} &= \left[X_4 \cdot d \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_5 \cdot \overline{h \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} \cdot \prod_{i=1}^5 f_i + X_8} \right]_n \\
 [X_6]_{n+1} &= \left[X_5 \cdot h \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} \cdot \prod_{i=1}^5 f_i + X_6 \cdot \overline{\prod_{i=1}^5 f_i \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} + X_8} \right]_n \\
 [X_7]_{n+1} &= \left[X_6 \cdot \prod_{i=1}^5 f_i \cdot \prod_{i=1}^5 q_i + X_7 \cdot \overline{\prod_{i=1}^5 f_i \cdot \prod_{i=1}^5 q_i + X_8} \right]_n \\
 [X_8]_{n+1} &= \left[\prod_{i=1}^5 q_i + X_8 \cdot r \cdot \prod_{i=1}^5 \overline{q_i} \right]_n
 \end{aligned}$$

	X8	X7	X6	X5	X4	X3	X2	X1	
	0	0	0	0	0	0	0	1	M0
	0	0	0	0	0	0	1	0	M1
	0	0	0	0	0	1	0	0	M2
	0	0	0	0	1	0	0	0	M3
	0	0	0	1	0	0	0	0	M4
	0	0	1	0	0	0	0	0	M5
	0	1	0	0	0	0	0	0	M6
	1	0	0	0	0	0	0	1	M7
	1	0	0	0	0	0	1	0	M8
	1	0	0	0	0	1	0	0	M9
	1	0	0	0	1	0	0	0	M10
	1	0	0	1	0	0	0	0	M11
	1	0	1	0	0	0	0	0	M12
	1	1	0	0	0	0	0	0	M13

FIG. IV. 171.

Les grandeurs de sortie sont telles que :

$$\begin{aligned} L &= X_8 \\ D &= X_1 + X_2 + X_5 + X_4 + X_6 + X_7 \\ G &= X_3 \\ H &= X_1 + X_5 + X_6 + X_7 \\ B &= X_2 + X_3 + X_4 \\ C_i &= X_6 + X_7. \end{aligned}$$

REMARQUE. — La comparaison des deux solutions montre que dans le cas de la synthèse de la machine cyclique définie dans l'exercice 10 il est préférable de s'intéresser, dans la construction progressive du réseau de Pétri, à l'ensemble des variables de sortie de la structure de commande.

IV.2.11. Exercice 11. — Automatisation d'un système de tri

Description du processus

La partie mécanique d'un système de tri de pièces usinées est représentée par la figure IV.172. Elle se compose principalement des ensembles suivants :

— deux tapis horizontaux T_1 et T_2 entraînés respectivement par des moteurs M_1 et M_2 et transportant des pièces usinées arrivant de manière aléatoire,

— une pince permettant de transporter des pièces d'une zone A_1 vers une zone B, ou des pièces d'une zone A_2 vers une zone B. L'évacuation des pièces : prise de la pièce en A_1 (A_2) s'effectue grâce à la seule commande P_1 (P_2). La position de repos de la pince prête à commencer un cycle de transfert 1 ou 2 complet est repérée par un contact F ;

— deux systèmes de pesée indépendants et identiques permettant une détection de la présence dans la zone A_1 (A_2) de pièces lourdes L_1 (L_2);

— deux interrupteurs K_1 et K_2 .

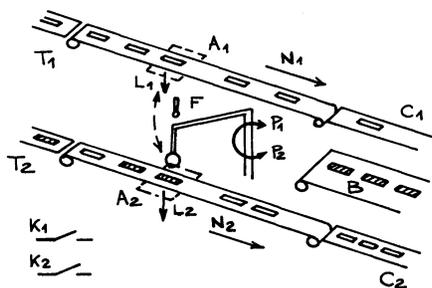


FIG. IV.172.

Description du fonctionnement souhaité

On veut réaliser le tri des pièces usinées en transférant les pièces lourdes L_1 ou L_2 dans la zone B et les pièces légères dans la zone C. Les interrupteurs K_1

et K_2 permettront de ne pas effectuer, ou d'effectuer partiellement ou totalement ce tri suivant la règle suivante :

— si on ne trie pas les pièces $\overline{K_1}$, $\overline{K_2}$ elles sont toutes stockées dans la zone C_1 ou la zone C_2 et les tapis fonctionnent sans interruption ;

— si un seul tri est effectué K_1 , $\overline{K_2}$, ($\overline{K_1}$, K_2) à chaque détection d'une pièce lourde dans la zone A_1 (L_1), (A_2 (L_2))

. le tapis T_1 (T_2) s'arrête,

. la pièce L_1 (L_2) est dégagée dans la zone B,

. le tapis dès sa libération $\overline{L_1}$ ($\overline{L_2}$) est remis en marche jusqu'à la sélection d'une nouvelle pièce.

— si les deux tris sont effectués K_1 , K_2 l'enlèvement des pièces lourdes doit être réalisé en respectant les conditions suivantes :

. les organes de commande P_1 , P_2 ne doivent jamais être actionnés simultanément.

. si une seule pièce lourde est détectée sur l'ensemble des tapis, elle est enlevée.

. si deux pièces lourdes sont détectées simultanément sur les deux tapis, la priorité d'enlèvement est liée à l'enlèvement précédent.

L'organe de commande P_1 (P_2) est actionné si l'organe de commande P_2 (P_1) a été actionné lors du dernier enlèvement. La matérialisation de la structure de commande sera effectuée en utilisant des portes ON (NAND) et des bascules RSh.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.173. Il existe trois boucles de retour de l'ensemble tapis-pince vers la structure de commande qui possède donc cinq entrées K_1 , K_2 , L_1 , F , L_2 et quatre sorties N_1 , P_1 , P_2 , N_2 . Le processus à commander se décompose naturellement en sous-systèmes : ensemble moteur tapis T_1 , système de pesée comprenant une entrée N_1 et une sortie L_1 , système moteur-tapis T_2 système de pesée comprenant une entrée N_2 et une sortie L_2 ; ensemble pince d'évacuation comprenant deux entrées P_1 , P_2 et une sortie F .

Nous allons utiliser cette décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges.

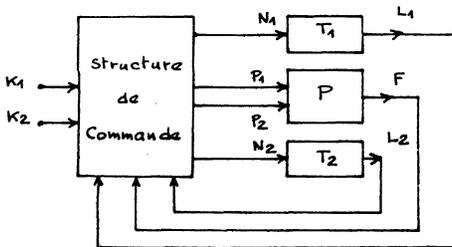


FIG. IV. 173.

Étape 3. — Les conventions suivantes sont adoptées :

Entrée : la position fermée des interrupteurs K_1, K_2 est représentée par $K_1 = 1, K_2 = 1$, la détection des pièces lourdes par $L_1 = 1, L_2 = 1$ et le contact F appuyé par $F = 1$.

Sortie : les états des grandeurs de commande N_1, N_2, P_1, P_2 sont représentés par $N_1 = 1$, commande du tapis $T_1, N_2 = 1$ commande du tapis $T_2 = 1, P_1 = 1, P_2 = 1$, commandes de la pince.

Étapes 4 et 5. — La construction du réseau de Pétri de description de l'ensemble du cahier des charges est effectuée en établissant, pour chaque variable de commande un réseau de Pétri séparé et en couplant si nécessaire ces réseaux par l'intermédiaire des variables affectées aux transitions.

Variable de sortie N_1 . — L'état initial moteur du tapis T_1 commandé, interrupteur K_1 ouvert ou interrupteur K_1 fermé sans détection d'une pièce lourde $L_1, (K_1, \bar{L}_1)$ est représenté par la place $p_1 (N_1)$ marquée (fig. IV.174) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est $L_1 K_1$. La production de cet événement permet d'obtenir le marquage M_1 correspondant à la place $p_2 (\bar{N}_1)$ marquée et à l'arrêt du moteur d'entraînement du tapis, le tri sur le tapis T_1 étant désiré (K_1) et une pièce lourde détectée (L_1). La remise en marche du moteur N_1 dépend alors de l'enlèvement de la pièce lourde (\bar{L}_1). La production de l'événement \bar{L}_1 est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage initial M_0 . Le réseau de Pétri de la figure IV.174 résume la partie du cahier des charges relative à la variable de commande N_1 .

Variable N_2 . — Par analogie les lois de commandes des moteurs d'entraînement des tapis N_1 et N_2 étant identiques il est possible de tracer le réseau de Pétri associé à la variable N_2 (fig. IV.175).

REMARQUE. — L'étude de l'énoncé de l'exercice 6 montre que celui-ci est inclus dans le cahier des charges défini ci-dessus. Les figures IV.174 et 175 sont des recopies de la figure IV.81 donnant le réseau de Pétri associé à la variable de commande du tapis T.

Variables P_1 et P_2 . — Les variables P_1 et P_2 correspondent aux grandeurs de commande de la pince P. Elles ne sont pas considérées séparément ce qui permet de tenir compte de l'exclusivité de la production des événements P_1 et P_2 .

L'état initial pince P au repos et non commandée est représenté par la place p_3 marquée ($\bar{P}_1 \bar{P}_2$) (fig. IV.176) ce qui définit le marquage initial M_0 . Les commandes P_1 et P_2 étant exclusives, il est commode de passer du marquage $M_0 (\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ au marquage $M_1 (P_1, \bar{P}_2)$ commande de P_1 place p_4 marquée ou au marquage $M_2 (\bar{P}_1, P_2)$ commande de P_2 place p_5 marquée par la production d'un événement α résumant les conditions logiques de

choix d'une commande P_1 ou par la production de l'événement β résumant les conditions logiques de choix d'une commande P_2 . L'utilisation de la variable α et la duplication du réseau donné par la figure IV.83 dans le cas d'un seul tapis permet alors de compléter le réseau de description associé aux variables P_1 et P_2 .

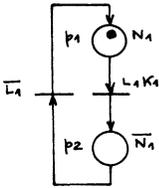


FIG. IV.174.

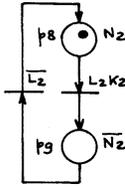


FIG. IV.175.

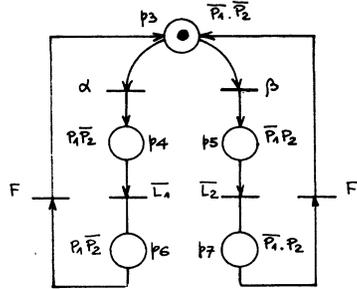


FIG. IV.176.

Variable α . — La production de l'événement α est lié aux conditions suivantes :

- le tapis T_1 est arrêté, non commandé ($\overline{N_1}$) ET : OU,
- l'interrupteur K_1 est fermé, l'interrupteur K_2 ouvert et une pièce lourde L_1 se trouve dans la zone A_1 ($K_1 L_1 \overline{K_2}$),
- l'interrupteur K_1 est fermé, l'interrupteur K_2 fermé, une pièce lourde L_1 se trouve dans la zone A_1 avant l'arrivée d'une pièce lourde L_2 dans la zone A_2 ($K_1 L_1 K_2 \overline{L_2}$),

— l'interrupteur K_1 est fermé, l'interrupteur K_2 fermé, des pièces lourdes L_1 et L_2 arrivent simultanément dans les zones A_1 et A_2 et l'enlèvement précédent a été effectué sur le tapis T_2 . Cette condition s'écrit en utilisant une variable U telle que $U = 1$ enlèvement précédent sur le tapis T_2 , $U = 0$ enlèvement précédent sur le tapis T_1 : ($K_1 L_1 K_2 L_2 U$). La variable U est associée à la production de l'événement P_1 ou de l'événement P_2 . Elle est définie par le réseau de Pétri donné par la figure IV.177. L'examen de l'ensemble des conditions de positionnement des interrupteurs et de l'arrivée des pièces lourdes conduit à l'utilisation d'une variable γ telle que $\gamma = 1$ indique la production des événements $K_1 L_1 \overline{K_2}$ ou $K_1 L_1 K_2 \overline{L_2}$ ou $K_1 L_1 K_2 L_2 U$ soit $K_1 L_1 (\overline{K_2} + \overline{L_2} + K_2 L_2 \cdot U)$, $\gamma = 0$ correspondant aux événements associés à la commande P_2 de la pince soit : $K_2 L_2 (\overline{K_1} + \overline{L_1} + K_1 L_1 \overline{U})$ la variable γ est définie par le réseau de Pétri donné par la figure IV.178 et permet de compléter le réseau de Pétri de la figure IV.176 par $\alpha = \overline{N_1} \cdot \gamma$ et $\beta = \overline{N_2} \cdot \bar{\gamma}$. L'ensemble des réseaux de Pétri des figures IV.174, 175, 177 et 178 résume le cahier des charges de définition de la structure de commande compte tenu du choix initial d'une décomposition de celle-ci en trois sous-ensembles. Ce choix et la

construction d'un ensemble de réseaux élémentaires conduit à une décomposition de la structure séquentielle représentée par la figure IV.179. L'ensemble des marquages $\{ M_0, M_1 \}$ variables N_1, N_2, U, γ est donné par la figure IV.180, l'ensemble des marquages $\{ M_0, M_1, M_2 \}$ variables P_1, P_2 par la figure IV.181.

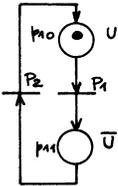


FIG. IV.177.

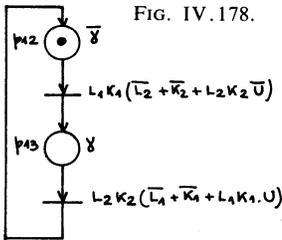


FIG. IV.178.

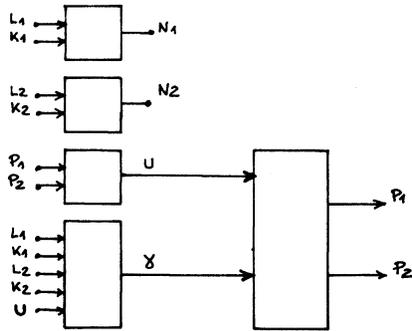


FIG. IV.179.

M_0	M_1	p_1	p_2	p_{10}	p_{11}
1	0	p_1	p_2	p_{10}	p_{11}
0	1	p_2	p_1	p_{11}	p_{10}

FIG. IV.180.

M_0	M_1	M_2	M_3	M_4
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

FIG. IV.181.

Étapes 6, 7 et 8

Variables P_1, P_2 . — L'association aux marquages M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 des états q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 et le codage canonique (fig. IV.182)^o de ces états à l'aide des variables secondaires X, Y, Z, V, W évite le tracé de la matrice des états et permet l'écriture directe par inspection du réseau des équations relatives aux entrées $R_x, S_x; R_y, S_y; R_z, S_z; R_v, S_v; R_w, S_w$; des bascules RSh . En effet le choix d'une solution synchrone permet l'utilisation d'un codage quelconque et par application de la remarque 1 du § III.4.2 pour toute variable secondaire X_i , matérialisée par une bascule $(RS)_i$

$$R_i = X_i \cdot (E_0 + E_1)$$

$$S_i = \bar{X}_i \cdot (E_1 + E_3)$$

L'ensemble $E_0 + E_1$ correspond aux conditions de déclenchement de la bascule, l'ensemble $E_1 + E_3$ aux conditions d'enclenchement de la bascule.

Par inspection du réseau (fig. IV.176)

$$\begin{aligned} R_x &= X.(\alpha + \beta) \\ S_x &= \bar{X}(V.F + W.F) \\ R_y &= Y.\bar{L}_1 \\ S_y &= \bar{Y}.\alpha.X \\ R_z &= Z.\bar{L}_2 \\ S_z &= \bar{Z}.\beta.X \\ R_v &= V.F \\ S_v &= \bar{V}.\bar{L}_1.Y \\ R_w &= W.F \\ S_w &= \bar{W}.\bar{L}_2.Z \end{aligned}$$

et pour les sorties $P_1 = Y + V$, $P_2 = Z + W$.

			w	v	z	y	x
p3	m0	q0	0	0	0	0	1
p4	m1	q1	0	0	0	1	0
p5	m2	q2	0	0	1	0	0
p6	m3	q3	0	1	0	0	0
p7	m4	q4	1	0	0	0	0

FIG. IV. 182.

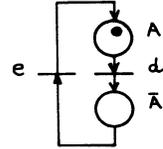


FIG. IV. 183.

Variables N_1 , N_2 , U , γ . — Les réseaux de Pétri associés aux variables N_1 , N_2 , U , γ sont de la forme du graphe représenté par la figure IV.183. Par inspection de ce graphe il est possible comme précédemment d'écrire les équations relatives aux commandes R_a et S_a de la bascule A.

$$\begin{aligned} R_a &= A.d \\ S_a &= \bar{A}.e \end{aligned}$$

et par application de ce résultat

$$\begin{aligned} R_{N_1} &= N_1.L_1.K_1 \\ S_{N_1} &= \bar{N}_1.\bar{L}_1 \\ R_{N_2} &= N_2.L_2.K_2 \\ S_{N_2} &= \bar{N}_2.\bar{L}_2 \\ R_u &= U.P_1 \\ S_u &= \bar{U}.P_2 \\ R_\gamma &= \gamma.L_2.K_2[\bar{K}_1 + \bar{L}_1 + L_1.K_1\bar{U}] \\ S_\gamma &= \bar{\gamma}.L_1.K_1[\bar{K}_2 + \bar{L}_2 + L_2.K_2\bar{U}] \end{aligned}$$

IV.2.12. Exercice 12. — Automatisation d'une machine outil à programme fixe

Description du processus (fig. IV.184)

La machine outil à automatiser se compose principalement :

- d'une semelle fixe S portant deux micro-contacts D et G,
- d'un chariot C_1 dont le déplacement horizontal est commandé par un moteur N_1 ,
- d'un chariot C_2 dont le déplacement le long d'une glissière verticale de C_1 est commandé par un moteur N_2 . Ce chariot est muni de deux micro-contacts H et B.

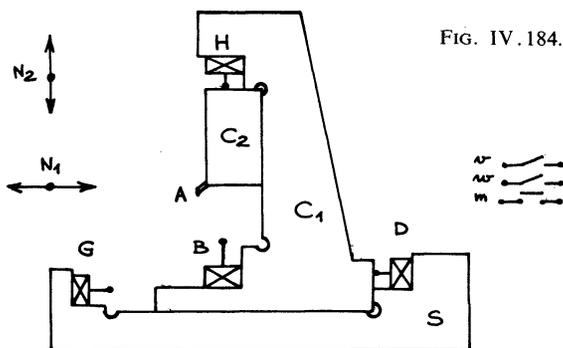


FIG. IV.184.

Description du fonctionnement souhaité

On désire matérialiser en utilisant des circuits de mémorisation dénotés mémoires de phase la structure de commande de la machine outil permettant de réaliser un des cycles I, II, III, IV (fig. IV.185). Ces cycles sont définis par les trajectoires parcourues par le point A de C_2 à partir du point K correspondant aux micro-contacts B et D appuyés. La sélection du cycle s'opère par deux interrupteurs v, w en cours de cycle ne modifie pas le déroulement de celui-ci.

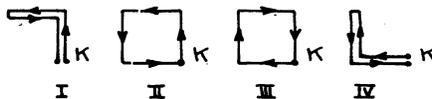


FIG. IV.185.

Solution

Étapes 1 et 2. — Le schéma fonctionnel est représenté par la figure IV.187. Il existe quatre boucles de retour de l'ensemble moteurs-chariots C_1, C_2 vers la structure de commande qui possède donc sept entrées et deux sor-

ties N_1, N_2 . Le processus à commander se décompose naturellement en deux sous-systèmes moteur-chariot comprenant une entrée N_1 (N_2) et deux sorties D, G (H, B). Il est possible d'utiliser cette décomposition fonctionnelle dans l'établissement du réseau de Pétri de description du cahier des charges, toutefois les processus C_1 et C_2 ne fonctionnant jamais en parallèle il est plus commode de traiter simultanément les variables N_1 et N_2 .

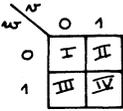


FIG. IV.186.

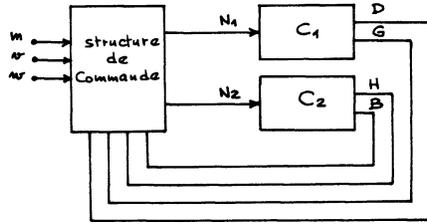


FIG. IV.187.

Étape 3. — Nous adoptons les conventions suivantes :

Entrée : la position fermée des interrupteurs v, w est représentée par $v = 1, w = 1$ le bouton poussoir m et les micro-contacts D, G, H, B appuyés par $m = 1, D = 1, G = 1, H = 1, B = 1$.

La correspondance entre l'état des interrupteurs v, w et le cycle décrit est donnée par la figure IV.186.

Sortie : les états des grandeurs de commande N_1, N_2 sont représentés par $N_1 = 1$ déplacement vers la gauche, $N_1 = 0$ déplacement vers la droite, $N_2 = 1$ déplacement vers le haut, $N_2 = 0$ déplacement vers le bas.

Étapes 4 et 5. — La construction du réseau de Pétri de description de l'ensemble du cahier des charges est effectuée en établissant pour les variables N_1, N_2 et pour chaque cycle de fonctionnement un réseau de Pétri séparé puis en assemblant les quatre réseaux obtenus compte tenu des valeurs prises par les variables v et w .

Cycle de fonctionnement I ($v = 0, w = 0$).

L'état initial moteurs N_1 et N_2 non commandés, chariots C_1 et C_2 arrêtés, micro-contacts B et D appuyés bouton poussoir m relâché est représenté par la place p_1 (\bar{N}_1, \bar{N}_2) marquée (fig. IV.188) ce qui définit le marquage initial M_0 . L'événement d'entrée susceptible de faire évoluer immédiatement la sortie et le marquage M_0 est m . La production de cet événement correspond au départ du cycle et permet d'obtenir le marquage M_1 place p_2 marquée (\bar{N}_1, N_2). Le moteur N_2 est commandé et le chariot C_2 se déplace vers le haut. La production de l'événement H est utilisée pour passer du marquage M_1 au marquage M_2 place p_3 mar-

quée ($N_1 N_2$). Le chariot C_2 est bloqué en position haute, le moteur N_1 est commandé et le chariot C_1 se déplace vers la gauche. La production de l'événement G permet de commander le déplacement vers la droite du chariot C_1 et de passer au marquage M_3 place p_4 marquée ($\bar{N}_1 \bar{N}_2$). Le retour au marquage initial M_0 s'effectue par la production de l'événement D . Il apparaît alors nécessaire de conditionner la transition située entre les places p_1 et p_2 par la production de l'événement mB . Le démarrage d'un nouveau cycle nécessite l'arrivée préalable du chariot C_2 en position basse.

Cycles de fonctionnement II ($v = 1, w = 0$), III ($v = 0, w = 1$), IV ($v = 1, w = 1$).

Le même état initial place p_1 marquée (\bar{N}_1, \bar{N}_2) est choisi et il est possible d'obtenir en procédant comme dans le cas du cycle I les réseaux de Pétri correspondant au cycle II (fig. IV.189), au cycle III (fig. IV.190) et au cycle IV (fig. IV.191). Les réseaux de Pétri associés aux quatre cycles de fonctionnement sont assemblés en utilisant la place p_1 (\bar{N}_1, \bar{N}_2) communes aux quatre graphes et les événements exclusifs $\bar{v} \cdot \bar{w}, v \cdot \bar{w}, \bar{v}w, vw$, afin de conditionner les transitions de passage du marquage M_0 au marquage M_1 (choix au départ du cycle I) de M_0 à M_5 (choix au départ du cycle II), de M_0 à M_8 (choix au départ du cycle III), de M_0 à M_{11} (choix au départ du cycle IV). Le réseau de Pétri obtenu est représenté par la figure IV.192. Il résume le cahier des charges relatif à la structure de commande. L'ensemble $[M]$ des marquages est égal à $\{ M_1, M_2, M_3, \dots, M_{13} \}$. Le marquage M_i correspondant à la place p_i marquée.

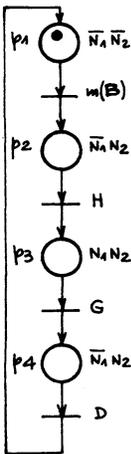


FIG. IV.188.

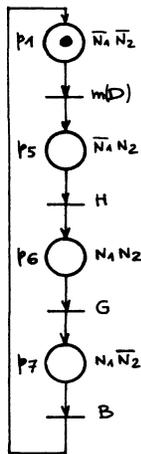


FIG. IV.189.

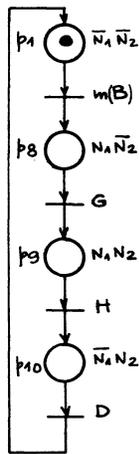


FIG. IV.190.

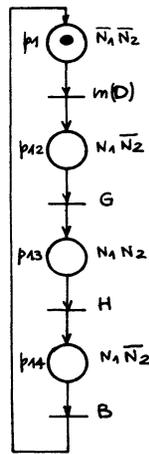


FIG. IV.191.

Étapes 6 et 7. — Le choix d'une solution asynchrone, d'une matérialisation à l'aide de mémoires de phase et le nombre des entrées de la structure conduit naturellement au choix d'un codage canonique. A chaque place p_i du réseau de Pétri à chaque marquage M_i et donc à chaque état q_i nous associons une variable secondaire X_i (fig. IV.193) telle que $X_i = 1$ et $X_j = 0$ pour $j \neq i$ indique le marquage de la place p_i . Le codage de l'état q_7 associé au marquage M_7 place p_7 marquée ($N_1\bar{N}_2$) est par exemple, tel que :

$$\{ X_1 \dots X_6 X_7 X_8 \dots X_{13} \} = \{ 0 \dots 010 \dots 0 \}$$

La mémoire de phase représentée schématiquement par la figure IV.194 est un circuit de mémorisation comprenant six entrées $e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6$, deux sorties q, \bar{q} et tel que

$$q(t + \tau) = (e_1 \cdot e_2 \cdot e_3 + q) \cdot (e_4 + \bar{e}_5 + \bar{e}_6)$$

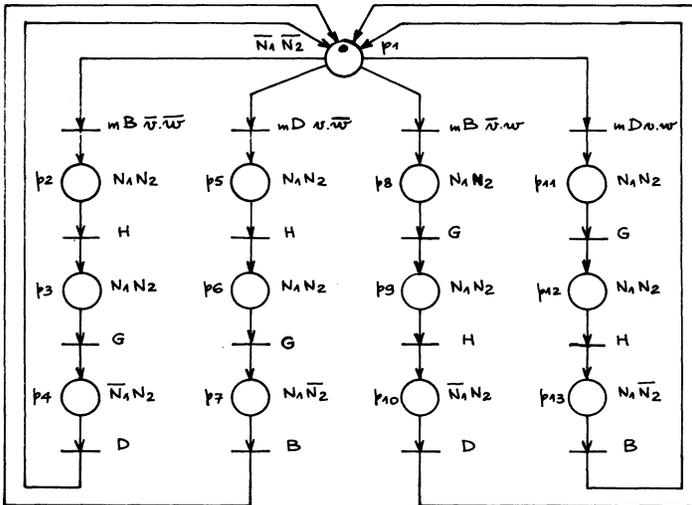


FIG. IV.192.

M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}	M_{12}
p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}

FIG. IV.193.

Étape 8. — La remise à zéro d'une mémoire de phase étant prioritaire sur sa mise à 1 il est possible de matérialiser la structure de commande en utilisant une mémoire de phase par variable secondaire. Le schéma

technologique de la figure IV.195 se déduit directement du réseau de Pétri donné par la figure IV.192 en transcrivant pour chaque variable X_i les conditions de mise à 1 et de remise à zéro. Le passage d'un état q_i ($X_i = 1$) à l'état q_j ($X_j = 1$) s'effectue par l'état instable q_{ij} tel que $X_i = 1, X_j = 1$ les

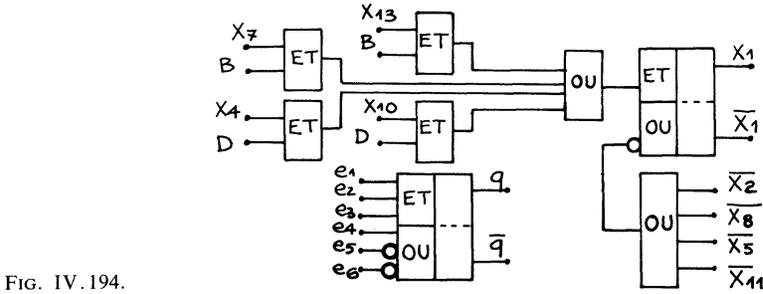


FIG. IV.194.

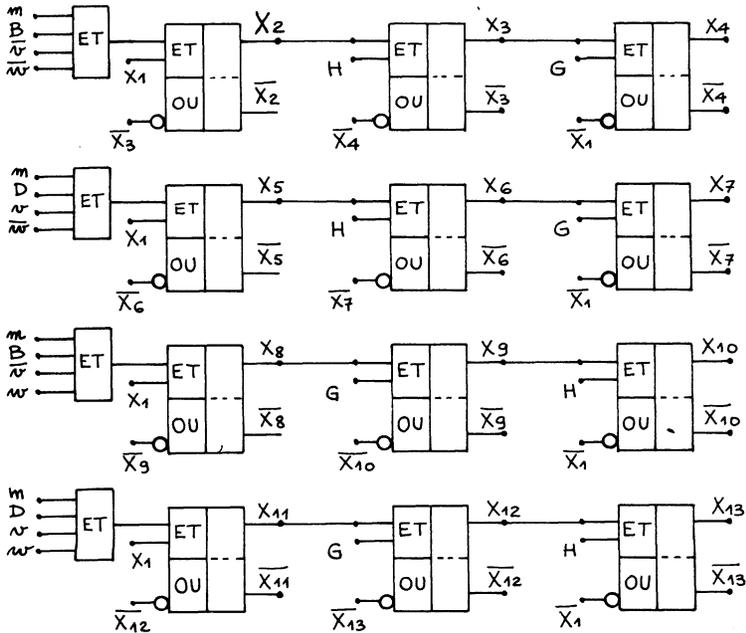


FIG. IV.195.

autres variables conservant la valeur 0. Les entrées non utilisées des mémoires de phase facilitent l'initialisation qui est toujours nécessaire lors de la mise en route.

REMARQUE 1. — Le choix d'un codage canonique permet également une matérialisation asynchrone de toute structure séquentielle définie par un réseau de Pétri en utilisant les cellules universelles pour système asynchrone (C. U. S. A.) de David.

REMARQUE 2. — L'utilisation de la décomposition fonctionnelle et la construction séparée des réseaux de Pétri relatifs à la variable N_1 et à la variable N_2 peut également s'effectuer en considérant successivement les quatre cycles de fonctionnement.

Cycle de fonctionnement I

Variable N_1 (fig. IV.196). — La production de la séquence d'événements de longueur 2, B.H est utilisée pour passer du marquage initial M_0 ($\overline{N_1}$) au marquage M_1 (N_1). Le réseau de Pétri associé à la reconnaissance de la séquence BH comporte trois places et implique la création d'une variable secondaire r .

Variable N_2 (fig. IV.196). — La production de l'événement $mB\bar{s}$ est utilisée pour passer du marquage initial M_0 ($\overline{N_2}$) au marquage M_1 (N_2). Le retour dans l'état initial s'effectue après la reconnaissance de la séquence GD obtenue par la création d'une variable secondaire s définie par un réseau de Pétri comportant trois places.

Cycle de fonctionnement II

Variable N_1 (fig. IV.197). — La production de l'événement H permet de passer du marquage initial M_0 ($\overline{N_1}$) au marquage M_1 (N_1) le retour au marquage initial s'opérant lors de la production de l'événement B.

Variable N (fig. IV.197). — La production de l'événement mD permet de passer du marquage initial M_0 ($\overline{N_2}$) au marquage M_1 (N_2) le retour au marquage initial s'opérant lors de la production de l'événement G.

Cycle de fonctionnement III (fig. IV.198)

Les réseaux associés aux variables N_1 et N_2 s'obtiennent de la même manière que pour le cycle de fonctionnement II.

Cycle de fonctionnement IV (fig. IV.199)

Les réseaux associés aux variables N_1 et N_2 s'obtiennent de la même manière que pour le cycle de fonctionnement I et nécessitent la création des variables secondaires x reconnaissance de la séquence HB de longueur 2 et y reconnaissance de la séquence DG de la longueur 2.

Les réseaux de Pétri associés aux quatre cycles de fonctionnement sont assemblés en utilisant la place p_1 ($\overline{N_1}$) commune aux quatre graphes

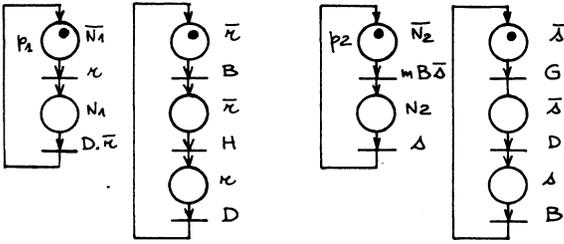


FIG. IV.196.

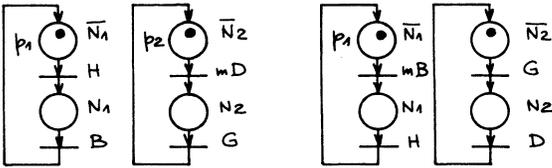


FIG. IV.197.

FIG. IV.198.

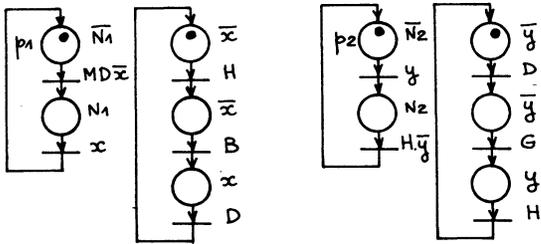


FIG. IV.199.

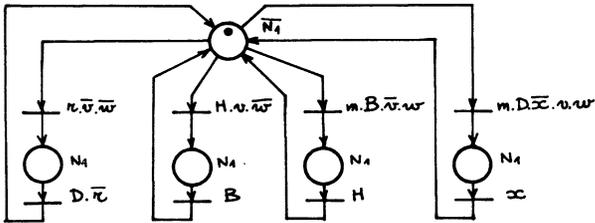


FIG. IV.200.

relatifs à la variable N_1 et les événements exclusifs $\bar{v}\bar{w}$, $v\bar{w}$, $\bar{v}w$, vw caractérisant le choix d'un cycle afin de conditionner les transitions de passage du marquage initial M_0 au marquage M_1 .

Le réseau obtenu pour la variable N_1 est représenté par la figure IV.200, les variables secondaires r et x étant définies par les réseaux donnés par la figure IV.201.

En procédant de la même manière pour la variable N_2 l'on obtient les réseaux représentés par la figure IV.203 (N_2) et la figure IV.202 (s).(y).

L'ensemble des réseaux donnés par les figures IV.200, 201, 202 et 203 est donc à comparer avec le réseau de la figure IV.192.

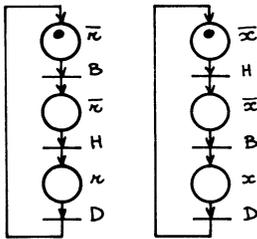


FIG. IV.201.

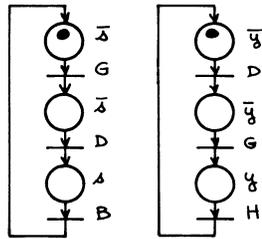


FIG. IV.202.

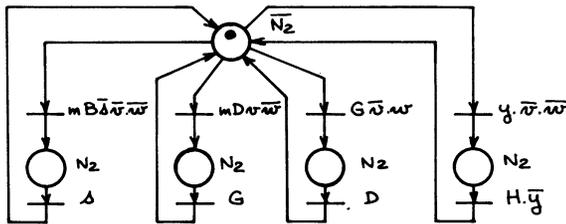


FIG. IV.203.

IV.3. Remarques générales

L'application aux douze exercices de la méthode de synthèse décrite par l'ordinogramme de la figure IV.27 conduit aux remarques suivantes.

Étapes 1 et 2. — Il est utile après le tracé du schéma fonctionnel processus-structure de commande et l'examen des décompositions fonctionnelles naturelles du processus à automatiser :

- de déterminer l'existence d'un fonctionnement asynchrone parallèle possible de sous-ensembles du processus à automatiser,
- d'énumérer par analyse du cahier des charges les phases de fonctionnement possible de l'ensemble automatisé :
 - . phases d'initialisation,
 - . phases de fonctionnement automatique normal,
 - . phases de fonctionnement manuel normal,
 - . . phases de fonctionnement anormal...

Étapes 3, 4 et 5. — L'étude du parallélisme permet de choisir la décomposition la plus commode de la structure de commande, la construction progressive du ou des réseaux de Pétri couplés s'effectuant initialement pour une phase particulière de fonctionnement. Les réseaux obtenus sont alors modifiés afin de tenir compte des autres phases de fonctionnement. L'analyse du marquage [M] obtenu à partir d'un marquage initial M_0 doit être détaillée et peut nécessiter dans les cas complexes une simulation. Elle doit permettre une vérification de l'absence de conflits ou de blocage et une étude des marquages résultants de tirs non simultanés de transitions tirables simultanément.

Les réseaux de Pétri obtenus ne sont pas simplifiés afin de conserver au graphe une représentation physique.

Étapes 6, 7 et 8. — L'utilisation du codage canonique permet l'écriture directe des équations associées aux variables secondaires et aux variables de sortie. Ce choix implique nécessairement l'étude de l'initialisation des variables secondaires. Il facilite la vérification du bon fonctionnement et la mise au point de la structure matérialisée.

C
56, 10
Fiche

V. BIBLIOGRAPHIE

V.1. Réseaux de Pétri

- CHATELET Jane. — *Bibliographie sur les réseaux de Pétri*, liste bibliographique sur les réseaux de Pétri (7 pages, 1962-1974), établie au centre de Documentation de l'E. D. F.
- BLANCHARD M., DACLIN, E. — *Synthèse des systèmes logiques*, 1976, Cépadués, Toulouse
La bibliographie de cet ouvrage comporte des références de publications sur les réseaux de Pétri couvrant la période 1966-1976.
- Colloque AFCET/ADEPA. — *Automatismes logiques : recherche et applications industrielles*, Paris, décembre 1976.
- Journées AFCET. — *Institut de Programmation de Paris*, réseaux de Pétri, Paris, mars 1977.

V.2. Machines séquentielles

- BOUTE. — *The Binary Decision Machine as programmable controller Euro-micro*, volume (2), 1976.
- BLANCHARD M, DACLIN, E. — *Synthèse des systèmes logiques*, 1976, Cépadués, Toulouse.
- DAVID E. — *Réalisation de systèmes séquentiels asynchrones par interconnexion simple de cellules séquentielles identiques*. Thèse de Docteur es-Sciences, Grenoble, avril 1969.
- DUMAS J. M. — *L'organiphase*. Thèse de 3^e cycle, Faculté des Sciences de Montpellier, 1974.
- GROSSETETE M. — *Contribution à la synthèse des machines séquentielles appliquées à la commande numérique des machines outils*. Thèse de Docteur Ingénieur, Faculté des Sciences de Paris, 1971.
- MILSANT M. — *Automatismes à séquences*, édition Eyrolles, 1971.
- NASLIN P. et GIRARD P. — *Construction des machines séquentielles industrielles*, Dunod, 1973.
- PRUDHOMME R. — *Automatique*. Tome I et II, Masson, 1974.
- UNGER S. H. — *Asynchronous Sequential switching circuits*, Wiley, 1969.

V.3. Exercices d'applications

Les documents suivants ont été utilisés :

- Rapport DGRST-DERA Télémécanique, 1975-1976.
- PRUNET F, DUMAS J. M. — *Introduction à la modélisation naturelle des structures de commande : l'organiphase*, Rairo, juillet 1974.
- FALIPH A. — *Examen oral probatoire*, CNAM, Montpellier, 1977.

Dépôt légal : 4^e trimestre 1977 — N° d'ÉDITEUR 3275

IMPRIMERIE BARNÉOUD S. A., LAVAL (Mayenne). N° 7428 — 11-1977

Imprimé en France

ÉDITIONS EYROLLES

DEPERT-STILL - La commande pneumatique - 184 p., 1975

DINDELEUX - Technique de la régulation industrielle - 192 p., 1977

FOULARD, GENTIL et SANDRAZ - Commande et régulation par calculateur numérique - 360 p., 1977

KLEFENZ - La régulation dans les centrales thermiques - 216 p., 1974

LORIFERNE - La conversion analogique-numérique, numérique-analogique - 110 p., 1976

LOUTZKY - Calcul pratique des alternateurs et des moteurs asynchrones - 144 p., 1969

MASCARIN - Redresseurs industriels à semiconducteurs - 320 p., 1973

POUCHER - Introduction aux techniques de commande et d'automatisme - 184 p., 1975

SAINT-JEAN - Électrotechnique et machines électriques - 380 p., 1976

SIMON - Amélioration de la productivité par machines à commande numérique et calculateurs - 192 p., 1972

ÉDITIONS EYROLLES